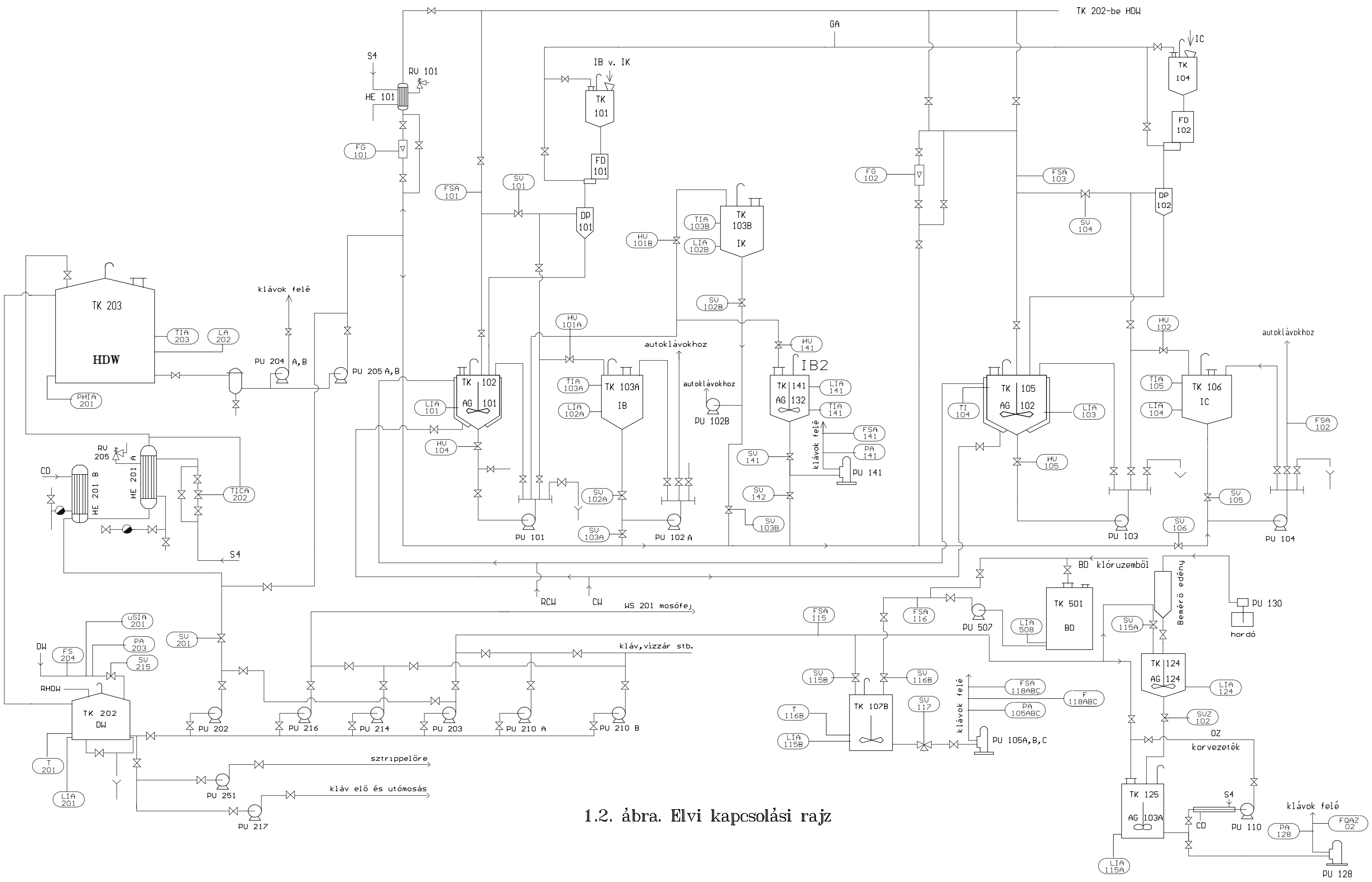
# Megmaradási egyenletek

# Megmaradási egyenletek



1.2. ábra. Elvi kapcsolási rajz

## 1. Műveleti egyég fogalma

• A művelettan alapvető fogalma a műveleti egység (unit operation), melynek alapján a vegyipari eljárások széles köre jól definiált, viszonylag kevés számú alapműveletből összeállítható.
• Első közelítésben azt mondhatjuk, hogy az elvi folyamatábrákon található egyszerű készülékszimbólumok általában egy-egy műveletet képviselnek (kolonna: desztilláció, reaktor: reagáltatás, szűrő: szűrés, kondenzátor: gőz-folyadék fázisátalakulás, stb.).
• A készülékek a legtöbb esetben műveleti egységeknek tekinthetőek, de nem minden esetben azonosak annak fogalmával. Előfordulhat, hogy az elvi folyamatábrán a műveleti egység nem szerepel készülékként (pl. elágazás), vagy több, egyszerű műveleti egység alkot egy készüléket (pl. reaktorkaszkád vagy rektifikálóoszlop).

### 1.1 Műveleti egyégek csoportosítása

A bennük végbemenő transzportfolyamatok alapján:

- Mechanikus: Impulzustranszport (szűrés, aprítás, centrifugálás...)
- Termikus: Entalpiaváltozás (bepárlás, hűtés, hőcsere...)
- Diffúziós műveletek: komponenstranszport (komponensszétválasztási műveletek...)

Fázisérintkeztetés alapján:

- Gőz – folyadék: desztilláció, rektifikáció...
- Gáz – folyadék: abszorpció, deszorpció...
- Folyadék – folyadék: extrakció...
- Folyadék – szilárd: extrakció, adszorpció, ioncsere...
- Szilárd – folyadék – gőz: nedvesítés, szárítás...
- Folyadék – szilárd – folyadék: membránszeparáció, dialízis.

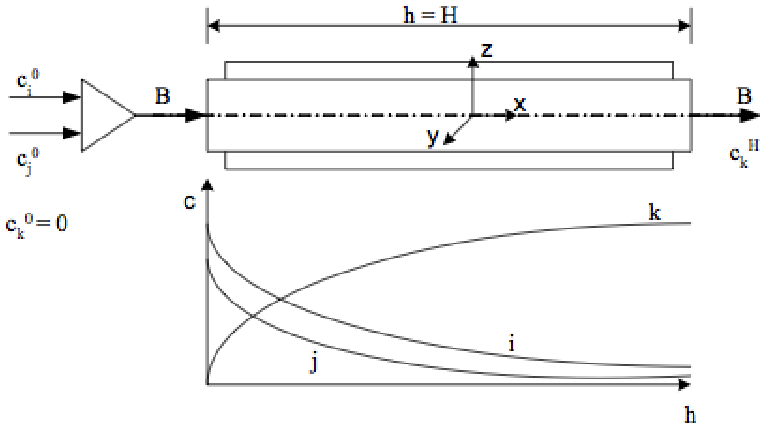
Üzemvitel szerint:

- szakaszos, folyamatos

  *Szakaszos*: ha időben periodikus részműveletekből áll

  *Folyamatos:* ha a betáplálás és az elvétel folytonos

Csőreaktor esetén




Dugószerű áramlásnál:

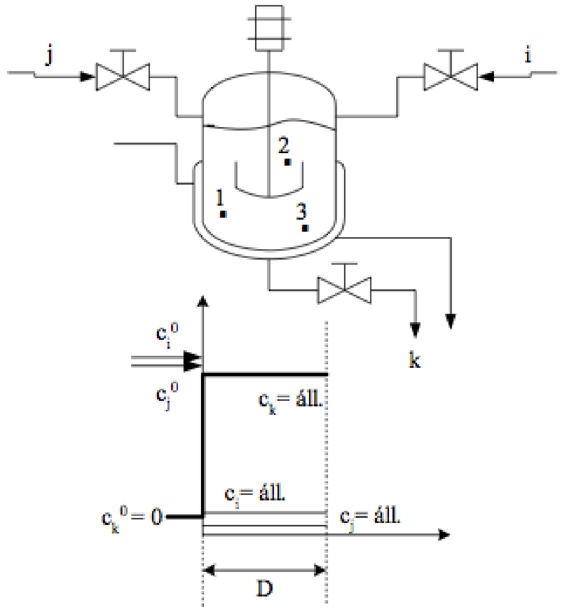
$$\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial z}\right)_t = \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial y}\right)_t = 0$$

Stacionárius esetben:

$$\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial t}\right) = 0$$

$\Gamma$ Intenzív állapotjelző (T,c,p)

## Üstreaktor esetén:




Tökéletes keveredés esetén:

$$\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial x}\right)_t = \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial y}\right)_t = \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial z}\right)_t = 0$$

Stacionér esetben:

$$\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial t}\right) = 0$$

Időbeni viselkedés szerint: stacionárius és instacionárius

Stacionárius esetben az intenzív paraméterek eloszlása időtől független, instacionárius esetben pedig függ az időtől.

Fázisok száma szerint: egyfázisú, többfázisú (homogén, heterogén)

Áramlási irány szerint: egyenáramú, ellenáramú, keresztáramú

Hőtani szempontból: izoterm, adiabatikus, politrop

Stb...

## 1.2 Műveleti egységek matematikai leírása

- A leíráshoz öt alapegység elegendő (Hossz, idő, tömeg, hőmérséklet, anyagmennyiség)

- A leíró mennyiségek száma akkor elegendő, ha fázisonként megadunk K+2 adatot

- Szabadsági fok: változók száma – leíró egyenletek száma

### 1.2.1 Transzportfolyamatok és az áram fogalma

- Az áramló közeget — halmazállapotától függetlenül — *fluidumnak* nevezzük. A fluidum lehet áramló gőz, gáz, folyadék, valamint az összenyomatóságot tekintve kompresszibilis és inkompresszibilis.
- A művelettan témakörében az anyag általános mozgásegyenlete, vagyis a tömeg-mérlegegyenlet mellett további három extenzív mennyiség transzportjával kell foglalkoznunk. Ezek a komponens–, hő(termikus energia)– és az impulzus transzport.
- A műveleti egység leírásához három féle tér(x, y, z) – idő(t) függvény ismerete szükséges, ezeket mező kifejezéssel adjuk meg:
  - Sűrűségmező (vagy koncentrációmező), hőmérsékletmező és sebességmező

$$\rho = \rho\left(x, y, z\right) \qquad T = T\left(x, y, z\right) \qquad v = v\left(x, y, z\right)$$

- *Áram* (jele: I): egy extenzív mennyiség (ψ) adott A felületen történő elmozdulása, adott időtartam alatt. Skaláris mennyiség, dimenzióját tekintve:

$$\text{áram(I)}=\frac{\Psi}{t}$$

  - A műveletanban a rendszer jellemzésére négy áram elegendő, ezek:
    - Tömegáram (kg/s)
    - Komponensáram (mol/s)
    - Hőáram (J/s)
    - Impulzusáram (kgm/s$^2$)

- *Áramsűrűség* (jele: j): Vektor, melynek iránya megegyezik az áramlás irányával, nagysága egyenlő az extenzív mennyiségnek az áramlás irányára merőleges egységnyi keresztmetszetű felületen időegység alatt átlépő mennyiségével.

$$\text{áramsűrűség} = \text{extenzív mennyiség} \ / \ (\text{felület} \ * \ \text{idő}) = \frac{\Psi}{At}$$

***Tömegáram:***
Időegység alatt átáramló tömeget jelenti, kémiai öszetételtől függetlenül. Hajtóerő a sűrűségkülönbség

***Komponensáram:***
Kémiai összetétel szerinti jellemzi az áramló rendszereket. A komponensáram a tömegáramnak egy különleges esete, a kémiailag különböző komponensekből álló áramlás csak egy kiválasztott komponensének áramát jelenti.
A hajtóerő az adott komponens koncentrációkülönbsége. A valamennyi fázisra és komponensre felírt komponensáramok összege a teljes tömegáramot adja.

***Hőáram vagy entalpiaáram:***
A műveleti egységek számításaiban energetikai jellemző. A hő- vagy entalpiaáram a tömegegységre és standard állapotra vonatkoztatott entalpiának időegység alatt átáramlott mennyiségét jelenti. Hajtóereje a „hő-sűrűség-különbség”. A hősűrűség a sűrűség, a fajhő és a hőmérséklet szorzataként számítható. Gyakorlati számításoknál a sűrűség és a fajhő változását elhanyagolhatjuk, ennek következtében a hajtóerő a hőmérsékletkülönbség.

***Impulzusáram:***
Az időegység alatt áthaladó impulzus értékét jelenti. Hajtóereje az „impulzussűrűség-különbség“. Az impulzussűrűség a sűrűség és a sebesség szorzata.
----
Áramló rendszerek esetén a különböző mennyiséek megmaradását a kontinuitási egyenlet írja le:

Ahol j: áramsűrűség, $\Gamma$: általánosított sűrűség

$$div\vec{j} + \frac{\partial \Gamma}{\partial \tau} = 0$$

Az egyenlet azt fejezi ki, hogy forrás nélküli elemi térrészbe belépő és onnan távozó áramok különbsége a lokális megváltozást adja meg.

**Konvektív áram:**
Ha valamilyen $\Gamma$ általánosított sűrűséggel jellemzett közeg a tér egyik pontjából a másikba áramlással, mozgással jut el, konventív áramról szokás beszélni. Konvektív áram pl. ha a gáz vagy folyadék áramlik keresztül egy csövön. A *konvenktív áram áramsűrűsége* az áramlási sebesség és az általánosított sűrűség szorzataként írható fel.

Általánosan: $\vec{j} = \Gamma \cdot \vec{v}$

| | |
|---|---|
| Tömegre | $\vec{j} = \rho \cdot \vec{v}$ |
| Komponensre | $\vec{j}_i = c_i \cdot \vec{v}$ |
| Hőre | $\vec{j}_i = (\rho \cdot c_p \cdot T)\,\vec{v}$ |
| Impulzusra | $\vec{j}_i = (\rho \cdot \vec{v}) \cdot \vec{v}$ |

**Vezetéses áram:**

Olyan áram, amelynél az adott mennyiség áramlásakor a környezet részecskéi gyakorlatilag nem mozdulnak el. Tiszta formájában szilárd testekben fordul elő. A vezetéses áramsűrűség a jellemző sűrűség negatív gradiensével arányos, az arányossági tényező a vezetés állandó.

Általánosan: $\vec{j_i} = -\delta \cdot grad\Gamma$

| | |
|---|---|
| Tömegre | $\vec{j_i} = -D \cdot grad\rho$ |
| Komponensre | $\vec{j_i} = -D_i \cdot gradc_i$ |
| Hőre | $\vec{j_i} = a \cdot grad\left(\rho \cdot c_p \cdot T\right)$ |
| Impulzusra | $\vec{j_i} = -\nu \cdot Grad\left(\rho \cdot \vec{v}\right)$ |

A kontiunuitási egyenlet a konvektív és a vezetéses áramokar együttesen figyelembe véve:

$$div\left(\Gamma \cdot \vec{v}\right) + div\left(-\delta \cdot grad\Gamma\right) + \frac{\partial \Gamma}{\partial \tau} = 0$$

**Átadási áram:**
Fázisok közötti tömeg, komponens, hő és impulzus csere leírására alkalmazható. Az átadási folyamat legelterjedtebb elmélete a kétfilm-elmélet. Az átadási áram hajtóereje a fázishatár két oldala között jelentkező sűrűségkülönbség. Az átadási áramot a rendelkezésre álló felület és az átadási tényező is befolyásolják:

Általánosan: $I = \sigma \cdot A \cdot \triangle\Gamma$
Ahhoz, hogy a kontinuitási egyenletbe beilleszthető legyen additív tagként, térfogategységre kell vonatkoztatni:

$$\frac{I}{V} = \sigma \cdot A \cdot \triangle\Gamma, \text{ legyen } \omega = \frac{A}{V}, \text{ átalánosan: } \frac{I}{V} = \sigma \cdot \omega \cdot \triangle\Gamma$$

Tömegre $$\frac{I}{V} = \vartheta \cdot \omega \cdot \triangle\rho$$

Komponensre $$\frac{I}{V} = \beta \cdot \omega \cdot \triangle c_i$$

Hőre $$\frac{I}{V} = \alpha \cdot \omega \cdot \triangle T$$

Impulzusra $$\frac{I}{V} = \gamma \cdot \omega \cdot \triangle(\rho \cdot \vec{v})$$

A kontiunuitási egyenlet az átadási árammal:

$$div\left(\Gamma\cdot\vec{v}\right)+div\left(-\delta\cdot grad\Gamma\right)+\sigma\cdot\omega\cdot\triangle\Gamma+\frac{\partial\Gamma}{\partial\tau}=0$$

**Források, nyelők:**

Az olyan elemi folyamatokat, ahol a vizsgált mennyiség úgy jelenik meg a műveleti egységben, hogy az előzőleg nem lépett át az egység falán hanem magában a berendezésben keletkezik, forrásoknak ill. Nyelőknek nevezzük.

A forrást az adott térfogatelemben időegység alatt előálló áramtöbblet jellemzi:

$$G=\frac{d\left(\vec{j}A\right)}{dV}$$

Komponensre $G=\nu_i\cdot r$

Hőre $G=\nu_i\cdot r\cdot\triangle H$

Impulzusra $G=gradp$

### 1.2.2 A Benedek-László egyenlet:

*Szavakkal: konvekció + vezetés + átadás + forrás = lokális megváltozás*

$$div\left(\Gamma\cdot\vec{v}\right)+div\left(-\delta\cdot grad\Gamma\right)+\sigma\cdot\omega\cdot\triangle\Gamma+G=-\frac{\partial\Gamma}{\partial\tau}$$

*Más néven: kibővített Damköhler egyenlet, vagy fundamentális egyenlet.*

*A fundamentális egyenlet tömegre vonatkozó alakja:*

$$div\left(\rho\cdot\vec{v}\right)+div\left(-D\cdot grad\rho\right)+\nu\cdot\omega\cdot\triangle\rho+=-\frac{\partial\rho}{\partial\tau}$$

*A fundamentális egyenlet komponensre vonatkozó alakja:*

$$div\left(c_i\cdot\vec{v}\right)+div\left(-D_i\cdot gradc_i\right)+\beta\cdot\omega\cdot\triangle c_i+\nu_i\cdot r=-\frac{\partial c_i}{\partial\tau}$$

*A fundamentális egyenlet hőre vonatkozó alakja:*

$$div\left(\left(\rho\cdot c_p\cdot T\right)\cdot\vec{v}\right)+div\left(-\lambda\cdot gradT\right)+\alpha\cdot\omega\cdot\triangle T+\nu_i\cdot r\cdot\triangle H=-\frac{\partial\left(\rho\cdot c_v\cdot T\right)}{\partial\tau}$$

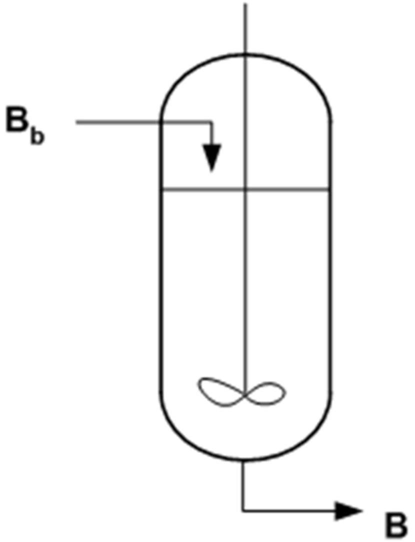
*A fundamentális egyenlet impulzusra vonatkozó alakja:*

$$Div\left[\left(\rho\cdot\vec{v}\right)\circ\vec{v}\right]+Div\left[-\nu\cdot Grad\left(\rho\cdot\vec{v}\right)\right]+\gamma\cdot\omega\cdot\left(\rho\cdot\vec{v}\right)+gradp=-\frac{\partial\left(\rho\cdot\vec{v}\right)}{\partial\tau}$$

## 1.2.3 Áramlási modellek:

*Tökéletes kevertség modellje*

A modell fizikailag akkor realizálható, ha az áram részecskéinek teljes (lokális) keveredése valósul meg a vizsgált térrészben, vagyis ha az általánosított sűrűség ($\Gamma$) független a helytől.




A Benedek-László egyenlet egyszerűsített alakja:

$$\frac{d(\Gamma \cdot V)}{d\tau} = B_b \cdot \Gamma_b - B \cdot \Gamma$$

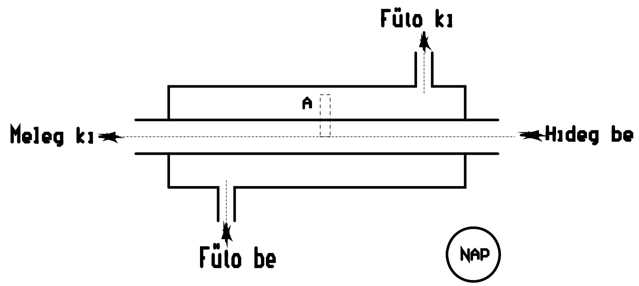
Ahol $V$ – vizsgált térrész
$B_b$ - a térrészbe belépő áram
$B$ - a térrészből távozó áram
$\Gamma_b$ - általánosított sűrűség a belépésnél

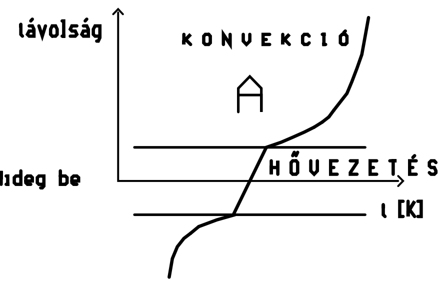
**Köszönöm a figyelmet, egyelőre ennyi☺**

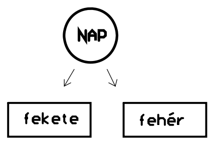
# Hőátvitel alapjai, hővezetés

## Hőátviteli módok:

- <u>vezetéses</u> hőátvitel, <u>hővezetés</u> (elemi részecskék hőmozgása, csak szilárd fázisban zavartalan(?) gáz és folyadék fázis esetén konvekció van)
- <u>konvekciós</u> hőátvitel (makroszkopikus részcskék áramlanak, a térben helyüket változtatják, az áramló közeg és a határoló fal közötti hőátmenet a hőátadás)
- <u>sugárzásos</u> hőátvitel (energiatranszport a molekulák, atomok rezgése következtében kibocsátott elektromágneses sugárzással. Egy test energiatartalmának egy része sugárzó energiává alakulva egy másik testbe ütközve részben(?) hőenergiává alakul vissza)




## Alapfogalmak:

- ***Hőmérsékletmező***: Egy tér ill. térrész minden pontjához hőmérséklet rendelhető. A hőmérséklet-eloszlás ha függ az időtől (instacionárius) $t = f(x, y, z, \tau)$,
  ha időben állandósult (stacionárius) $t = f(x, y, z)$
  függvénnyel írható le.

- Hőmérséklet gradiens a maximális hőmérséklet növekedést mutatja az eloszlás függvény normális irányában:

$$\frac{\partial t}{\partial n} = gradt$$

- Hőáram (időegység alatt áramló energia), mértékegysége: J/s, W, (régebben) kcal/s.
- Fajlagos hőáram, hőáramsűrüség (felület egységen áthaladó energia) mértékegysége: W/m$^2$, J/(m$^2$s), kcal/(m2s)

## A hővezetés tapasztalati egyenlete – Fourier I.

Ha egy fal vastagsága állandó, anyaga homogén és olyan méretű, hogy a vizsgált felületen (F) a hőáramlás csak a falra merőlegesen mehet végbe, akkor állandósult állapotban az átáramló hőmennyiség arányos a hőmérséklet gradienssel.

$$dQ = -\lambda \cdot F \cdot \frac{dt}{dx} d\tau$$

Q az áthaladt hőmennyiség [Ws],

$\lambda$ a hővezető-képesség [ W/(mK), J/(msK)],

dt/dx az x irányú a hőmérsékletesés [K/m],

F a keresztmetszet [m$^2$].

Stacioner esetben:

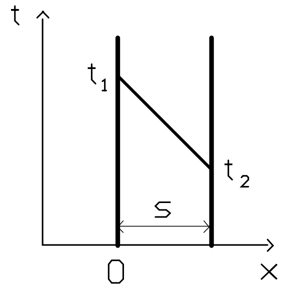
$$dq = -\lambda \cdot \frac{dt}{dx}$$

## Néhány szerkezeti anyag hővezető képessége:

| Anyag | λ W/(Km) | Anyag | λ W/(Km) |
|---|---|---|---|
| réz | 395 | sárgaréz | 55-160 |
| acél (ferrites) | 30-60 | acél (ausztenites) | 20-25 |
| titán | 22 | tégla | 1,2 |
| üveg | 0,7-1,1 | polipropilén | 0,23 |
| PVC | 0,17 | farostlemez | 0,07-0,14 |

## Feladatok:

### Stacioner hővezetés síkfal esetén:

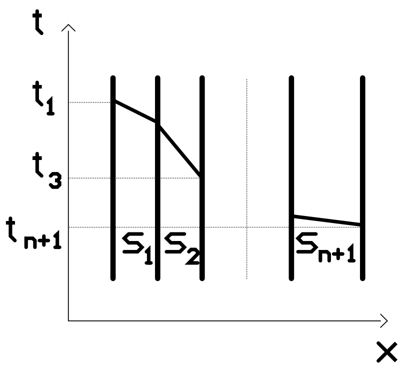



$$Q = -\lambda F \frac{dt}{dx}\tau$$

$$-\int_{t1}^{t2} dt = t_1 - t_2 = \int_0^s \frac{Q}{\lambda F \tau} dx$$

$$\boxed{Q = \frac{\lambda}{s} F(t_1 - t_2)\tau = \frac{\lambda}{s} F \Delta t \tau}$$

### Többrétegű síkfal esetén:




$$q = \frac{\lambda_1}{s_1}(t_1 - t_2) \rightarrow t_1 - t_2 = q\frac{s_1}{\lambda_1}$$

$$q = \frac{\lambda_2}{s_2}(t_2 - t_3) \rightarrow t_2 - t_3 = q\frac{s_2}{\lambda_2}$$

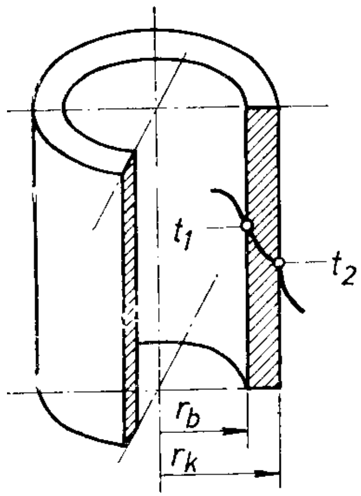
$$q = \frac{\lambda_n}{s_n}(t_n - t_{n+1}) \rightarrow t_n - t_{n+1} = q\frac{s_n}{\lambda_n}$$

$$\sum t_1 - t_{n+1} = q\left(\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \ldots + \frac{s_n}{\lambda_n}\right)$$

$$q = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{s_i}{\lambda_i}}$$

$$\boxed{Q = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{s_i}{\lambda_i}} F\tau}$$

## Stacioner hővezetés hengeres fal esetén:




$$Q = -\lambda F \frac{dt}{dx} \tau \qquad -\int_{t_1}^{t_2} dt = t_1 - t_2 = \Delta t = \int_{r_b}^{r_k} \frac{Q}{\tau \lambda F} dx \qquad \Delta t = \frac{Q}{2\pi L \tau \lambda} \int_{r_b}^{r_k} \frac{dx}{x}$$

$$\boxed{Q = \frac{2\pi L (t_1 - t_2)}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_k}{r_b}} \tau} \qquad \boxed{Q = \frac{2\pi L (t_1 - t_{n+1})}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_i}{r_{i+1}}} \tau}$$

## Hőellenállások

A hőátadási folyamatok elemzésében a mérnöki gyakorlatban a kialakuló hőáram értékére vagyunk kíváncsiak stacionárius állapotot és fix felületi hőmérsékleteket feltételezve. Ezen problémák egyszerűen, differenciálegyenlet felírása nélkül is megoldhatók, amennyiben bevezetjük a hőellenállás koncepcióját, és ezeket az összetett szerkezeteket úgy vizsgáljuk, mintha elektromos áramkörök lennének. Az analógia nagyon egyszerű: míg villamos áramkörben feszültségkülönbség hatására az elektromos ellenállással arányos elektromos áram indul, addig a hőátadás esetében hőmérséklet-különbség hatására a hőellenállással arányos hőáram fog kialakulni.

**Síkfalra vonatkozó összefüggések:**

$$\dot{Q}_{vez,fal} = \frac{\lambda}{s} \cdot A \cdot (T_1 - T_2)$$

Bevezetve a villamos analógiát, ami $I = \dfrac{U_1 - U_2}{R_e}$, hőátadás esetén a következő összefüggést kapjuk:

$$\dot{Q}_{vez,fal} = \frac{T_1 - T_2}{R_{fal}}$$

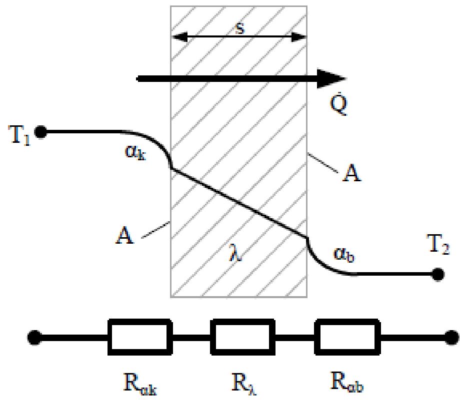
## A síkfal hőellenállása:

$$R_{fal} = \frac{s}{\lambda \cdot A}$$

ahol $s$ a vizsgált fal vastagsága, $\lambda$ a hővezetési tényező, $A$ pedig a vizsgált fal hőáramra merőleges felülete. Az összefüggésből következik, hogy a hőellenállás mértékegysége $\frac{°\mathrm{C}}{\mathrm{W}}$ lesz. Amennyiben valóságos állapotot feltételezünk, vagyis a fal két oldalán megjelennek a konvekcióra vonatkozó összefüggések, a hőátadás esetére is számítanunk kell hőellenállásokat. Kiindulva Newton összefüggéséből, mellőzve a levezetést, hőátadás esetére az összefüggés a következő:

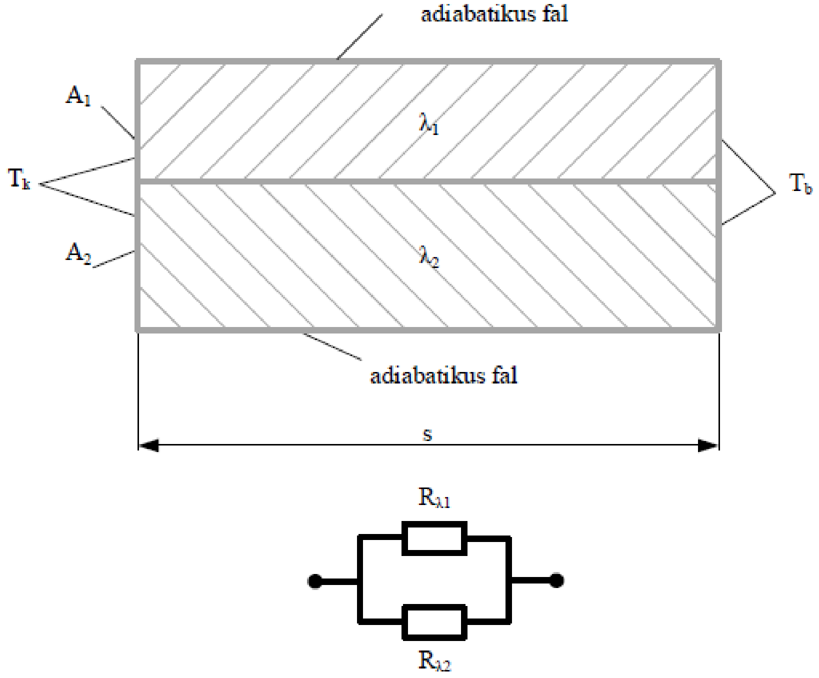
$$R_{konv} = \frac{1}{\alpha \cdot A}$$

Ezekből az egyrétegű síkfal ellenállása, két oldalán konvekcióval a következő:



# Hőáramlással párhuzamos falak

A hétköznapi gyakorlatban az eddig bemutatott esetek mellett olyan falak hővezetését is vizsgálni kell, amikor a falak a hőáramlással párhuzamosak. Ilyenkor a hő mindkét rétegben egyszerre tud haladni, ezért párhuzamos ellenállásoknak kell őket tekinteni.



A hőellenállások:

$$R_1 = \frac{s}{\lambda_1 \cdot A_1}$$

$$R_2 = \frac{s}{\lambda_2 \cdot A_2}$$

Vigyázzunk arra, hogy a hőátadó felületek a legritkább esetben egyeznek meg. Az eredő hőellenállás pedig:

$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Ha csak kettő réteg van párhuzamosan kötve, akkor használhatjuk a replusz összefüggést is:

$$R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

**Köszönöm a figyelmet, egyelőre ennyi☺**

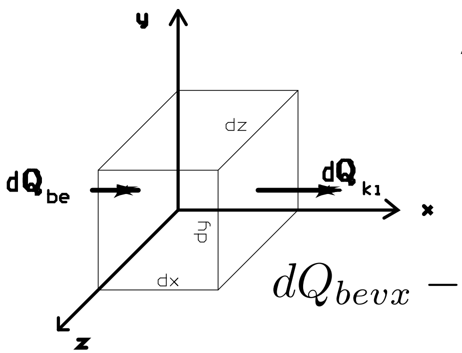
# Időben változó hővezetés

## Hővezetés differenciálegyenlete – Fourier II. *(időben változó hővezetés)*

Feltételezés: az anyag izotróp és homogén
Az elemi térfogatú zárt térbe érkező és távozó energiák legyenek csak x irányúak.

Energiamérleg:

$$dQ_{bevx} = -\lambda \cdot dy \cdot dz \frac{\partial t}{\partial x} \cdot d\tau \qquad dQ_{kix} = -\lambda \cdot dy \cdot dz \frac{\partial t}{\partial x} \cdot d\tau - \lambda \cdot dy \cdot dz \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right) \cdot dx \cdot d\tau$$




A vizsgált térben a be- és kilépő energia különbsége marad:

$$dQ_{ter} = dx \cdot dy \cdot dz \cdot \rho \cdot c \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau$$

$$dQ_{bevx} - dQ_{kix} = -\lambda \cdot dy \cdot dz \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right) \cdot dx \cdot d\tau = dx \cdot dy \cdot dz \cdot \rho \cdot c \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau$$

$$\lambda \frac{\partial^2 t}{x^2} = \rho \cdot c \cdot \left(\frac{\partial t}{\partial \tau}\right)_x$$

Három irányú vezetés esetén a vizsgált térben maradó energia:

$$\lambda \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{x^2} + \frac{\partial^2 t}{y^2} + \frac{\partial^2 t}{z^2}\right) d\tau$$

a térben a változatlan formában felírható hőmennyiség változáshoz vezet, azaz:

$$dQ_{bevx} - dQ_{kivx} = dx \cdot dy \cdot dz \cdot \rho \cdot c \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau$$

A két egyenletből:

$$\lambda \cdot \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} \Rightarrow a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \Rightarrow \boxed{a \cdot \nabla^2 t = \frac{\partial t}{\partial \tau}}$$

**Peremfeltételek:**

**Elsőfajú a peremfeltétel**, ha a tartomány adott határán a hőmérséklet értékét ismerjük. Ez jelentheti azt is, hogy valamilyen állandó érték, vagy ha nem állandó, akkor az idő ismert függvénye szerint változik. Ilyen eset az, amikor ismerjük a test felszíni hőmérsékletét, ami állandó, mert pl. tökéletes hőkontaktusban van egy végtelen hőkapacitású „hőtartállyal”. Változhat a felszín hőmérséklete pl. periodikusan (w körfrekvenciával) $t_w = t_0 \sin(\omega \tau)$.

## Peremfeltételek:

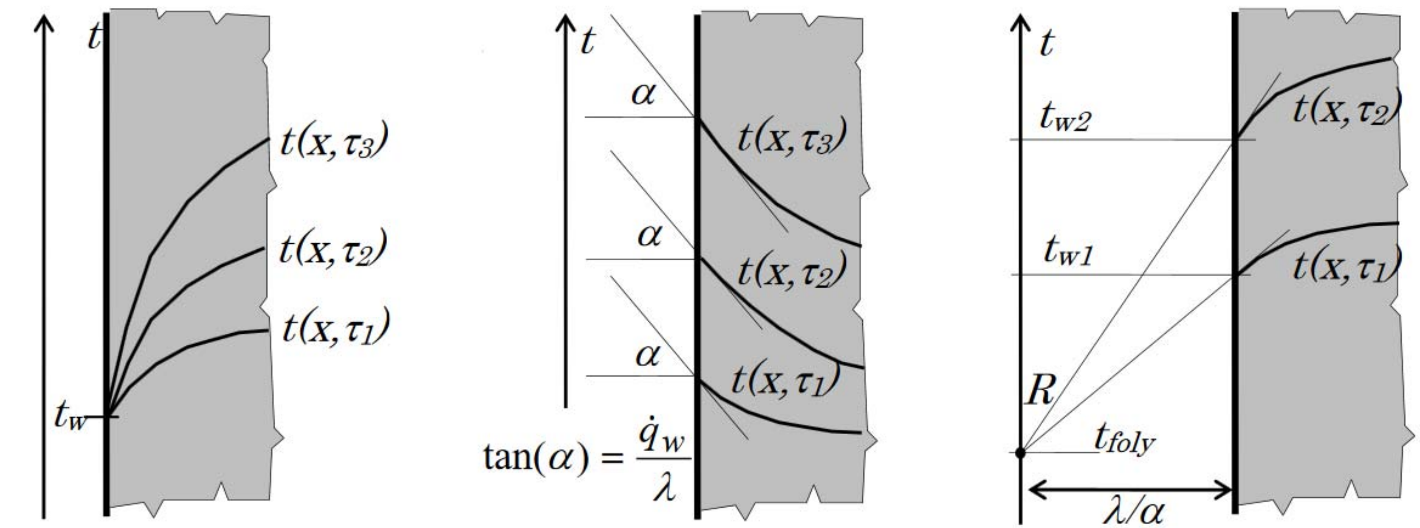
**Másodfajú a peremfeltétel**, ha a tartomány adott határán a hőáramsűrűséget ismerjük, ami a Fourier-törvény szerint egyben azt jelenti, hogy a hőmérsékletet meghatározó függvény differenciálhányadosát ismerjük a peremen. Ez lehet állandó, vagy az idő ismert függvényeként változó érték. Matematikailag megfogalmazva:

$$\dot{q}_w = -\lambda \left. \frac{dt}{d\underline{n}} \right|_w$$

**Harmadfajú a peremfeltétel**, ha a test adott felszínén a hőáramsűrűség arányos a test felszíni és a környezet hőmérsékletének a különbségével -azaz ha hőátadás történik. Ekkor a hőátadás alapegyenlete és a Fourier-törvény alapján írhatjuk:

$$-\lambda \frac{dt}{d\underline{n}} = \alpha(t_w - t_{foly})$$

## Peremfeltételek:




| Elsőfajú | Másodfajú | Harmadfajú |
|---|---|---|
| *A hőmérsékletgörbék felszíni pontja közös.* | *A hőmérsékletgörbék felszíni érintőjének meredeksége azonos.* | *A hőmérsékletgörbék felszíni érintői mind az (R) pontba mutatnak.* |

## Hővezetés általános differenciálegyenletének megoldása: 1D-s eset

Hővezetés általános differenciálegyenlete:

$$a \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

Tekintsük az idő és az x-irányú kiterjedés ekvidisztáns felosztását. A differenciálhánydosokat közelítsük az alábbi differenciahányadosokkal:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} \cong \frac{T_i^{k+1} - T_i^k}{\triangle \tau} \qquad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \cong \frac{T_{i-1}^k - 2T_i^k + T_{i+1}^k}{\triangle x^2}$$

Ebben az esetben a fenti DE az alábbi alakban írható:

$$a\frac{T_{i-1}^k - 2T_i^k + T_{i+1}^k}{\triangle x^2} = \frac{T_i^{k+1} - T_i^k}{\triangle \tau}$$

Az egyenlet átrendezésével kapjuk az alábbi alakot:

$$T_i^{k+1} = T_i^k + \frac{a\triangle\tau}{\triangle x^2}\left(T_{i-1}^k - 2T_i^k + T_i^{k+1}\right)$$

Ezen rekurzív formulával számolható az k+1-ik időléptékben az i-ik pont hőmérséklete! A formula csak abban az esetben stabil, ha

$$\frac{a\triangle\tau}{\triangle x^2} < \frac{1}{2}$$

## Időben változó hővezetés – Együttes hővezetés és konvekció

A hővezetésre vonatkozó egyenlet a konvekciót figyelembe vevő résszel bővül.

x irányba konvekcióval (anyag áramlik a térbe) érkező energia:

$$Q_{bekx} = w_x \, dy \, dz \, c \, \rho \, t \, d\tau$$

A dx távolság után a távozó:

$$Q_{kikx} = Q_{bekx} + dy \, dz \frac{\partial (c \, \rho \, w_x \, t)}{\partial x} dx \, d\tau$$

A vizsgált térben bekövetkező változás állandónak tekinthető fajhő (*c)* esetén:

$$Q_{bekx} - Q_{kikx} = - dx \, dy \, dz \, c \frac{\partial(\rho w_x t)}{\partial x} d\tau, \qquad \text{ha } \rho = \text{állandó}$$

Mindhárom irány esetén

$$\frac{\partial(\rho w_x t)}{\partial x} d\tau = t\rho \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho \, w_x \frac{\partial t}{\partial x}$$

$$t\rho\left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z}\right) + \rho\left(w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z}\right)$$

Feltételezve, hogy forrás ill. nyelő a térben nincs (div w=0) konvektiv áramlás következtében a vizsgált térben maradó energia:

Összevonva a vezetéses taggal, egyszerűsítve:

$$Q_{bek} - Q_{kik} = - dx \, dy \, dz \, c \, \rho \left(w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z}\right) d\tau$$

$$\boxed{a\nabla^2 t = \frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\partial t}{\partial \tau} + w\nabla t}$$

**Köszönöm a figyelmet, egyelőre ennyi☺**

Felhasznált irodalom:


- Bihari P. Hőtan - ftp://www.energia.bme.hu/pub/muszaki_hotan/jegyzetek/Hotan_jegyzet_2016.pdf

# Hasonlósági kritériumok a hőátvitel esetén

## Hasonlósági kritériumok hőátviteli feladatoknál

A Fourier-Kirchhoff egyenletet általában nem lehet integrálni, a megoldáshoz szükséges feltételek megfogalmazási nehézségei miatt. A műszaki gyakorlatban hőátviteli berendezések esetén méretezésnél, ellenőrzésnél hasonlósági kritériumokkal dolgoznak.

A hasonlóság elmélet (módszer) lehetővé teszi, hogy kísérleti jelenségek általánosítása révén, a vizsgált határok között, hasonló jelenségekre integrális megoldást nyerjünk integrálás nélkül. (Ha a kiindulás pontatlan a végeredmény is!)

*A hasonlóság elmélet II. tétele (Federman-Buckingham) szerint:*

Valamely jelenséget leíró differenciálegyenlet integrálja hasonlósági kritériumok függvényeként előállítható. Ezt a függvényt kritériális egyenletnek nevezik. A kritériális egyenlet állandóit kísérleti úton kell meghatározni.

Két jelenség hasonló, ha a jelenséget egyértelműen meghatározó differenciálegyenletek azonosak és amelyek esetében az egyértelműségi feltételek (matematikailag a differenciálegyenletek megoldásához szükséges feltételek: értelmezési tartomány, peremfeltétel, kezdeti feltétel, állapotegyenlet) hasonlósága teljesül. Az egyértelműségi feltételek hasonlóságának a hasonlóságot meghatározó kritériumok egyenlősége felel meg.

*Tömören: Azonos differenciálegyenletek, azonos hasonlósági kritériumok.*

Konvektív hőátadásnál a hőáram:

$$q = \alpha \cdot \Delta t$$

Nyilvánvaló, hogy ez a hőáram halad a lamináris határrétegen keresztül és így felírható a Fourier féle összefüggés:

$$q = -\lambda \frac{dt}{dl}$$

A vizsgált jelenségre felírható:

$$\alpha\ \Delta t = -\lambda \frac{dt}{dl}$$

A modellre azonos egyenlet vonatkozik, jelölésben az *m* a modellre utal:

$$\alpha_m \Delta t_m = -\lambda_m \frac{dt_m}{dl_m}$$

A vizsgált jelenség és modell különböző, de egynemű mennyiségei között a hasonlósági léptékek, hasonlósági állandók teremtenek kapcsolatot. A hasonlósági lépték fontos tulajdonsága, hogy az egynemű mennyiségek aránya helyettesíthető a növekmények arányával.

$$c_w = \frac{w}{w^*} = \frac{w_1 - w_2}{w_1^* - w_2^*} = \frac{dw}{dw^*}$$

Hasonlósági állandók a jelenség és modell között:

$$c_\alpha = \frac{\alpha}{\alpha_m} \qquad c_t = \frac{\Delta t}{\Delta t_m} \qquad c_\lambda = \frac{\lambda}{\lambda_m} \qquad c_l = \frac{l}{l_m}$$

A hasonlósági állandókat behelyettesítve az eredeti egyenletbe:

$$c_\alpha c_t \alpha_m \Delta t_m = -\frac{c_\lambda c_t}{c_l} \lambda_m \frac{dt_m}{dl_m}$$

A modellre vonatkozó egyenlettel azonos egyenletet kapunk:

$$\frac{c_\alpha c_l}{c_\lambda} \alpha_m \Delta t_m = -\lambda_m \frac{dt_m}{dl_m}$$

Ha a hasonlósági állandókból képzett kifejezés, a hasonlósági indikátor hasonlósági invariáns, értéke 1:

$$\frac{c_\alpha c_l}{c_\lambda} = 1$$

A hasonlósági invariánsból meghatározható hasonlósági kritérium a Nusselt-szám:

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}$$

A *Fourier-Kirchhoff összefüggésből*:

$$a \cdot \nabla^2 t = \frac{\partial t}{\partial \tau} + w \nabla t$$

Azonos egyenlet állítható elő a hasonlósági léptékekkel:

$$\frac{c_a c_t}{c_l^2} a \cdot \nabla^2 t = \frac{c_t}{c_\tau} \frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{c_w c_t}{c_l} w \nabla t$$

Ha az együtthatók megegyeznek, azaz:

$$\frac{c_a c_t}{c_l^2} = \frac{c_t}{c_\tau} = \frac{c_w c_t}{c_l}$$

A három kifejezésből két független hasonlósági kritérium állítható elő:

$$\mathrm{Fo} = \frac{\tau \cdot a}{l^2} \qquad \mathrm{Pe} = \frac{w \cdot l}{a}$$

Hőátadásnál a fluidum részecskéi mozognak, konvekció van. A fluidumot összenyomhatatlannak tekintve felírható Navier-Stokes egyenlet:

$$\rho g - \mathrm{grad}p + \eta \Delta w = \rho \frac{\partial w}{\partial \tau} + \rho w \ \mathrm{grad}w$$

$$\rho g \qquad \Delta p/l \qquad \eta w/l^2 \qquad \rho w/\tau \qquad \rho w^2/l$$

A differencálegyenletek azonosságára vonatkozó előírás miatt négy hasonlósági kritérium állítható elő a külső erőtérre, a nyomó, a súrlódási, a tehetetlenségi erőre és az instacioneritásra vonatkozó kifejezések figyelembevételével:

Froude-szám $\mathrm{Fr} = \frac{\rho w^2}{l \rho g} = \frac{w^2}{lg}$

Euler-szám $\mathrm{Eu} = \frac{\Delta p \ l}{l \rho w^2} = \frac{\Delta p}{\rho w^2}$

Reynolds-szám $\mathrm{Re} = \frac{\rho w^2 l^2}{l \eta w} = \frac{\rho w l}{\eta} = \frac{wl}{\nu}$

Homokronitás $\mathrm{Ho} = \frac{\rho w^2}{l} / \frac{\rho w}{\tau} = \frac{\tau w}{l}$

A levezetett hasonlósági kritériumokból új kritériumok is előállíthatók:

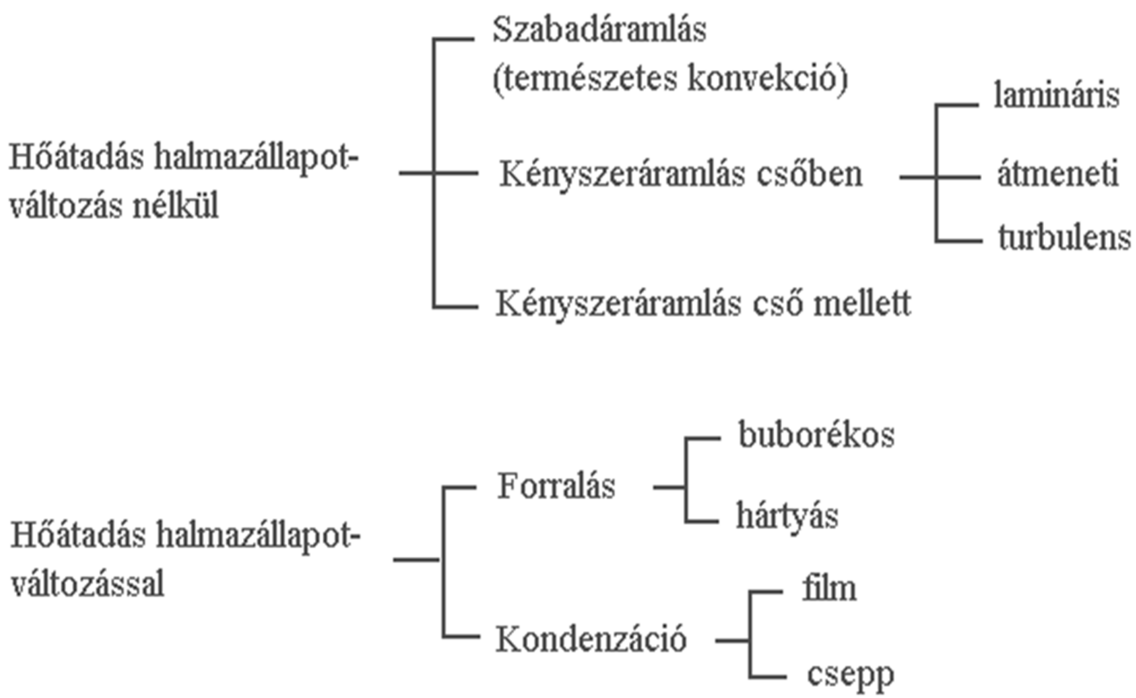
$$\mathrm{Pr} = \frac{\mathrm{Pe}}{\mathrm{Re}} = \frac{\frac{wl}{a}}{\frac{wl}{\nu}} = \frac{\nu}{a} \qquad \mathrm{St} = \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Pr}\,\mathrm{Re}}$$

**Köszönöm a figyelmet, egyelőre ennyi☺**

# Hőátadás

## Hőátadás

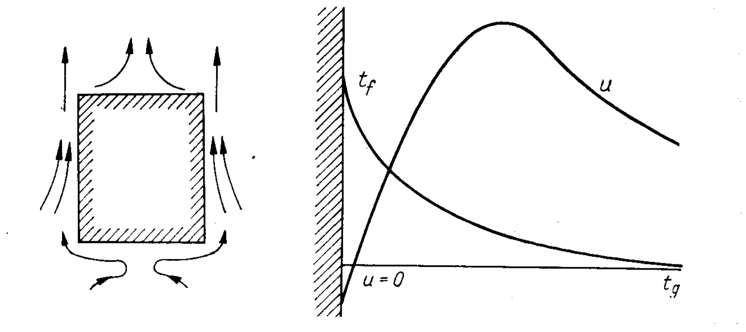
A műszaki számításokhoz felhasználható kritériális egyenletek csoportosíthatók a különböző hőátadási formáknak megfelelően. Jellegzetes alapesetek:




A hőátadási tényező meghatározására vonatkozó közlemények száma több tízezer, alkalmazásuknál nagy gondossággal kell eljárni, hiszen a modellkísérletekből nyert eredmények alkalmazása feltételekhez(!) kötött.

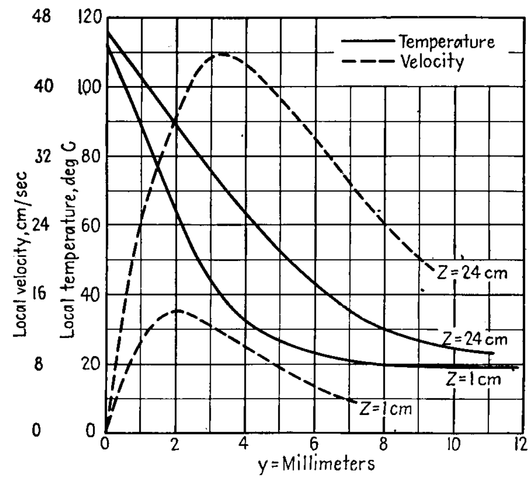
## Szabadáramlás (természetes konvekció)

A szabadáramlás a fal melletti közeg felmelegedése ill. lehűlése következtében, a sűrűségváltozás miatt jön létre. A hőátadásra vonatkozó összefüggésben a kényszeráramlásra jellemző Re kritérium nem szerepel, mivel a hőátadás a felület méreteitől, az áramló fluidum anyagjellemzőitől és a hőmérséklettől függ. (a sebesség nem független változó)




Az ábrán (Ciborowski: A vegyipari műveletek alapjai) egy fűtött (meleg) test körül kialakult áramlás jellegzetes képe, a fal környezetében kialakuló hőmérséklet- és sebességeloszlás (u) látható

Egy 1ft magas fűtött lemez mellett kialakuló hőmérséklet- és sebességeloszlás Mc Adams: Heat Transmission könyve alapján:




Függőleges sík vagy hengeres fal esetén a hőátadási tényező a következő kriteriális egyenletből határozható meg:

$$\boxed{Nu = C \cdot (Pr \cdot Gr)^n}$$

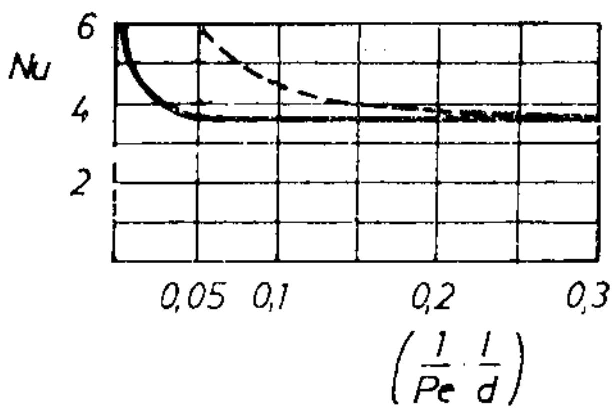
$$\boxed{Nu = C \cdot (Pr \cdot Gr)^n}$$

$$Gr = \frac{g l^3 \rho^2}{\eta^2} \beta \Delta t$$

| Áramlás | Feltétel | *C* | *n* |
|---|---|---|---|
| lamináris | $Pr\,Gr<500$ | 1,18 | 0,125 |
| átmeneti | $500< Pr\,Gr<2*10^7$ | 0,54 | 0,25 |
| turbulens | $Pr\,Gr>2*10^7$ | 0,135 | 0,33 |

A jellemző geometriai méret a magasság 0,6 m-ig. Az anyagjellemzőket a határréteg közepes hőmérsékletére kell meghatározni.
Ha az áramlás zárt térben (autoklávban, ablak üvegek között stb.) alakul ki, a hővezetésre vonatkozó Fourier-féle összefüggés használható, azzal a különbséggel, hogy hővezetési tényezőként egy kísérleti úton meghatározott ekvivalens hővezetési tényezőt kell figyelembe venni

## Kényszerkonvekciós hőátadás csőben



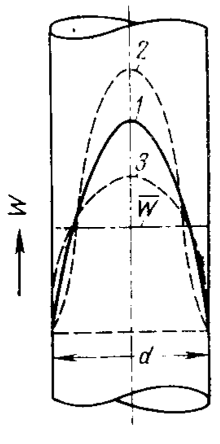

A szaggatott vonal az átlagos, míg a folytonos a belépéstől „l” távolságra lévő helyen mutatja a hőátadási tényező értékét.
Az ábrán Nu szám 3,65 értékhez tart.

Az áramlás termikusan kialakult, ha $\frac{1}{Re \cdot Pr} \frac{1}{d} > 0{,}5$

A lamináris áramlás hidraulikus kialakulási hossza:

$$l_h = 0{,}03 \cdot Re \cdot d$$

Hidraulikusan kialakult áramlás esetén: $$\mathrm{Nu} = 1{,}61\left(\mathrm{Pe}\frac{d}{l}\right)^{1/3}$$




A hőátadási tényezőt a sebességeloszlás és a hőátadás következtében kialakuló természetes konvekció is befolyásolja.

Az ábrán az 1 jelű görbe lamináris áramlás esetén izoterm esetre mutatja a sebességeloszlást (forgási paraboloid).
Ha a csőben áramló anyag hűl, a fal mellett a hőmérséklet kisebb lesz mint bentebb és a viszkozitás változás miatt a sebességprofil a 2 görbe szerint módosul. Fűtés esetén a 3 görbe tájékoztat a változásról.

Az átlagsebesség mindhárom esetben azonos: $$w_a = \frac{1}{A}\int w_i(r)\,dA$$

A hőáramlás irányát általában az $\left(\frac{\eta}{\eta_f}\right)^{0,14}$ tényezővel veszik figyelembe.

Az átlagos Nusselt számra javasolt összefüggés: $$\boxed{\mathrm{Nu} = 1{,}86\left(\mathrm{Pe}\frac{d}{l}\right)^{1/3}\left(\frac{\eta}{\eta_f}\right)^{0,14}}$$

Egy másik gyakorlat a konstansok értékeire ad meg eltérő értékeket a hőáramlás irányától függően. KRAUSSOLD melegítés esetére C=15, míg hűtés esetére C=11,5 értéket ad meg a következő összefüggés alkalmazásánál:

$$\mathrm{Nu} = C\ \mathrm{Pe}^{0,23}\left(\frac{d}{l}\right)^{0,5}$$

## Kényszerkonvekciós hőátadás csőben - Turbulens áramlás

A kritériális egyenletben szereplő anyagjellemzők értékei a hőmérséklettől függőek. Az összefüggések átlagos hőmérsékletre ill. filmhőmérsékletre vonatkoznak.

Átlagos hőmérséklet a be- és kilépő hőmérsékletek átlaga:

$$t = \frac{t_1 + t_2}{2}$$

A film közepes hőmérséklete $t_{fk}$ a fal és az átlagos hőmérséklet átlaga:

$$t_{fk} = \frac{t_f + t}{2}$$

Ha Re>10000 és 0,7<Pr<160 a hőátadási tényező a következő, a film közepes hőmérsékletét figyelembe vevő kritériális egyenletből számítható:

$$\boxed{Nu = 0{,}023\,Re^{0,8}\,Pr^{1/3}}$$

Az átlagos hőmérsékletre vonatkozó kritériális egyenletben a sebességmező módosulást a viszkozitási tényezővel veszik figyelembe:

$$\boxed{Nu = 0{,}023\,Re^{0,8}\,Pr^{1/3}\left(\frac{\eta}{\eta_f}\right)^{0,14}}$$

A hőátadási tényező az un. Colburn-faktor segítségével is meghatározható. Figyelembe véve, hogy a Stanton szám:

$$St = \frac{Nu}{Re\;Pr}$$

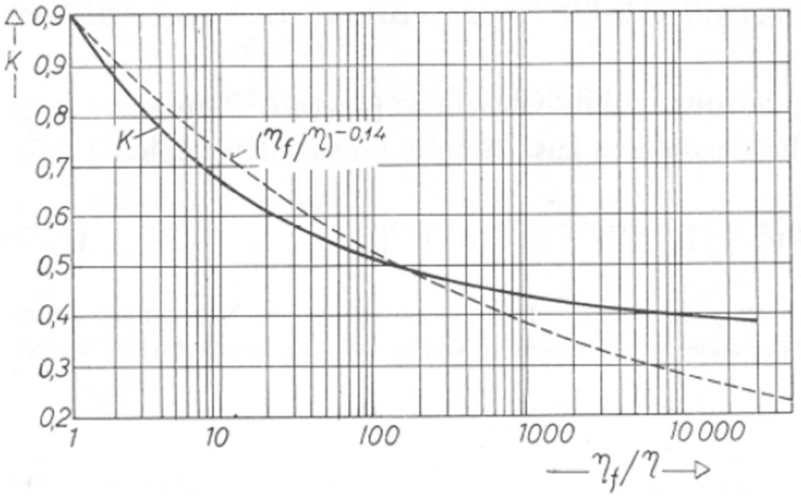
$$j_h = St\;Pr^{2/3}\left(\frac{\eta}{\eta_f}\right)^{-0,14} = 0{,}023\,Re^{-0,2}$$

$$j_H = Nu\;Pr^{-1/3}\left(\frac{\eta}{\eta_f}\right)^{-0,14} = 0{,}023\,Re^{0,8}$$

## Kényszerkonvekciós hőátadás csőben - Átmeneti áramlás 2100<Re<10000

Közelítő számításokhoz használható a következő összefüggés:

$$\boxed{Nu = 0{,}008\,Re^{0,9}\,Pr^{0,43}}$$




Újabb vizsgálatok szerint a viszkozitási tényező hatványkitevője nem ad megfelelő korrekciót nagy viszkozitású olajoknál. Hackl-Gröll korrekciós tényező:

$$1{,}00 \le (\eta/\eta_f) \le 100 \qquad K = 0{,}088x^2 - 0{,}413x + 1$$

$$50 \le (\eta/\eta_f) \le 10000 \qquad K = 0{,}022x^2 - 0{,}198x + 0{,}835$$

$$K = 0{,}645 \cdot (\eta/\eta_f)^{-0,3} + 0{,}345 \qquad 4450 \le Re \le 12500$$

Hausen szerint:

$$Nu = 0{,}37 \cdot \left[1 + (d/l)^{2/3}\right]\left(Re^{0,75} - 180\right) \cdot Pr^{0,42} \cdot K$$

### Kényszerkonvekciós hőátadás csőkígyóban

Jeschke szerint ha a csőkígyóban levegő áramlik, akkor az egyenes csőre meghatározott értéket korrigálni kell: $1 + 3{,}54 \cdot d/D_c$-vel.

Dean szerint (folyadék áramlás) a Nu –szám:

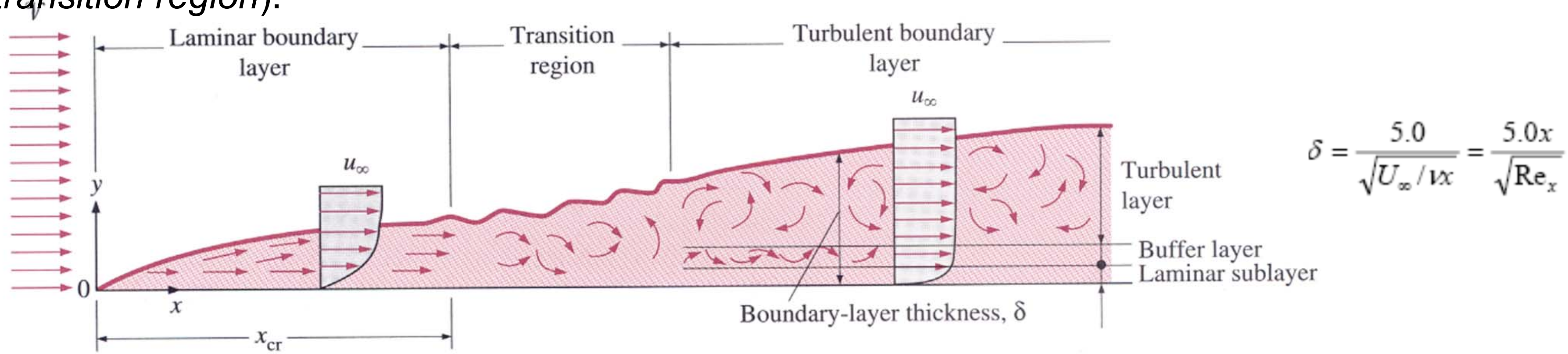
$$\boxed{Nu_c = \left(0{,}76 + 0{,}65 \cdot \sqrt{De}\right) \cdot Pr^{0,175}} \qquad 50 \le De \le 2000,\ \ 5 \le Pr \le 175$$

$$De = Re\sqrt{d/D_c}$$

## Konvekciós hőátvitel körüláramlott testeknél

*Kényszerkonvekciós hőátadás sík lap mentén*

A felületen a sebesség nulla. A határrétegen belül a sebesség 0,99*$u_\infty$-re változik. A belépő éltől távolodva a hidraulikus határréteg vastagsága növekszik. A kritikus távolság ($x_{cr}$) után a határréteg-áramlás turbulens lesz. Az átmenet nem éles, hanem egy tartományhoz köthető (*transition region*).




Lamináris tartományban, ha $x_{cr}$ > L, állandó anyagjellemzők és állandó felületi hőmérséklet esetén Pohlhausen által levezetett összefüggés:

$$\mathrm{Nu_L} = 0{,}664 \cdot \mathrm{Re_L^{1/2}} \cdot \mathrm{Pr^{1/3}}$$

A Re számban a jellemző geometriai méret: L, a sebesség $u_\infty$, az anyagjellemzők a határréteg közepes hőmérsékletén értelmezve.

Turbulens esetben:

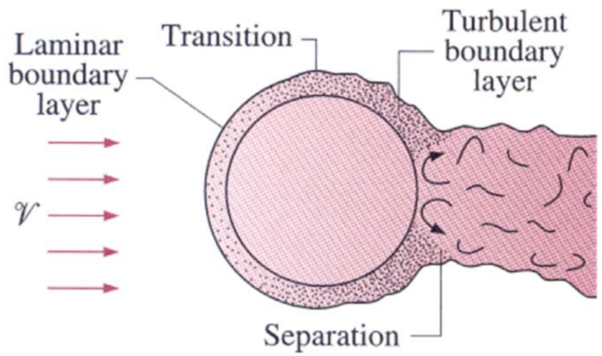
$$\mathrm{Nu_L} = 0{,}0506 \cdot \mathrm{Re_L^{0,78}} \cdot \mathrm{Pr^{0,42}} \text{ (Hausen)}$$

$$\mathrm{Nu_L} = 0{,}037 \cdot \mathrm{Re_L^{0,8}} \cdot \mathrm{Pr^{0,43}} \text{ (Schlichting)}$$

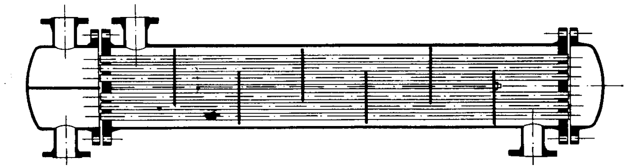
## *Hőátadás csőre merőleges áramlás esetén*

A cső körül a helyi Nu számok erősen változnak. A műszaki gyakorlatban az átlagos Nu-al számolunk.

| Cross-section of the cylinder | Fluid | Range of Re | Nusselt number |
|---|---|---|---|
| Circle | Gas or liquid | 0.4–4<br>4–40<br>40–4000<br>4000–40,000<br>40,000–400,000 | $Nu = 0.989Re^{0.330}\,Pr^{1/}$<br>$Nu = 0.911Re^{0.385}\,Pr^{1/}$<br>$Nu = 0.683Re^{0.466}\,Pr^{1/}$<br>$Nu = 0.193Re^{0.618}\,Pr^{1/}$<br>$Nu = 0.027Re^{0.805}\,Pr^{1/}$ |
| Square | Gas | 5000–100,000 | $Nu = 0.102Re^{0.675}\,Pr^{1/}$ |




## *Hőátadás csőköteges hőcserélő köpenyterében*



A köpenytérben áramló folyadék részben párhuzamosan, részben merőlegesen áramlik a hőátadó felületet képező csövekhez képest. A hőátadási tényező meghatározására DONOHUE a következő általános összefüggést ajánlja:

$$Nu = C\ \mathrm{Re}^{0,6}\,\mathrm{Pr}^{0,33}\left(\frac{\eta}{\eta_f}\right)^{0,14}$$

A Nu és Re számban szereplő geometriai méret, a cső külső átmérője. A C állandó a köpenytér kialakításától függ.

*A „C" állandó értékei:*

- Terelőlemez nélküli kialakítás esetén: $C = 1{,}16 d_e^{0,6}$

ahol a de egyenértékű átmérő (hidraulikai sugár = nedvesített felület / nedvesített kerület) a D köpeny belső átmérőjéből, a z csőszámból és egy cső külső átmérőjének figyelembevételével meghatározható:

$$d_e = \frac{D^2 - zd^2}{D + zd}$$

- Szegmens típusú terelőlemez esetén: $C = 0{,}23$
- Kör-körgyűrű terelőlemez esetén: $C = 2{,}08 d_e^{0,6}$

A Re számban szereplő w sebességet a mértékadó $f_e$ áramlási felületre kell meghatározni a köpenytérben áramló G közegmennyiség, és a közepes hőmérsékletre vonatkozó sűrűség figyelembevételével: $w = \frac{G}{\rho f_e}$

- Terelőlemez nélküli kialakítás esetén:

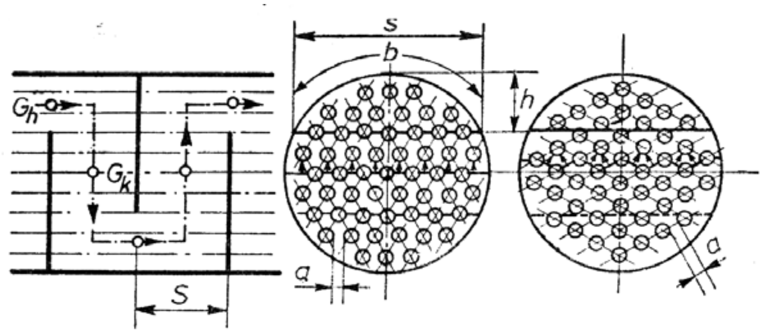
$$f_e = \frac{\left(D^2 - zd^2\right)\pi}{4}$$

- Szegmens típusú terelőlemezeknél a kereszt- és hosszirányú áramlással érintett felületek mértani közepét kell figyelembe venni:

$$f_e = \sqrt{f_k f_h}$$

A keresztirányú áramlásra rendelkezésre álló terület a terelőlemezek S távolságából és az átmérő mentén található rések összegéből:

$$f_k = S\Sigma a$$

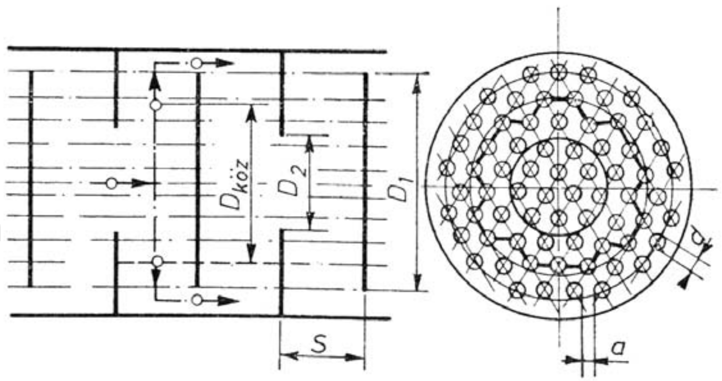



A hosszirányú áramlási keresztmetszet a felületen áthaladó $z_1$ csövek számának figyelembevételével:

$$f_h = \frac{D(b-s)+2sh}{4} - z_1 \frac{d^2\pi}{4}$$

A keresztirányú áramlásra rendelkezésre álló terület a terelőlemezek S távolságából és a $D_k$ középátmérő mentén található rések összegéből:

$$f_k = S\Sigma a \qquad D_k = \frac{D_1 + D_2}{2}$$




A hosszirányú áramlási keresztmetszet a külsőfelületen áthaladó *z2* csövek számának figyelembevételével:

$$f_h = \frac{\left(D^2 - D_1^2\right)\pi}{4} - z_2 \frac{d^2\pi}{4}$$

## Hőátadás keverős készülékek esetében

Keverős készülékben a folyadékoldali hőátadási tényező – fázisváltozás nélküli eset – a következő összefüggéssel számolhatjuk:

$$Nu = C \cdot Re^{2/3} \cdot Pr^{1/3} \cdot \left(\frac{\eta}{\eta_f}\right)^{0,14} \qquad Nu = \frac{\alpha \cdot D}{\lambda} \qquad Re = \frac{n \cdot d^2 \cdot \rho}{\eta} \qquad Pr = \frac{\eta \cdot c_p}{\lambda}$$

Ahol

$\alpha$ – a kevert folyadék hőátadási együtthatója

D – a készülék belső átmérője

$\lambda$ – a folyadék hővezetési tényezője

$c_p$ – a folyadék fajlagos hőkapacitása

$\eta$ – a folyadék átl. Viszkozitása

$\eta_f$ – viszk. A falfelületi hőmérsékleten

n – fordulatszám

d – keverő átmérője

C – állandó

| | |
|---|---|
| belső csőkígyős készülék | C=0,87 |
| fűtőköpenyes + turbinakeverő+áramlástörő | C=0,73..0,76 |
| fűtőköpenyes + proppellerkeverővel | C=0,54..0,58 |
| fűtőköpenyes + horgonykeverővel | C=0,38..0,52 |
| fűtőköpenyes + lapkeverővel | C=0,36..0,51 |

## Hőátadás lemezes hőcserélőkben

A lemezes hőcserélők méretezésénél a hőátadási tényezők számítására a

$$\mathrm{Nu} = \mathrm{A} \cdot \mathrm{Re}^{\mathrm{B}} \mathrm{Pr}^{\mathrm{C}} \left(\frac{\nu}{\nu_{\mathrm{w}}}\right)^{\mathrm{D}}$$

$0{,}15 < A < 0{,}40$

$0{,}65 < B < 0{,}85$

$0{,}30 < C < 0{,}45$

$0{,}05 < D < 0{,}20$

Lemezes hőcserélőknél az egyenértékű átmérő a következőképpen számíth

$$De = \frac{4 \cdot d \cdot b}{2(b + d)}$$

b: lemez szélessége d: két lemez közötti hézag

Az Alfa Laval Thermal Handbook a hidraulikus átmérőt a következőképpen határozza meg.

$$D_h = \frac{4 \cdot A_c}{P}$$

Ac: felület P: kerület

Látszólagos Reynolds-szám: $Re = \dfrac{De \cdot G}{\mu} = \dfrac{2 \cdot d \cdot w}{\mu \cdot b \cdot d}$

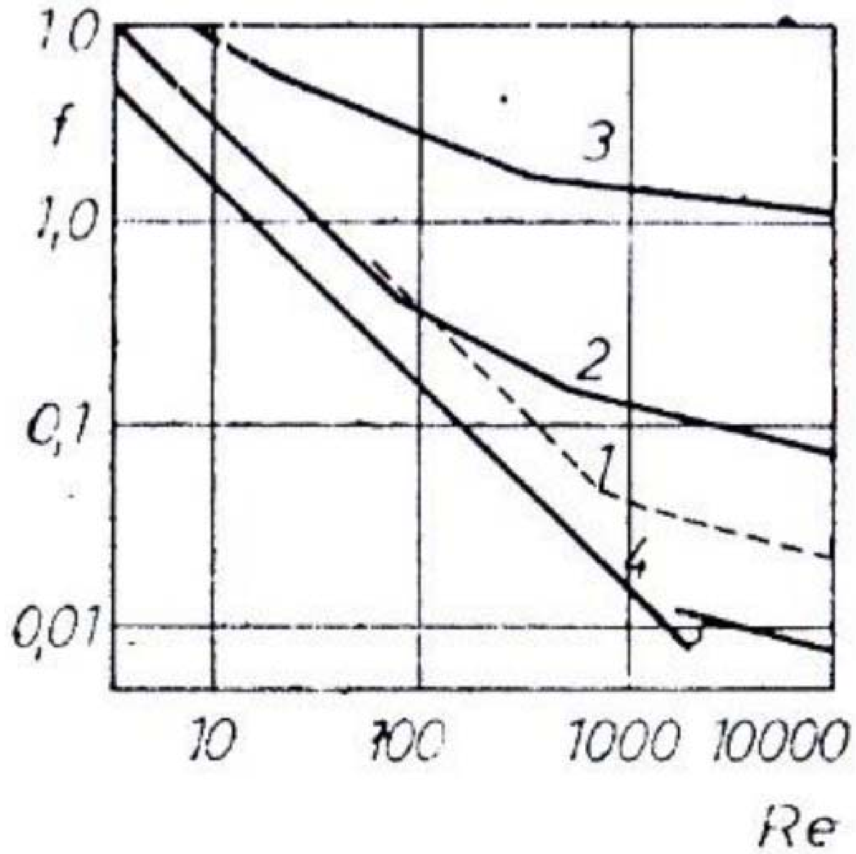
Áramló közeg hidraulikai ellenállása:

$$\Delta p = \lambda_s \cdot \frac{L}{De} \cdot \frac{\nu^2 \cdot \gamma}{2 \cdot g}$$

Áramló közeg hidraulikai ellenállása Alfa-Laval szerint:

$$\Delta P = f \cdot \frac{L_p}{D_h} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} + \Delta P_{cs}$$

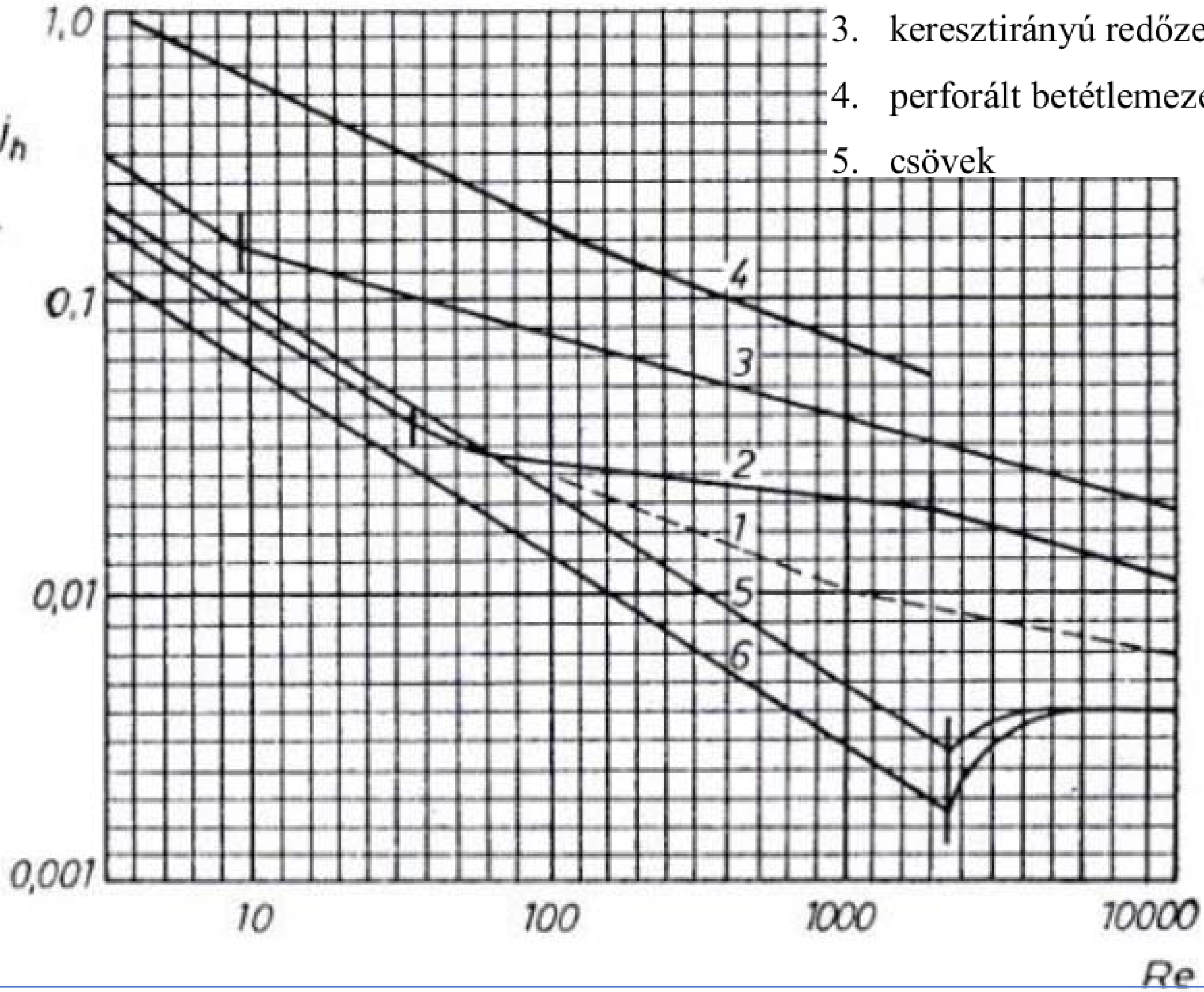
f: Fanninng tényező  Lp: áramlási csatorna teljes hossza.



Hőátadási tényező Colburn-faktor alapján: Re>800

$$j_h = \frac{\alpha}{u \cdot \rho \cdot c} \cdot \left(\frac{\nu \cdot \rho \cdot c}{\lambda}\right)^{\frac{2}{3}} = St \cdot Pr^{\frac{2}{3}}$$

1. spirállemezes hőcserélő
2. normális, párhuzamos redőzetű lemezes hőcserélő
3. keresztirányú redőzetű lemezes hőcserélő
4. perforált betétlemezes lemezes hőcserélő
5. csövek




Lamináris tartomány Re<400:

$$j_h = 0{,}742 \cdot Re^{-0{,}62}$$

Néhány alkalmazott összefüggés:

Mariott:

$$Nu = 0{,}374 \cdot Re^{0{,}668} \cdot Pr^{0{,}333} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_f}\right)^{0{,}15}$$

Prifti

$$Nu = 0{,}2536 \cdot Re^{0{,}65} \cdot Pr^{0{,}4}$$

McAdams

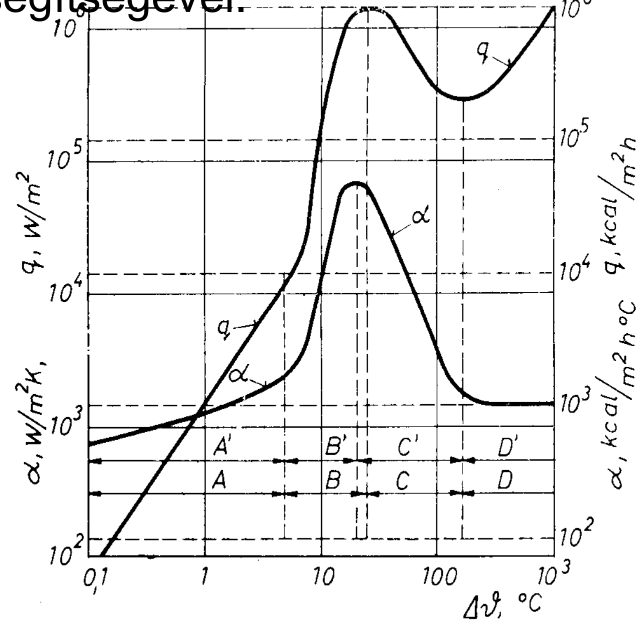
$$Nu = 0{,}023 \cdot Re^{0{,}8} \cdot Pr^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0{,}14}$$

Hsieh-Lin

$$Nu = 0{,}2092 \cdot Re^{0{,}78} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0{,}14}$$

## Hőátadás forralásnál

A forrás vagy forralás gyakran előforduló művelet. Elméletileg a legkevésbé megalapozott a hőátviteli számítása. A folyamat során a folyadékból gőzt képezünk hőhozzávezetés segítségével.

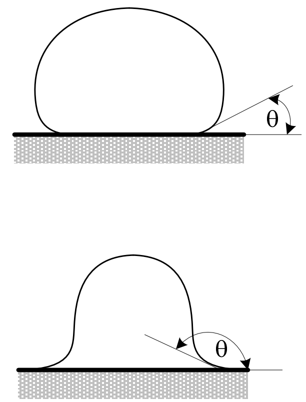



Az ábra 1 bar nyomáson, forrásban lévő víz esetén mutatja a hőátadási tényező és a fajlagos hőáram értéket a melegített felület és forró víz hőmérséklete közötti különbség függvényé-ben. A forrás négy jellegzetes tartományra bontható:

- természetes konvekció
- buborékos forrás
- nem stabil hártyás forrás
- stabil hártyás forrás

*Buborékos forrás mechanizmusa*

A fűtőfal mentén kialakuló buborékok egy adott méretnél leszakadnak és a felületre emelkednek. A növekedés alatt a környezettől vonja el a párolgáshoz szükséges hőmennyiséget, mivel a fűtőfelülettől a buborékba a gőz rossz hővezetési tényezője miatt nincs hőközlés. A buborékképződés és növekedés csak akkor lehetséges, ha a folyadék hőmérséklete magasabb a buborék hőmérsékletétől.



Hőátadási tényező meghatározása:
Általános érvényű képlet nincs. Függ a forralandó anyagtól, a forraló felülettől.
Fábry víz p nyomáson történő forralásánál (p – bar):

$$\boxed{\alpha = 88 \cdot \vartheta^2 \cdot p^{0,6}}$$

Csőben történő forraláskor Gelperin összefüggése figyelembe veszi a cső hosszát:

$$\alpha = A_1 q^{0,64} \left( \frac{l}{d} \right)^{0,2}$$

Víztől eltérő folyadékok esetében forralásnál a hőátadási tényező értékét egy korrekciós tényezővel módosítjuk.

$$\boxed{\alpha = 88 \cdot C_f \cdot \vartheta^2 \cdot p^{0,6}}$$

A korrekciós tényező az alábbi módon számolható:

$$C_f = \frac{\rho}{\rho_v} \left( \frac{\lambda \cdot c \cdot \sigma_v r_v}{\lambda_v \cdot c_v \cdot \sigma \cdot r} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\rho'' \eta}{\rho_v'' \eta_v} \right)^{-\frac{1}{4}}$$

## Kondenzációs hőátadás

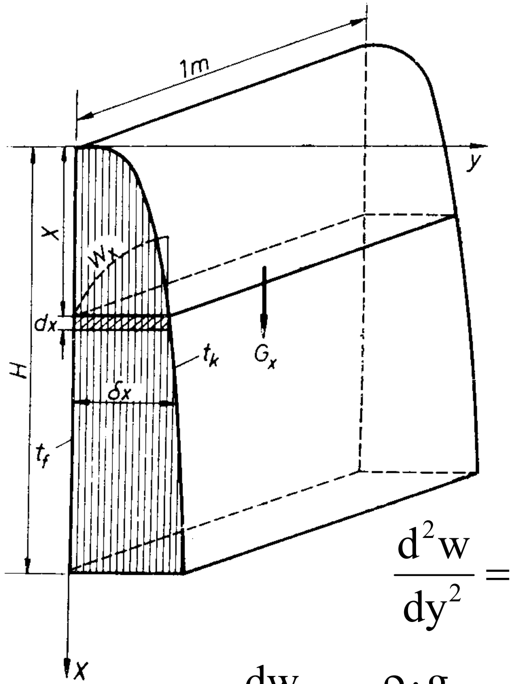
Amennyiben a gőz telítési hőmérsékleténél hidegebb felülettel találkozik, kondenzálódik. A kondenzáció két típusa a film- és a cseppkondenzáció. Cseppkondenzáció esetén a hőátadó felületet csak részben borítja a kondenzátum. A cseppek növekednek, leszakadnak és legördülnek a felületről, közben magukkal ragadják az útjukba kerülő cseppeket. A gőz és a hűtött felület közötti jó érintkezés igen nagy mértékű hőtranszportot eredményez. Filmkondenzáció esetében a folyamat teljesen más. A folyadékfilm nagy ellenállást eredményez, lényegében ez határozza meg az egész hőátadási folyamatot.

Lamináris filmkondenzáció:

Az elmélet W. Nusselt 1916-ban közölt vizsgálatain alapszik. Függőleges és ferde falon kondenzálódó nyugvó telített vízgőz hőátadását vizsgálta. Filmkondenzáció esetén a felületet vékony filmréteg borítja. A folyadékfilm az egyre vastagodó rétegben folyik le.

Feltételezések és egyszerűsítések:

- a folyadékfilm laminárisan, rétegenként állandó sebességgel áramlik
- a film hőmérséklete a falnál tf, a gőzoldalon tk
- a sebességeloszlás parabolikus
- elhanyagoljuk a folyadék gyorsulásából származó tehetetlenségi erőket
- elhanyagolható a folyadék függőleges irányú hővezetése
- elhanyagoljuk a falra merőleges sebességet, valamint az anyagjellemzők hőmérsékletfüggését




Egy elemi hasábra hat a csúsztatófeszültség:

dy

$$-\eta\frac{dw}{dy}\cdot dx\cdot 1 \qquad \eta\frac{dw}{dy}\cdot dx\cdot 1+\eta\frac{d}{dy}\left(\frac{dw}{dy}\right)dy\cdot dx\cdot 1$$

A csúsztatófeszültség eredője: $\eta\frac{d^2w}{dy^2}dy\cdot dx\cdot 1$

Tömegerő: $dx\cdot dy\cdot 1\cdot\rho\cdot g$

Erőegyensúly: $\eta\frac{d^2w}{dy^2}dy\cdot dx\cdot 1+dx\cdot dy\cdot\rho\cdot g=0$

$$\frac{d^2w}{dy^2}=-\frac{\rho\cdot g}{\eta}\longrightarrow\frac{dw}{dy}=-\frac{\rho\cdot g}{\eta}y+C_1$$

ha: $y=\delta_x\Rightarrow\frac{dw}{dy}=0\Rightarrow C_1=\frac{\rho\cdot g}{\eta}\cdot\delta_x$

$$\frac{dw}{dy}=-\frac{\rho\cdot g}{\eta}y+\frac{\rho\cdot g}{\eta}\cdot\delta_x\longrightarrow w=-\frac{\rho\cdot g}{2\cdot\eta}y^2+\frac{\rho\cdot g}{\eta}\cdot\delta_x\cdot y+C_2$$

$$y=0\Rightarrow w=0\Rightarrow C_2=0$$

$$w(y)=-\frac{\rho\cdot g}{2\cdot\eta}y^2+\frac{\rho\cdot g}{\eta}\cdot\delta_x\cdot y$$

Az x magasságból lecsurgó folyadékfilm tömege:

$$G=\int_0^{\delta_x}1\cdot dy\cdot\rho\cdot w(y)=-\int_0^{\delta_x}\frac{\rho^2 g}{2\eta}y^2dy+\int_0^{\delta_x}\frac{\rho^2 g}{2\eta}\cdot\delta_x\cdot y\cdot dy=-\frac{\rho^2\cdot g\cdot\delta_x^3}{6\eta}+\frac{\rho^2\cdot g\cdot\delta_x^3}{2\eta}=\frac{\rho^2\cdot g\cdot\delta_x^3}{3\eta}$$

A dx-el lejjebb lévő folyadék tömege:

$$dG=\frac{\rho^2\cdot g\cdot\delta^2}{\eta}d\delta_x$$

A lecsurgó folyadék mennyiségének változását a kondenzálódás okozza. A kondezálódáshoz szükséges hő vezetéssel érkezik:

$$dG\cdot r=\frac{\rho^2\cdot g\cdot\delta^2}{\eta}d\delta_x\cdot r=\frac{\lambda}{\delta_x}\left(t_k-t_f\right)\cdot 1\cdot dx$$

Rendezve az egyenletet:

$$\int_0^{\delta_x}\frac{\rho^2\cdot g\cdot\delta^3\cdot r}{\eta}d\delta_x=\int_0^x\lambda\left(t_k-t_f\right)\cdot 1\cdot dx\Rightarrow\frac{\rho^2\cdot g\cdot\delta^4\cdot r}{4\eta}=\lambda\left(t_k-t_f\right)\cdot x\Rightarrow\boxed{\delta_x=\sqrt[4]{\frac{4\cdot\eta\cdot\lambda\cdot\left(t_k-t_f\right)\cdot x}{\rho^2\cdot g\cdot r}}}$$

A kondenzációs hőátadási tényező x magasságban:

$$\alpha=\frac{\lambda}{\delta_x}=\sqrt[4]{\frac{\rho^2\cdot g\cdot r\cdot\lambda^4}{4\cdot\eta\cdot\lambda\cdot\left(t_k-t_f\right)\cdot x}}=\sqrt[4]{\frac{\rho^2\cdot g\cdot r\cdot\lambda^3}{4\cdot\eta\cdot\left(t_k-t_f\right)\cdot x}}$$

Az átlagos hőátadási tényező:

$$\alpha=\frac{1}{H}\int_0^H\alpha(x)\cdot dx=\frac{1}{H}\sqrt[4]{\frac{\rho^2\cdot g\cdot r\cdot\lambda^3}{4\cdot\eta\cdot\left(t_k-t_f\right)}}\cdot\int_0^H x^{-\frac{1}{4}}dx=\frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{\rho^2\cdot g\cdot r\cdot\lambda^3}{4\cdot\eta\cdot\left(t_k-t_f\right)H}}=0{,}943\cdot\sqrt[4]{\frac{\rho^2\cdot g\cdot r\cdot\lambda^3}{\eta\cdot\left(t_k-t_f\right)H}}$$

Műveleti számításoknál a következő összefüggéseket alkalmazzák:

Függőleges cső esetén:

$$\boxed{\alpha=1{,}15\cdot\sqrt[4]{\frac{\rho^2\cdot g\cdot r\cdot\lambda^3}{\eta\cdot\left(t_k-t_f\right)H}},\ \frac{W}{m^2K}}$$

Vízszintes cső esetén:

$$\boxed{\alpha=0{,}72\cdot\sqrt[4]{\frac{\rho^2\cdot g\cdot r\cdot\lambda^3}{\eta\cdot\left(t_k-t_f\right)H}},\ \frac{W}{m^2K}}$$

$$\int_0^H x^{-\frac{1}{4}}dx\rightarrow\frac{4}{3}H^{\frac{3}{4}}$$

$$\frac{4}{3}\cdot\sqrt[4]{\frac{1}{4}}=0{,}943$$

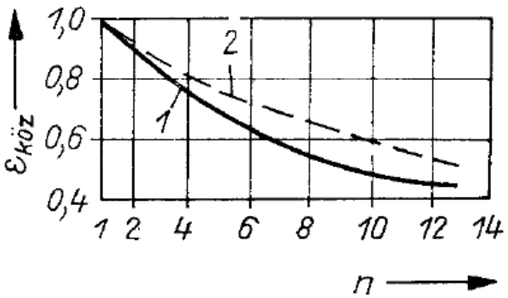
Vízszintes cső külső felületén történő kondenzálódás esetén alkalmazható hőátviteli tényező:

$$\alpha = 0{,}725 \cdot \sqrt[4]{\frac{\rho^2 \cdot g \cdot r \cdot \lambda^3}{\eta \cdot (t_k - t_f) \cdot d}}, \quad \frac{W}{m^2K}$$

Vízszintes csősor külső felületén történő kondenzálódás esetén alkalmazható hőátviteli tényező:

$$\alpha = 0{,}725 \cdot \sqrt[4]{\frac{\rho^2 \cdot g \cdot r \cdot \lambda^3}{\eta \cdot (t_k - t_f) \cdot n \cdot d}}, \quad \frac{W}{m^2K}$$

Csőköteg esetén módosítani kell a hőátviteli tényező értékét a diagram segítségével.




$$\alpha_k = \varepsilon \cdot \alpha$$

1 – négyszögosztás
2 – hatszögosztás

Vízszintes cső belsejében történő kondenzáció során figyelembe kell venni, hogy a cső alján el kell folynia a kondenzátumnak. Ez a vastagabb folyadékréteg kedvezőtlenül befolyásolja a hőátadási tényező értékét. Chato által javasolt összefüggés kis mennyiségű kondenzátum esetén:

$$\alpha = 0{,}555 \cdot \sqrt[4]{\frac{\rho^2 \cdot g \cdot r \cdot \lambda^3}{\eta \cdot (t_k - t_f) \cdot d}}, \quad \frac{W}{m^2K}$$

**Köszönöm a figyelmet, egyelőre ennyi☺**

# Hőcserélő szerkezetek méretezése

# Hőcserélők alapegyenlet

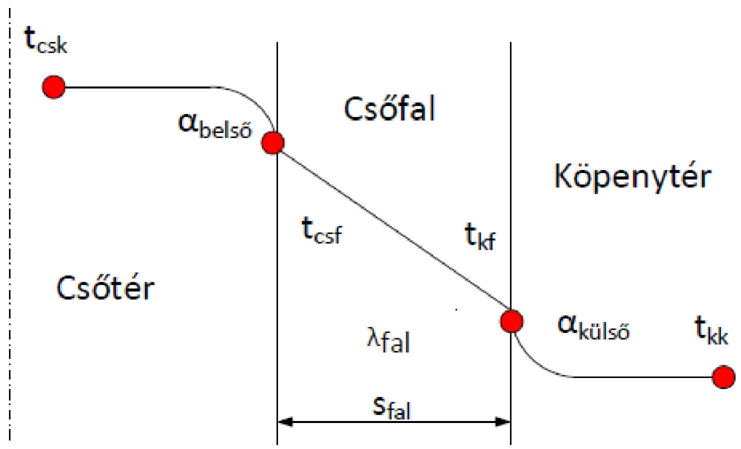
$$\dot{Q} = \varepsilon \cdot k \cdot A \cdot \Delta T_{LOG}$$

A tagok jelentése:

- $\varepsilon$: módosító tényező
- $k$: hőátbocsátási vagy hőátviteli tényező
- $A$: teljes hőátadó felület
- $\Delta T_{LOG}$: logaritmikus hőmérséklet-különbség

# Hőátviteli tényező

Állandósult állapotban a cső külső és belső felületén hőátadással, a csövön keresztül hővezetéssel történő energiatranszport révén azonos a hőáram. A hőátviteli (hőátbocsátási) tényező bevezetésével a hőátvitel a teljes hajtóerőre vonatkozóan kifejezhető.




Külső és belső felületet azonosnak tekintve, egy egyrétegű síkfal hőátvitelét vizsgálva a hőáram azonos az egyes részfolyamatoknál:

$$\dot{q} = \alpha_b \cdot (T_B - T_f) = \frac{\lambda}{s} \cdot (T_f - t_f) = \alpha_k \cdot (t_f - t_k)$$

A három elemi hőátadás helyett vezessük be a *hőátvitel* vagy *hőátszármaztatás* fogalmát, és ezzel párhuzamosan a *hőátviteli* vagy *hőátbocsátási tényező* értékét. Jelöljük $k$-val, kiszámítási módja:

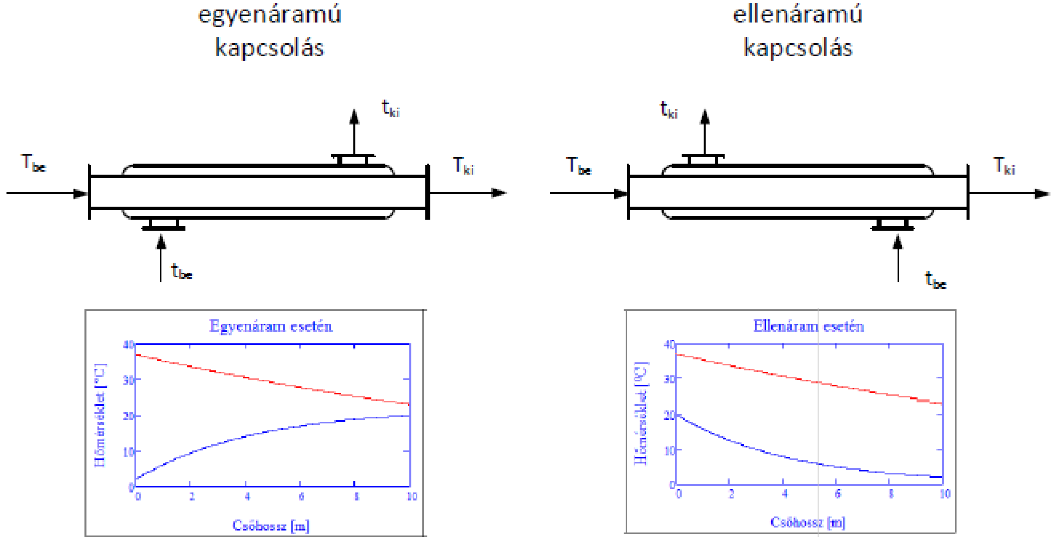
$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_b} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_k}}$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_b} + \sum_{i=1}^{n} \frac{s_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_k}}$$

Ahogy korábban már megbeszéltük, a kis falvastagságú csöveket számíthatjuk síkfalként is ( 1-2% eltérés tapasztalható), így például szabadba telepített, hőszigetelt tartályok hőveszteségének kiszámítására is alkalmas ez az összefüggés. Legfontosabb alkalmazási területe azonban a felületi hőcserélők esetén van.

# Logaritmikus hőmérséklet-különbség

Mindkét közeg be- és kilépő hőmérsékletei szerepelnek benne:




$$\Delta T_{LOG} = \frac{\Delta T_n - \Delta T_k}{\ln\left(\dfrac{\Delta T_n}{\Delta T_k}\right)}$$

# Hőátadó felület

Értéke függ:

- cső közepes átmérőjétől

$$d_m = \frac{d_b + d_k}{2}$$

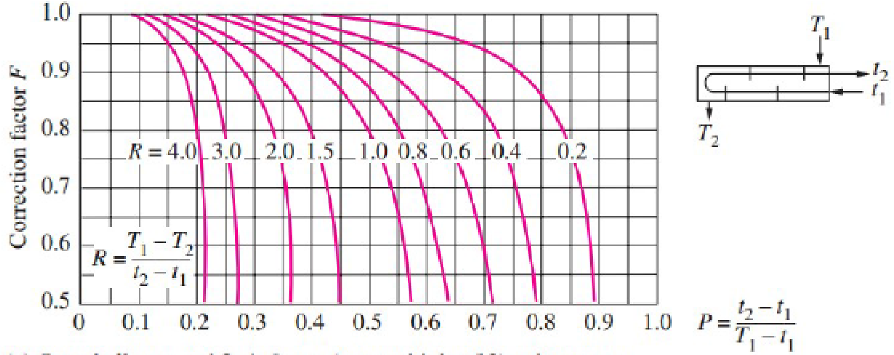
- csövek hosszától ($L$)
- csövek darabszámától ($z$)

$$A = z \cdot d_m \cdot \pi \cdot L$$

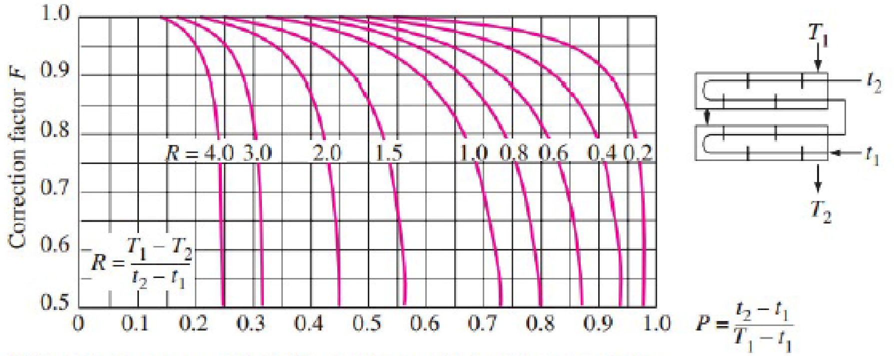
Nem csöves hőcserélők esetén más összefüggések használandók!

# Korrekciós faktor

Köpenytéri áramlásnál, többjáratú áramlási esetekben nem valósul meg tiszta egyen – vagy ellenáram $\rightarrow \varepsilon$ korrekciós faktor.



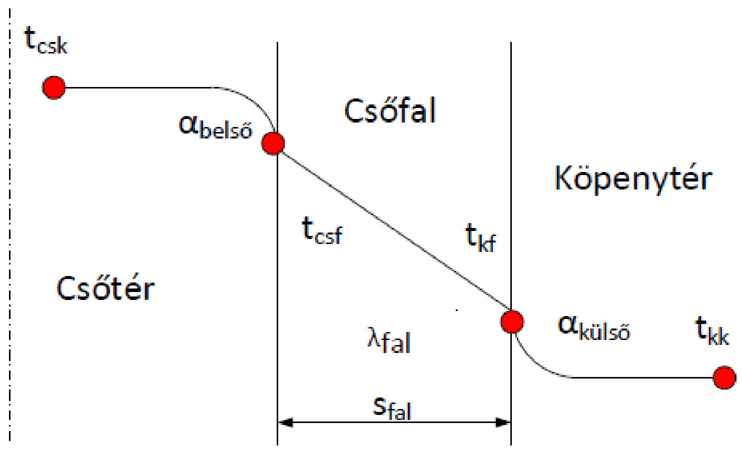

(*a*) One-shell pass and 2, 4, 6, etc. (any multiple of 2), tube passes




(*b*) Two-shell passes and 4, 8, 12, etc. (any multiple of 4), tube passes

# k-iteráció

- Ismertek:
  - csőtéri közepes hőmérséklet ($t_{csk}$)
  - cső hővezetési tényező ($\lambda_{fal}$)
  - köpenytéri közepes hőmérséklet ($t_{kk}$)
- Szeretnénk tudni:
  - csőtéri hőátadási tényező ($\alpha_b$)
  - köpenytéri hőátadási tényező ($\alpha_k$)
  - csőfal belső hőmérséklet ($t_{csf}$)
  - csőfal külső hőmérséklet ($t_{kf}$)



# Iterációs lépések

1. feltételezzük $t_{csf}$ hőmérsékletet
2. csőtéri Nu-szám számítása (áramlástól függően) $\rightarrow$ $\alpha_b$ meghatározható
3. hőáram számítása $\rightarrow$ $\dot{q} = \alpha_b \cdot (t_{csk} - t_{csf})$
4. hőáram és hővezetési tényező ismeretében a másik falhőmérséklet számítható $\rightarrow$ $\dot{q} = \dfrac{\lambda_{fal}}{s_{fal}} \cdot (t_{csf} - t_{kf}) \;\rightarrow\; t_{kf} = t_{csf} - \dfrac{\dot{q} \cdot s_{fal}}{\lambda_{fal}}$
5. köpenytéri Nu-szám számítása $\rightarrow$ $\alpha_k$ meghatározható
6. új hőáramot számítunk $\rightarrow$ $\dot{q}^* = \alpha_k \cdot (t_{kf} - t_{kk})$
7. $\dot{q}$ és $\dot{q}^*$ összehasonlítása
   - ha egyenlőek: a számítás helyes, $k$ számítható
   - ha különböznek: Go TO 1. lépés, módosított $t_{csf}$
   - elfogadás: $10^{-3}\,\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$

# Példa k-iterációra

Cső a csőben hőcserélőre

- sűrűség: 980 $kg/m^3$
- viszkozitás: 0,001 Pa s
- hővezetés: 0,635 W/mK
- fajhő: 4180 J/kgK
- párolgáshő: 2133 kJ/kg
- víz a csőoldalon, 2 kg/s
- d=50 mm, s=5 mm
- D=120 mm
- csőoldal közepes hőm. 55°C
- köpenyoldal közepes hőm. 25°C

| | | | |
|---|---|---|---|
| sűrűség | ρ | 980 | kg/m3 |
| viszkozitás | η | 0,001 | Pas |
| hővezetés | λ | 0,635 | W/mK |
| fajhő | c | 4180 | J/kgK |
| párolgáshő | r | 2133000 | J/kg |
| | | | |
| belső cső | d | 0,05 | m |
| külső cső | D | 0,12 | m |
| falvastagság | s | 0,005 | m |
| | | | |
| | tcsk | 55 | °C |
| | tkk | 25 | °C |
| | | | |
| | mb | 2 | kg/s |
| | mk | 3 | kg/s |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Belső áramlási keresztmetszet | Ab | 0,001963 | m2 |
| belső sebesség | vb | 1,039379 | m/s |
| Reynolds | Reb | 50929,58 | |
| Prandtl | Prb | 6,582677 | |
| Nusselt | Nub | 251,0915 | |
| alfa | αb | 3188,862 | W/m2K |
| | | | |
| Hőmérsékletek | | | |
| | tcsk | 55 | °C |
| | tcsf | 36,51799 | °C |
| | tkf | 30,62433 | °C |
| | tkk | 25 | °C |
| | | | |
| | q1 | 58936,59 | W/m2 |
| kondenzációs alfa | αk | 10478,87 | W/m2K |
| | q2 | 58936,59 | W/m2 |
| | | | |
| | hiba | 0,00288 | |

# Viszkozitás hatása

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,33}$$

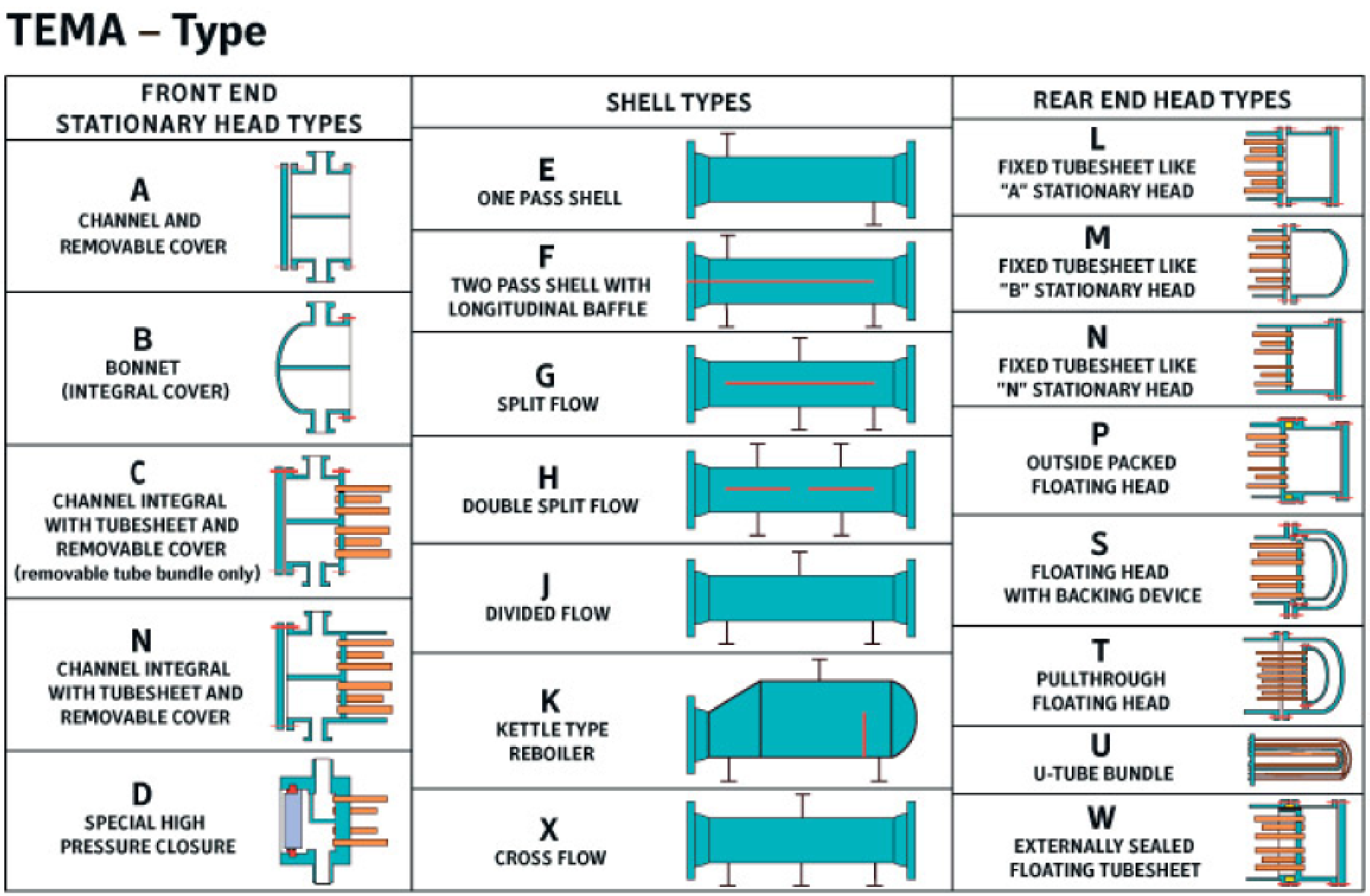
| | | | |
|---|---|---|---|
| Belső áramlási keresztmetszet | Ab | 0,001963 | m2 |
| belső sebesség | vb | 1,039379 | m/s |
| Reynolds | Reb | 50929,58 | |
| Prandtl | Prb | 6,582677 | |
| Nusselt | Nub | 251,0915 | |
| alfa | αb | 3188,862 | W/m2K |
| | | | |
| Hőmérsékletek | | | |
| | tcsk | 55 | °C |
| | tcsf | 95,81236 | °C |
| | tkf | 108,8269 | °C |
| | tkk | 125 | °C |
| | | | |
| | q1 | 130145 | W/m2 |
| kondenzációs alfa | αk | 8046,992 | W/m2K |
| | q2 | 130145,1 | W/m2 |
| | hiba | 0,165269 | |
| hőátviteli tényező | k | 1859,215 | W/m2K |

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,33} \cdot \left( \frac{\eta}{\eta_{fal}} \right)^{0,14}$$

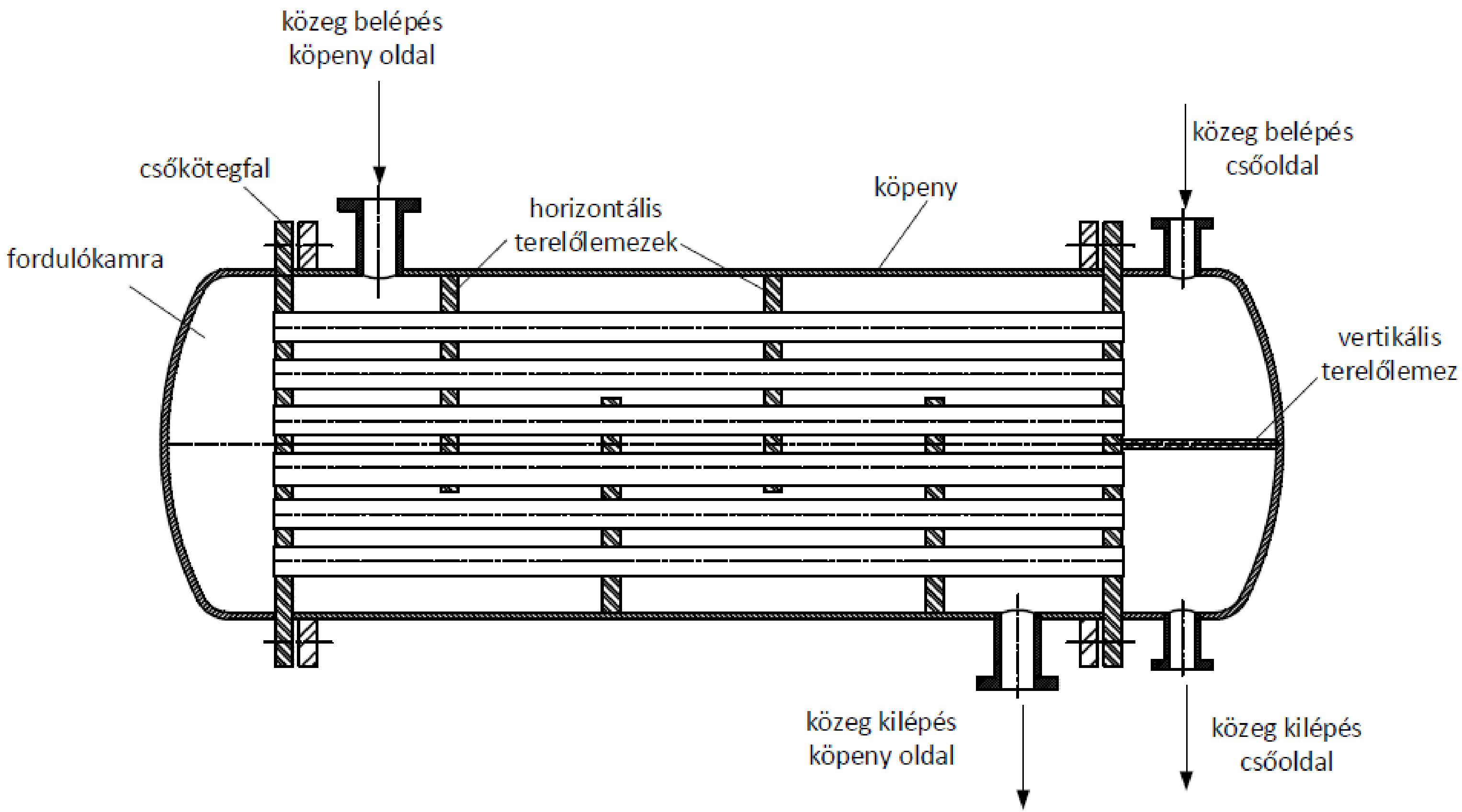
| | | | |
|---|---|---|---|
| Belső áramlási keresztmetszet | Ab | 0,001963495 | m2 |
| belső sebesség | vb | 1,03937922 | m/s |
| Reynolds | Reb | 101711,6055 | |
| Prandtl | Prb | 3,29611349 | |
| Nusselt | Nub | 370,9383763 | |
| alfa | αb | 4710,917379 | W/m2K |
| | | | |
| Hőmérsékletek | | | |
| | tcsk | 55 | °C |
| | tcsf | 90,42275866 | °C |
| | tkf | 107,1101276 | °C |
| | tkk | 125 | °C |
| | | | |
| | q1 | 166873,6894 | W/m2 |
| kondenzációs alfa | αk | 9327,826659 | W/m2K |
| | q2 | 166873,6287 | W/m2 |
| | hiba | -0,060759724 | |
| hőátviteli tényező | k | 2383,909627 | W/m2K |

csak a viszkozitás hőmérsékletfüggésével számolva 28%-kal nőtt a hőátviteli tényező $\rightarrow$ ennyi hőátadó felület megspórolható

# TEMA osztályozás



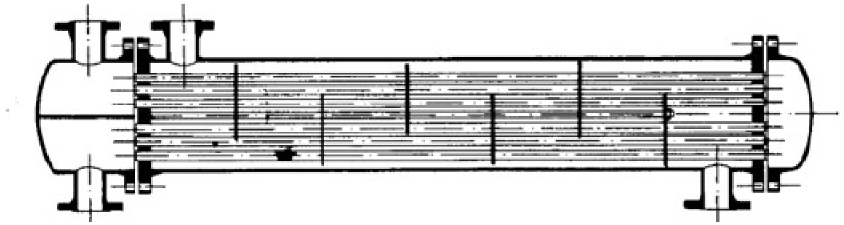
# Hőcserélők szerkezeti elemei



# Donohue-összefüggés

A köpenytérben áramló folyadék részben párhuzamosan, részben merőlegesen áramlik a hőátadó felületet képező csövekhez képest. A hőátadási tényező meghatározására DONOHUE a következő általános összefüggést ajánlja:

$$Nu = C \cdot Re^{0,6} \cdot Pr^{1/3} \cdot \left(\frac{\eta}{\eta_{fal}}\right)^{0,14}$$



- jellemző geometria: cső külső átmérő
- $C$ konstans: köpenytér kialakításától függ

- terelőlemez nélküli hőcserélő $$C = 1,16 \cdot d_e^{0,6}$$
- szegmens típusú terelőlemez $$C = 0,23$$
- kör-körgyűrű terelőlemez $$C = 2,08 \cdot d_e^{0,6}$$

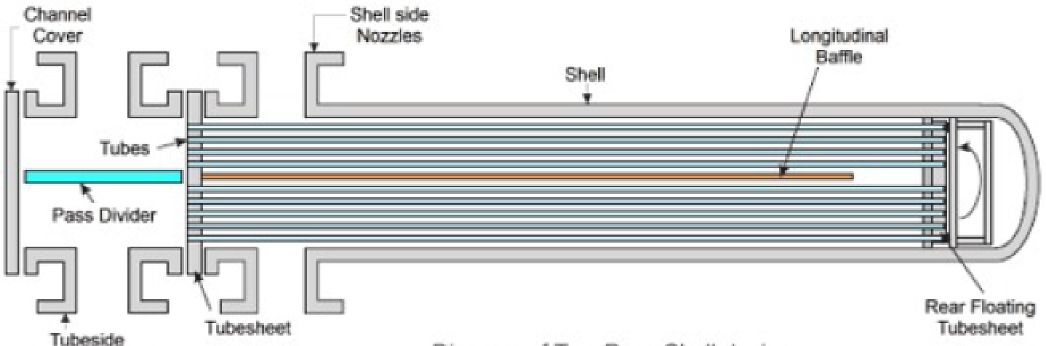
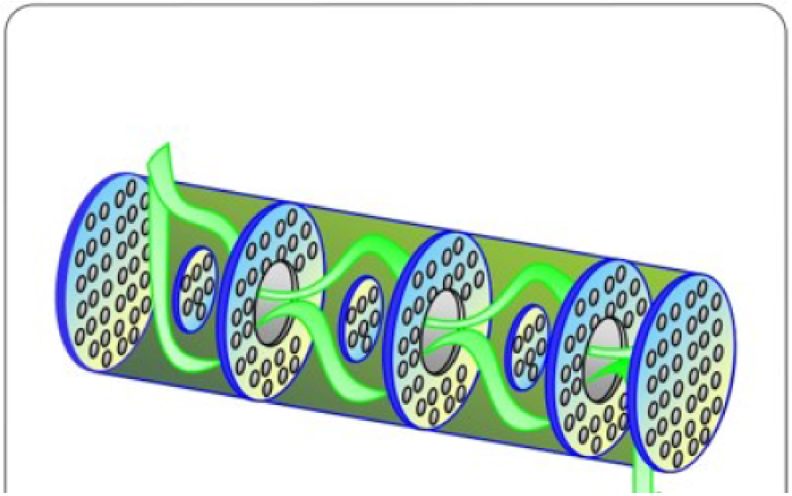



Diagram of Two-Pass Shell design
Note the longitudinal baffle for the shell circuit



# Áramlási keresztmetszetek

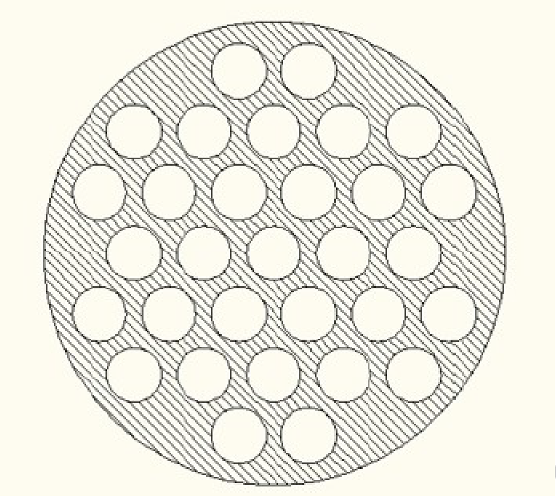
Áramlási sebesség:

- Re-szám függ az áramlási sebességtől $Re = \dfrac{v \cdot d \cdot \rho}{\eta}$
- sebesség: tömegáramból és áramlási keresztmetszetből $v = \dfrac{\dot{m}}{\rho \cdot f_e}$
- általános szabály:
  - folyadékáramlás: max 1,5-2 m/s
  - gázáramlás: max 15-20 m/s

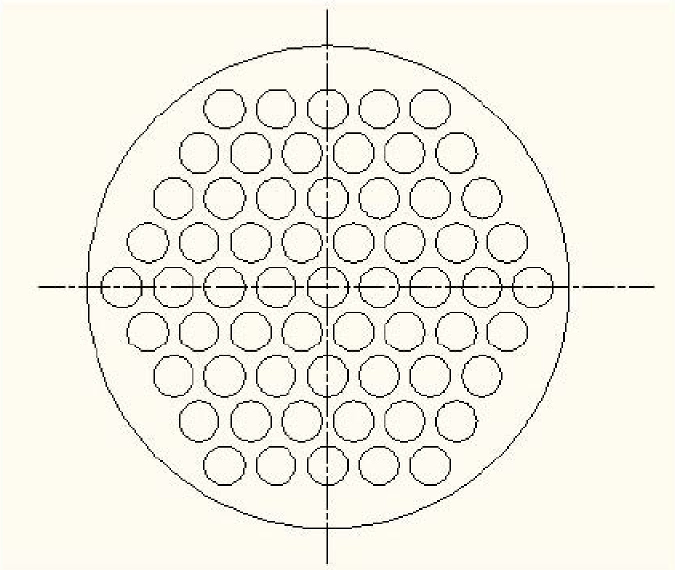
  ez érvényes a csonk méretezéséhez is!

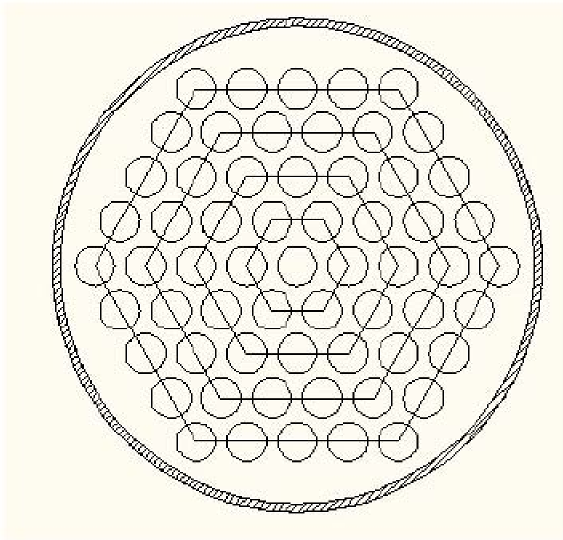
Terelőlemez nélküli esetben:

$$f_e = \frac{(D^2 - zd^2) \cdot \pi}{4}$$



# Csőosztások, csőszámok





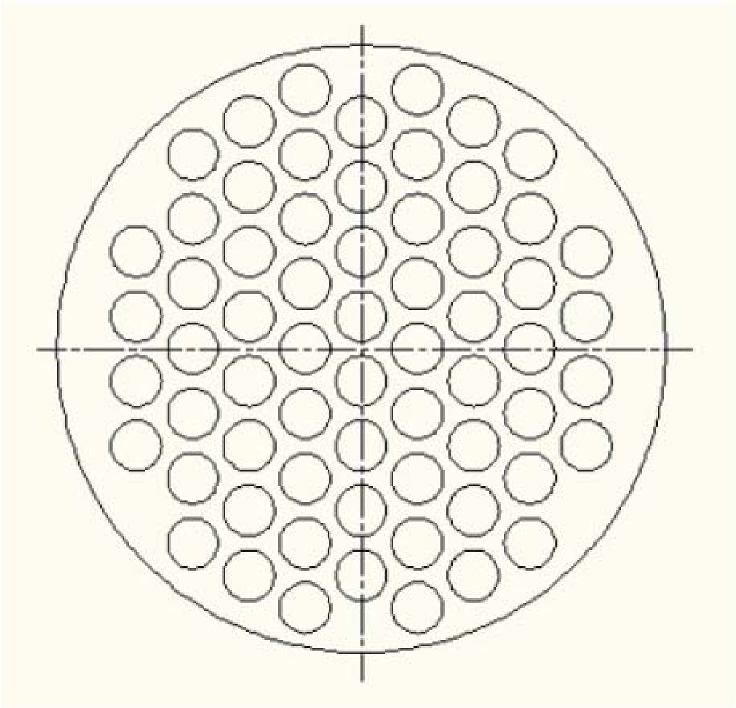
háromszög osztás

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Külső átmérő ($d$) | 16 | 20 | 25 | 38 | 57 |
| Csőosztás ($t$) | 21 | 26 | 32 | 48 | 70 |

D=300 mm, d=25 mm esetén N=61 db!

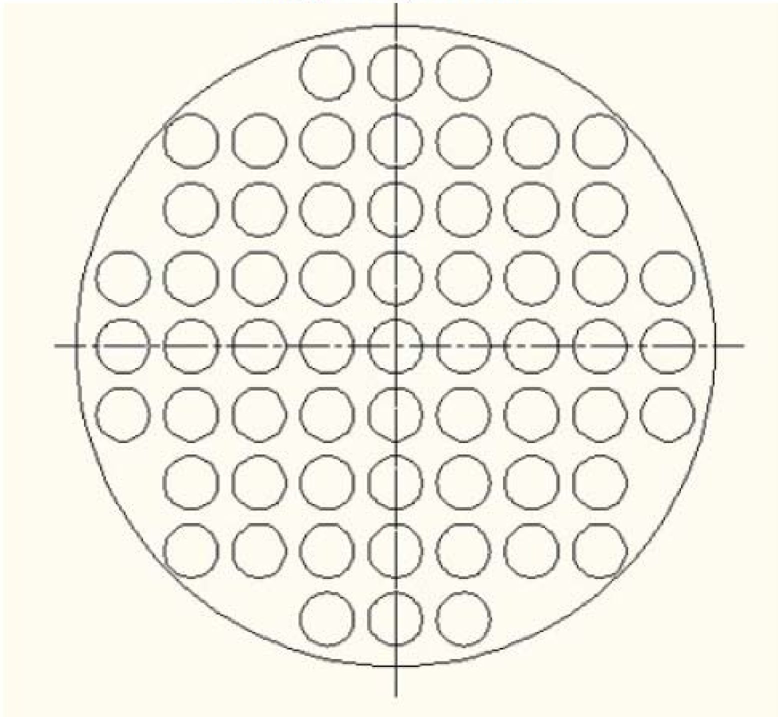
$$N = 3z(z-1) + 1$$

eltolt háromszög osztás



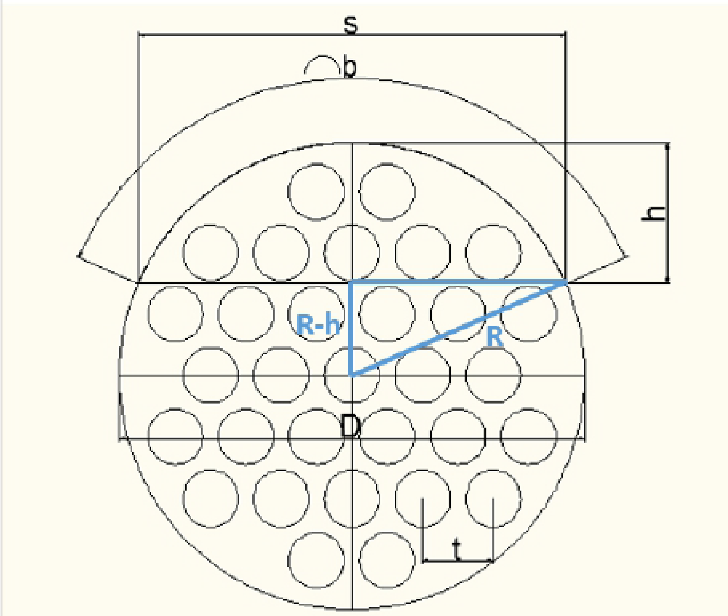
N=64 db

négyszög osztás



N=64 db

# Terelőlemez méretei




- nyitottság arányában lehet a $h$ magasságot számítani
- a különböző csősorok y-koordinátái:

$$y_i = (i - 1) \cdot t \cdot \cos(30^\circ)$$

- lehetséges terelőlemez magasságok:

$$y_{lemez} = (i - 0,5) \cdot t \cdot \cos(30^\circ)$$

- ebből $D - h$ érték ismert lesz, $h$ számítható
- középponti szög:

$$\frac{\Theta}{2} = \cos^{-1} \cdot \left(\frac{R - h}{h}\right)$$

$$s = 2 \cdot \sin\left(\frac{\Theta}{2}\right) \cdot R$$

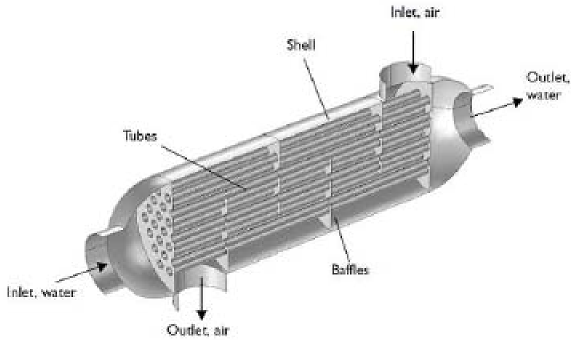
$$b = \frac{R \cdot \pi}{180} \cdot \Theta$$

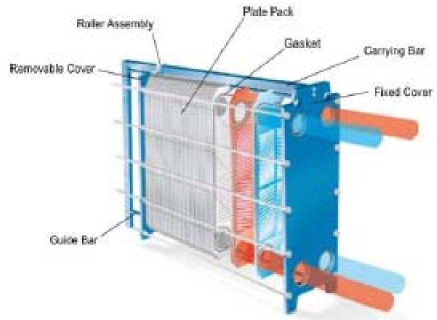
# Csoportosításuk

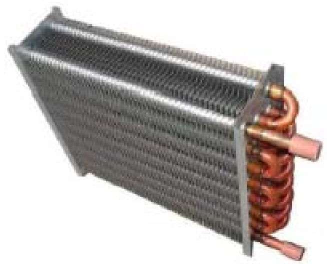
- a fluidumok érintkeznek-e egymással vagy sem
  - közvetlen közegérintkezésű hőcserélők (direkt hőcserélők; pl. keverőkondenzátorok)
  - közvetett közegérintkezésű hőcserélők (rekuperátorok)
- üzemvitel szerint
  - szakaszos működésű hőcserélők; ilyenkor a berendezés megfelelő térrészébe a kezelni kívánt anyagok periodikusan kerülnek bevezetésre (regenerátorok)
  - folyamatos működésű hőcserélők; az összes, hőcserében érdekelt fluidum folyamatosan jelen van a berendezésben
- a fluidumok áramlási iránya szerint
  - egyenáramú hőcserélők; a hőcserélő hossztengelye mentén a fluidumok áramlási iránya megegyezik
  - ellenáramú hőcserélők; a hőcserélő hossztengelye mentén a fluidumok áramlási iránya ellentétes
  - keresztáramú hőcserélők; a fluidumok áramlási iránya valamilyen szöget zár be egymással (általánosságban ez 90° szokott lenni)
- fázisváltozás szerint
  - fázisváltozás nélküli hőcserélők
  - fázisváltozással járó folyamat
    - kiforralók, elpárologtatók
    - kondenzátorok
- járatok száma szerint
  - egyjáratú hőcserélők; a berendezés egyik végén belép a fluidum, a másik végén pedig távozik
  - többjáratú hőcserélők; a fluidum a berendezésen végighalad, a fordulókamrában iránytörést szenved, majd újra végighalad a szerkezeten. Attól függően, hányszor halad át, annyi járatú berendezésről beszélhetünk.

# Kivitelek

- cső a csőben hőcserélő
- csőköteges hőcserélő
  - merev csőköteges
  - hajtűcsöves vagy U-csöves
  - úszófejes
- lemezes hőcserélő
- bordáscsöves hőcserélő

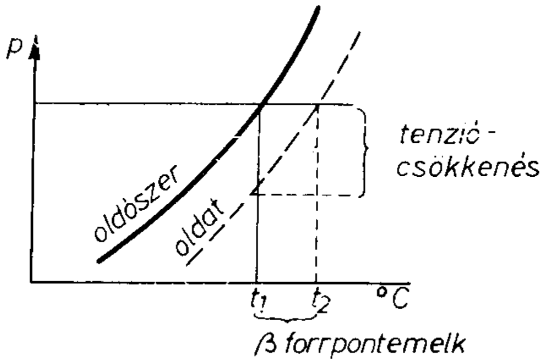


**Köszönöm a figyelmet, egyelőre ennyi☺**

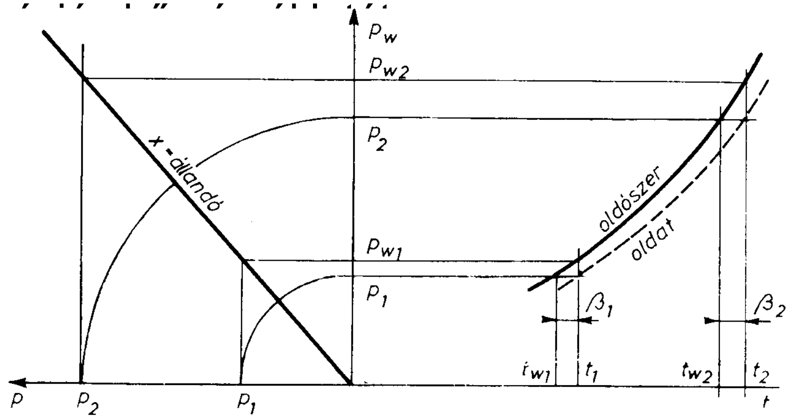
# Bepárlás




Az oldatok forrpontja magasabb, mint a tiszta oldószer forrpontja. A forrpont növekedés az oldat koncentrációjával növekszik.
Az oldat forrpontja:

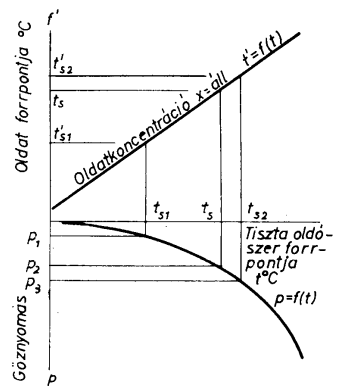
$$t_s = t_p + \beta$$

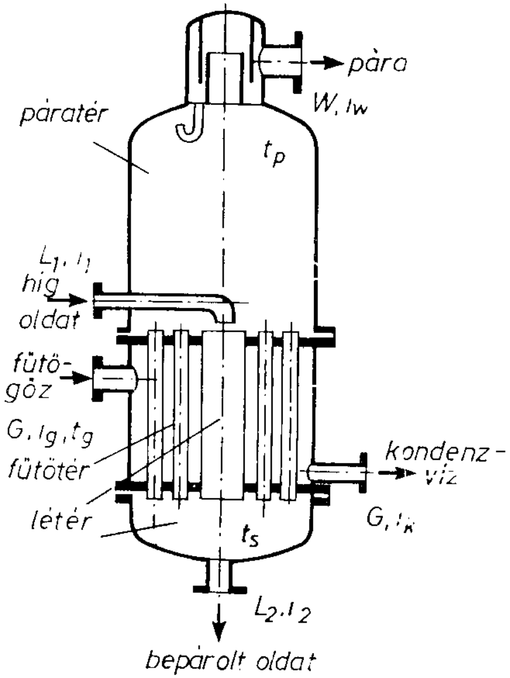
$t_p$ páratéri hőmérséklet elnevezéssel nevével ellentétben nem a tényleges páratéri hőmérsékletet illetik (ami természetesen azonos a forró folyadék hőmérsékletével), hanem a páratérben lévő gőz adott nyomáshoz tartozó konden




A forrpontnövekedést a gyakorlatban mérési eredmények alapján veszik figyelembe. Ha ismert egy adott koncentrációjú oldat forrpontja egy nyomáson, a Babo szabály segítségével más nyomás esetén meghatározható az oldat forrpontja. Tömény oldaltoknál nem alkalmazható!

<u>Dühring szabály:</u> adott koncentrációjú oldathoz tartozó forrpontok a víz forrpontjának függvényében egy egyenesen vannak:






Az ábrán egy bepárló test látható. A bepárlóba kerülő, sűrítendő oldat melegítését, forralását a köpenytérbe vezetett gőz kondenzációjával érik el.
A bepárló alsó tere a létér, a felső tere a páratér.
A cseppelragadás meggátlására a bepárló tetejére cseppfogó került beépítésre.

Anyagmérleg:

$$L_1 = L_2 + W$$

Energiamérleg:

$$Q + L_1 \cdot i_1 = L_2 \cdot i_2 + W \cdot i_w$$

$$Q = L_2(i_2 - i_1) + W(i_w - i_1)$$

A fűtéssel (kondenzáció a köpenytérben) átadott energia a veszteséget is fedezi:

$$G(i_g - i_k) = Q + Q_{veszt}$$

A veszteség a szükséges energia 5-10%-a : $Q_{veszt} = a\,Q$
A bepárló gőzfogyasztása:

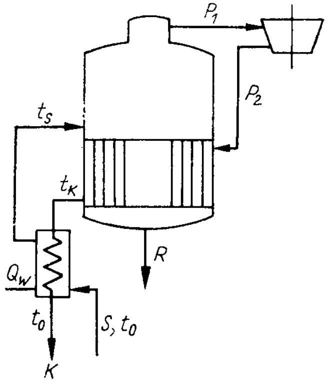
$$G = \frac{Q(1+a)}{i_g - i_k} = \frac{(1+a)[L_2(i_2 - i_1) + W(i_w - i_k)]}{i_g - i_k}$$

A fajlagos gőzfogyasztás a bevezetett fűtőgőz és a termelt páragőz aránya:

A <u>fajlagos páratermelés</u> megmutatja, hogy 1 kg fűtőgőzzel hány kg páragőz állítható elő:

$$W_{fajl} = W / G = 1 / G_{fajl}$$

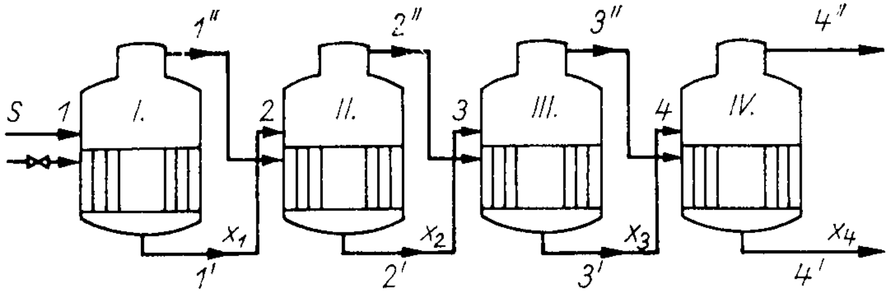
A bepárláshoz szükséges energia csökkentése párakompresszoros bepárlóval, hőszivattyú alkalma




Az egytestes bepárló páráját komprimálva, a gőz ugyanabban a bepárlóban fűtőgőzként használható. A kondenzátum az oldat előmelegítésére használható fel. A komprimálást mechanikusan vagy gőzinjektorral hajtják végre.
A kompresszor védelme érdekében tökéletes cseppleválasztást kell megvalósítani, hogy az esetleges folyadékcseppek elpárolgása után maradó szilárd szennyeződés ne legyen zavar forrása.
Jól alkalmazható gyümölcslevek alacsony hőmérsékleten történő besűrítésére.

**Többtestes bepárlás**

Bepárlókat összekapcsolva az elpárologtatott oldószer egy másik testben fűtésre (forralásra) felhasználható és ily módon csökkenthető a gőzszükséglet.
Egy egyenáramú bepárlótelep elvi kapcsolási vázlata:

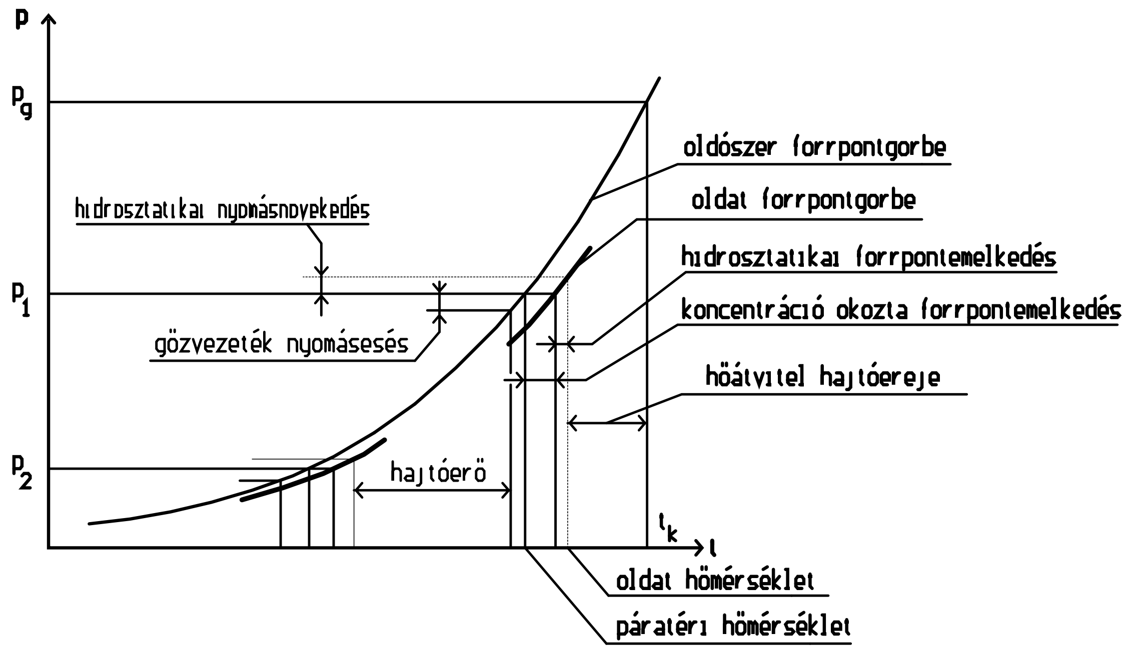



Az I. testből távozó 1’’ pára a II. testbe bevezetett x1 koncentrációjú oldat forralására csak akkor alkalmazható ha az oldat forrpontja kisebb mint a fűtőtérbe vezetett gőz kondenzációs hőmérséklete. Ezért a sorba kötött bepárló testek páratéri nyomását csökkenteni kell:

$$p_I > p_{II} > p_{III} > p_{IV}$$

# Bepárlás

Egy kétfokozatú bepárló telep hőmérséklet és nyomásviszonyai láthatók az ábrán:

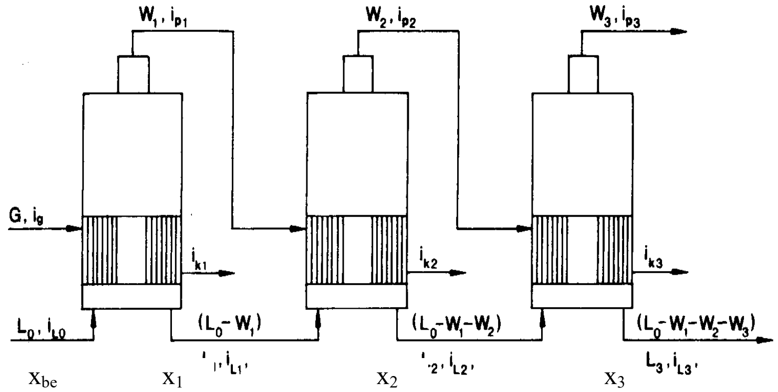



Az I. testben lévő páratéri nyomás $p_1$. A forrásban lévő anyag hőmérséklete a tiszta oldószer forrpontjánál a koncentráció okozta forrpontemelkedéssel és a bepárló testben lévő folyadék felszín és közepes magassága közötti távolságból meghatározható hidrosztatikai forrpontemelkedéssel nagyobb. A $t_k$ kondenzációs hőmérséklet és az oldat forrpontja közötti hőmérséklet különbség a hőátvitel hajtóereje.
A bepárlóból távozó gőzáram kerül a következő fokozat fűtőterébe. A gőzvezeték nyomásesése miatt hőmérsékletcsökkenés következik be.
Mivel az egymást követő bepárlótestekben az oldat koncentrációja nő miközben hőmérséklete csökken a forralási hőátadási tényező az anyagi tulajdonságok kedvezőtlen változása (viszkozitás jelentősen nő) miatt csökken.

Egy háromfokozatú egyenáramú bepárlótelep anyagmérlege a következő ábrán látható:

Az oldat összetételét tömegkoncentrációval (x) vagy tömegtörttel (X) is megadhatjuk:

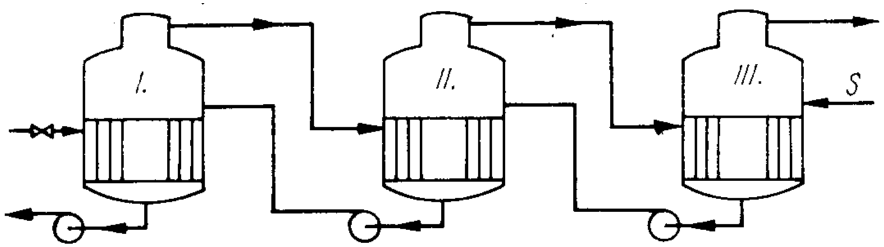
$$x = \frac{S}{L} = \frac{\text{kg oldott anyag}}{\text{kg oldat}} \qquad X = \frac{L-S}{S} = \frac{\text{kg oldószer}}{\text{kg oldott anyag}}$$




Bepárlás alatt az oldatban lévő szárazanyag (oldott anyag) mennyiség nem változik, hiszen csak az oldószer kerül elpárologtatásra.

$$S = x_0 L_0 = x_1 L_1 \Rightarrow L_1 = L_0 \frac{x_0}{x_1} \qquad W = L_0 - L_1 = L_0 - L_0 \frac{x_0}{x_1} = L_0 \left(1 - \frac{x_0}{x_1}\right)$$

**A hőátadási viszonyok kedvezőbbek ellenáramú kapcsolás esetén:**




A besűrítendő oldatot egyre nagyobb nyomású terekbe kell vezetni, ezért szivattyúk alkalmazása szükséges. A végtermék hőmérséklete a legmagasabb, hiszen az I fokozat fűtése történik friss gőzzel. Nem alkalmazható olyan oldatoknál amelyek nagy koncentrációban hőmérséklet érzékenyek.

## Hőcserélő felület

$$F = \frac{Q_1}{k_1 \Delta t_1} = \frac{Q_2}{k_2 \Delta t_2} \qquad \Delta t_1 / \Delta t_2 = \frac{Q_1}{k_1} / \frac{Q_2}{k_2}$$

$$\Delta t_2 = \Delta t - \Delta t_1$$

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 \frac{Q_1 / k_1}{Q_2 / k_2} = (\Delta t - \Delta t_1) \frac{Q_1 / k_1}{Q_2 / k_2} \longrightarrow$$

Az 1-es fokozat hasznos hőm. különbsége

$$\Delta t_1 = \Delta t \frac{Q_1 / k_1}{Q_1 / k_1 + Q_2 / k_2}$$

Általános esetben:

$$\Delta t_i = \Delta t \frac{Q_i / k_i}{\sum_{i=1}^{n} Q_i / k_i}$$

## Bepárlótestek száma:

Tapasztalati adatok alapján a fajlagos gőzfogyasztás és a bepárló testek száma közötti összefüggés látható a táblázatban:

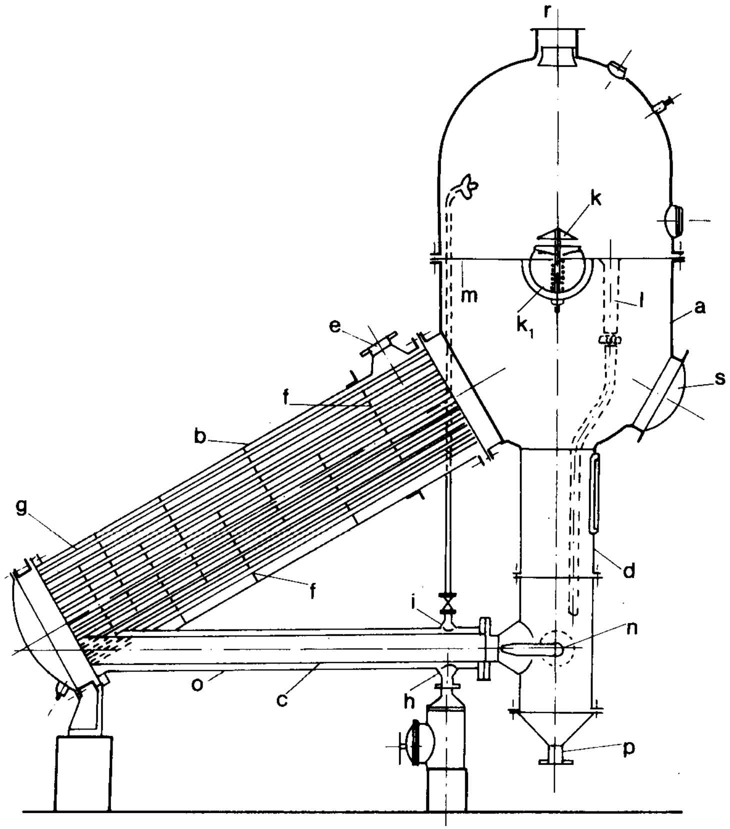
| Testek száma | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Fajlagos gőzfogyasztás | 1,1 | 0,57 | 0,4 | 0,3 | 0,27 |

Látható, hogy a bepárló testek számának növekedésével a fűtőgőz megtakarítás mértéke csökken. A gyakorlatban 3-4 testből álló telepeket alkalmaznak, mert több test estén az energiaköltségben jelentkező megtakarítás nem kompenzálja a beruházási igényt. Állami támogatással működő, tengervízből édesvizet előállító üzemben 10 testes bepárlótelepek is vannak.

## Több testes bepárlótelep méretezési lépései:

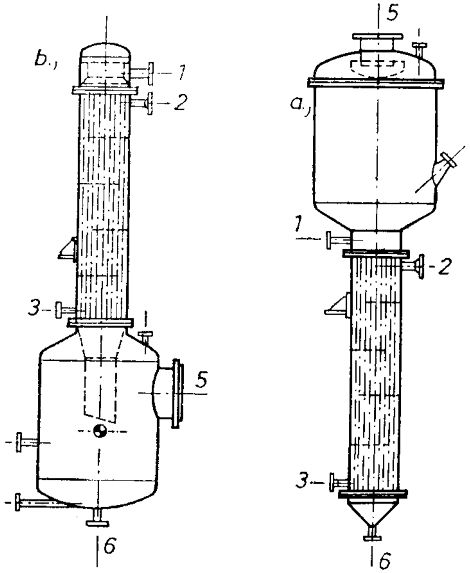
1. Az összes elpárologtatandó vízmennyiség meghatározása a kezdeti és végkoncentráció valamint a besűrítendő anyagmennyiség ismeretében. A vízmennyiség önkényes, egyenletes felosztása a testek között.
2. Anyagmérlegek segítségével a testekből távozó oldat koncentrációk meghatározása.
3. A teljes nyomásesés (a friss gőz nyomása (p1) és a kondenzátor nyomása (pkond) közötti különbség) elosztása a testek között. ($p1 - pkond = \Delta p = \Delta pö/n$)
4. A bepárlók páratéri nyomásának közelítő értékének meghatározása. (pld. $pg1 = p1 - \Delta p$)
5. A testek hőmérséklet-veszteségének, a forrpontemelkedéseknek meghatározása.
6. A hasznos hőmérséklet-különbségek egyenletes elosztása a testek között (ha a hőmérsékletkülönbség túl kicsi, csökkenteni kell a testek számát és a 2. ponttól újra kezdeni kell a számítást.
7. Közelítő k értékek meghatározása az ismert Q hőterhelések és hajtóerők ismeretében. A hajtóerőket azonos fűtőfelületre törekedve kell felosztani.
8. A bepárlókban lévő oldatok forrpontjainak meghatározása.
9. Hőmérlegekből a testekben elpárologtatott oldószer mennyiségek meghatározása, a bepárlótestek hőátviteli teljesítményének meghatározása.
10. A hőátviteli tényezők meghatározása.
11. A fűtőfelületek meghatározása. ( Ha a felületek eltérnek egymástól új elpárologtatandó értékeket kell felvenni és a számítást meg kell ismételni.)

## Vogelbush bepárló




a - páratér és létér; b-,c-,d - léterek; e - fűtőgőzcsonk; f - terelőlemez;  g - forrcső; h - kondenzcsonk; i - légtelenítő; k - habszelep; k1 -  cseppfogó; l - lévezeték; n - friss lé; o - fűtőköpeny;  p - tömény lé;  r - páracsonk;  s - tisztítónyílás;

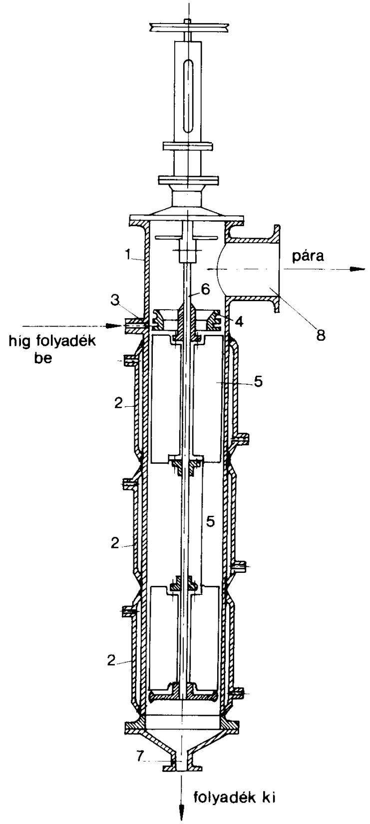
## Esőáramú filmbepárló

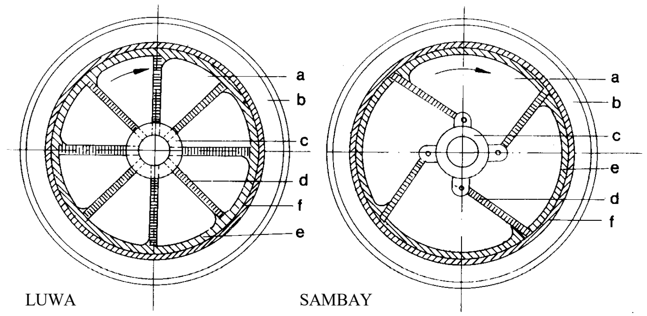



1.híg oldat betáplálás; 2.fűtőgőz bevezetés; 3.kondenzcsonk; 5.páracsonk; 6.sűrű oldat elvezetése;

Egyenáramú esőfilmes bepárlónál (b) a forrcsövekben az oldat és a gőz iránya megegyezik, felülről lefele halad.
Az ellenáramú bepárlónál (a) a forrcsövekben a páragőz az oldattal ellenkező irányba halad.

## Keverős filmbepárló

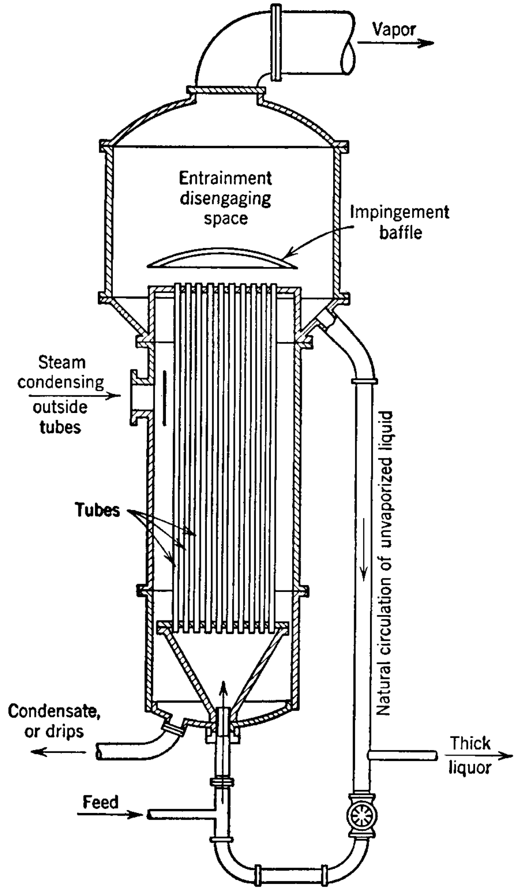



a - gőztér, b - fűtőköpeny,
c - forgástengely, d - lapát,
e – folyadékfilm f - készülékfal

1.bepárló test; 2.fűtőköpeny; 3.folyadék kilépés; 4.elosztó (cseppfogó) tálca; 5.lapát; 6.tengely; 7.kilépő csonk; 8.páracsonk
Hőérzékeny anyagok bepárlására alkalmazzák. A lecsurgó folyadék hártya vastagsága (néhány tized mm) állítható.

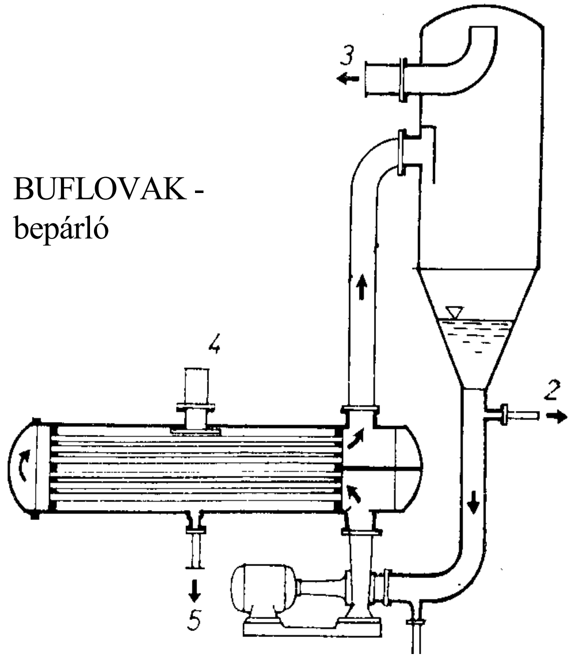
## Kényszercirkulációs bepárló

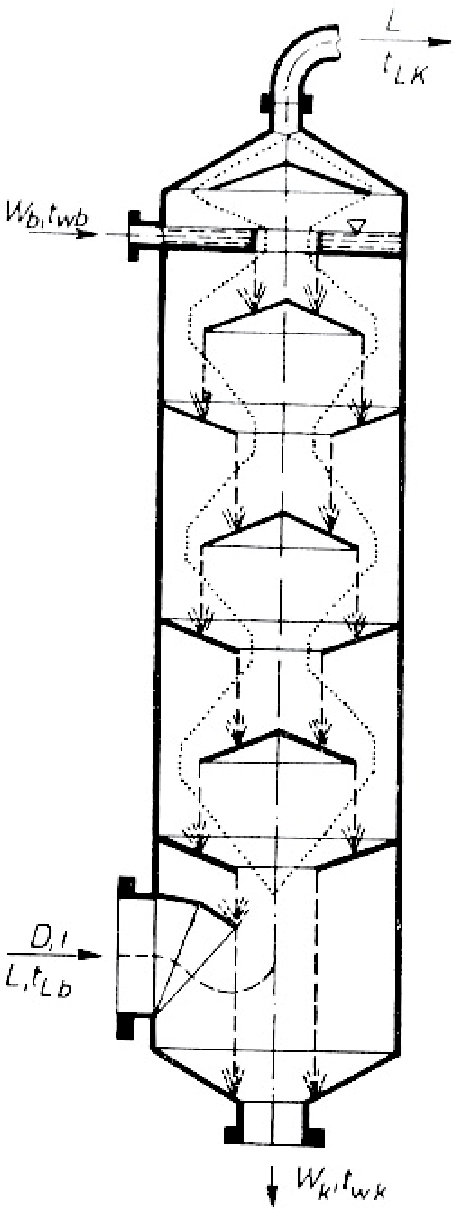



## Buflovak bepárló

*1* — híg oldat betáplálása; *2* — sűrű oldat elvétele; *3* — páraelvezetés; *4* — fűtőgőz bevezetése; *5* — kondenzvízcsonk

BUFLOVAK - bepárló






**Helyes működés feltételei:**

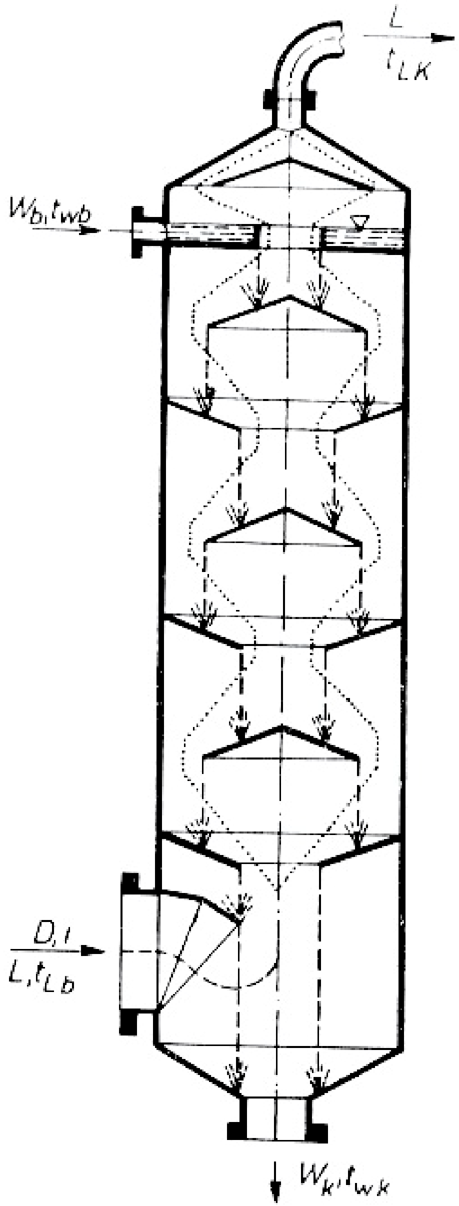
- A víz és a gőz jól keveredik, a gőz maradéktalanul kondenzál
- A rendszerből elszívandó gáz hőmérséklete minél alacsonyabb
- A hűtővíz minél hidegebb legyen

**Hűtővíz-fogyasztás**

- Hőmérleg:

$$\dot{Q}_b = \dot{Q}_D + \dot{Q}_{LB} + \dot{Q}_{WB}$$
$$\dot{Q}_k = \dot{Q}_{WK} + \dot{Q}_{LK}$$

- Elhanyagoljuk a kondenzátor hőveszteségét
- Az elszívandó gázt levegőnek tekintjük




$$\dot{Q}_b = \dot{Q}_D + \dot{Q}_{LB} + \dot{Q}_{WB} \qquad \dot{Q}_k = \dot{Q}_{WK} + \dot{Q}_{LK}$$

$$Di + Lc_L t_{LB} + W_b c_b t_{WB} = W_K c_K t_{WK} + Lc_L t_{LK}$$

Az ejtővíz mennyisége: $W_K = W_b + D$

Átrendezés után:

$$W_b = \frac{D\left(i - c_W t_{WK}\right) + Lc_L\left(t_{LB} - t_{LK}\right)}{c_W\left(t_{WK} - t_{WB}\right)}$$

**Az elszívandó gáz mennyisége:**

Tapasztalati adatok

Weiss szerint:

1 kg víz 15 C-on atmoszférikus nyomáson átlagosan 2 V/V% levegőt tartalmaz, így 1 kg vízben 0,000025 kg levegő található.

Tömítetlenségek miatt 1 kg kondenzálódó gőzre 8 liter levegő szivárgással számolhatunk.

## Az elszívandó gáz mennyisége:

Tehát :

$$L' = 0.001\,(0.02W_b + 8D) \qquad m^3/s$$

Átszámítva üzemi nyomásra:

$$L'_{eff} = \frac{L'}{p_{LK}} \qquad m^3/s$$

Az elszívandó levegő tömegárama:

$$L = 2.5 * 10^{-5} W_b + 0.01D \qquad kg/s$$

Ezen összefüggéseket mérések segítségével feülvizsgálták:

$$\frac{L'}{D} = C_L \frac{T_L K}{P_L K} \qquad m^3 \frac{levego}{kgparagoz}$$

$$C_L = 9.18 * 10^{-5} \qquad Znamenszkij$$

$$C_L = 6.67 * 10^{-5} \qquad Nesvadbe$$

$T_{LK}$:levegő hőmérséklet, K

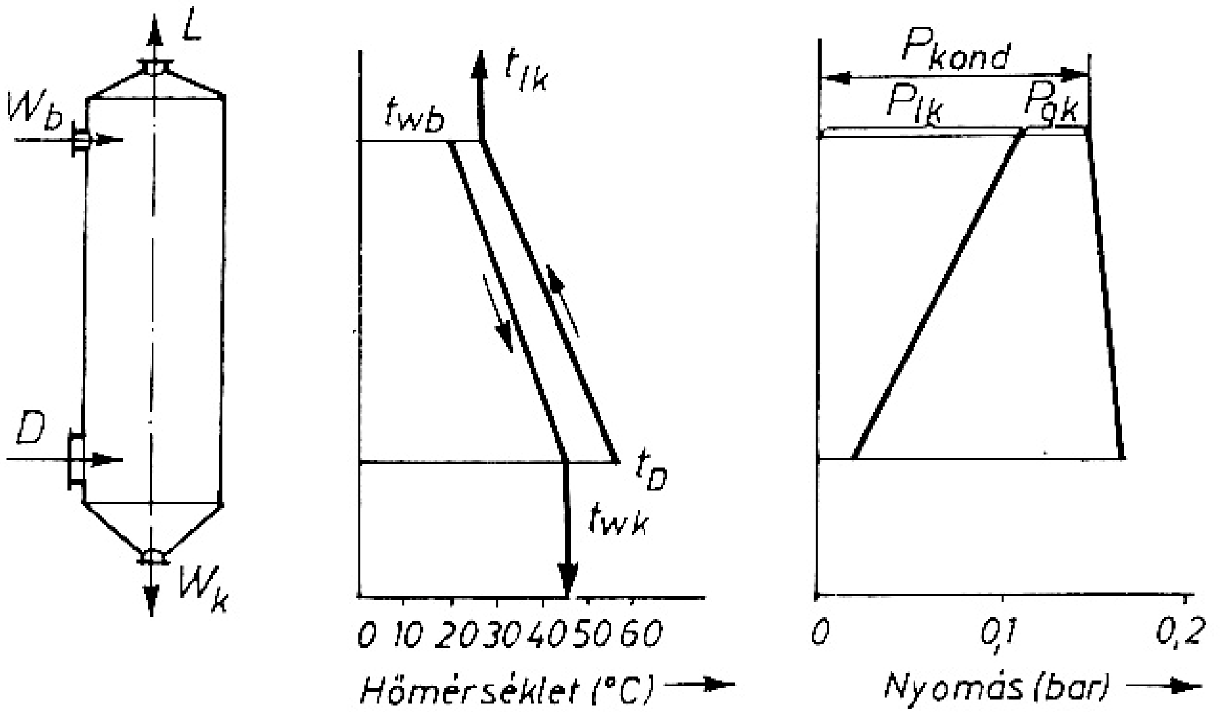
$P_{LK}$:levegő parciális nyomása, bar

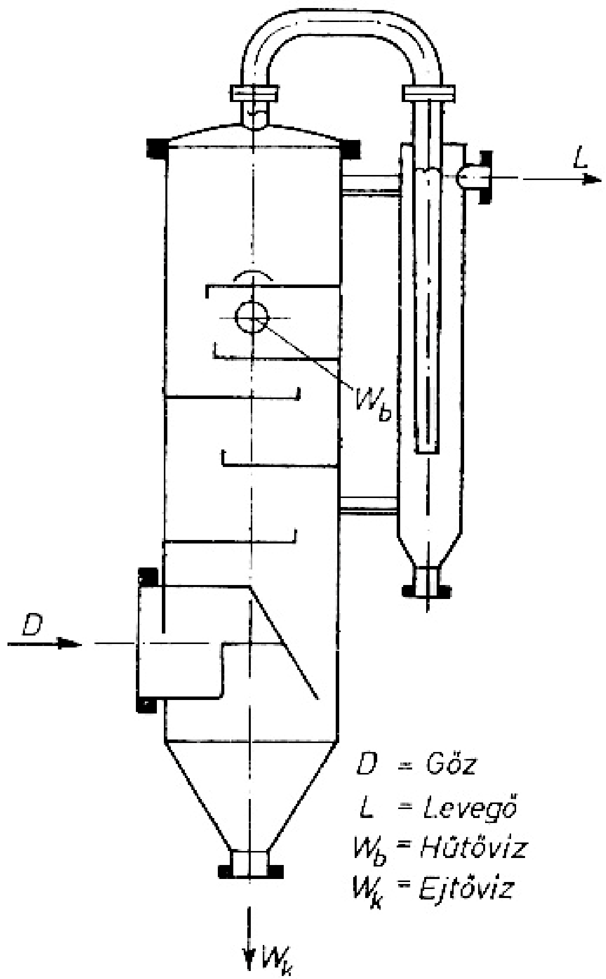
**Hőmérséklet és nyomásviszonyok:**

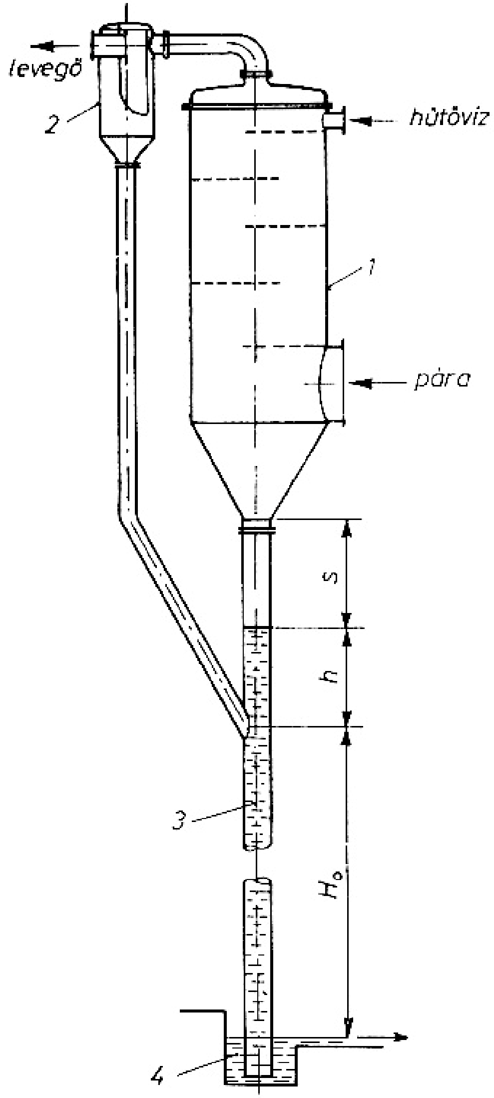
Ellenáramú kondenzátornál az elszívandó levegő hőmérséklete:

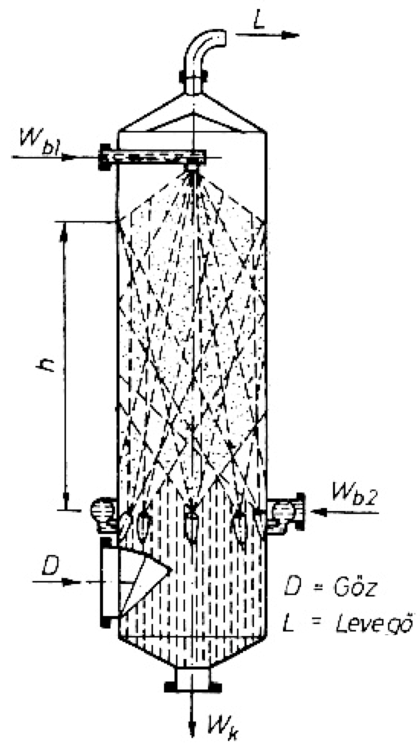
$$T_{LK} = t_{WB} + 4 + 0.1 * (t_{WK} - t_{WB})$$

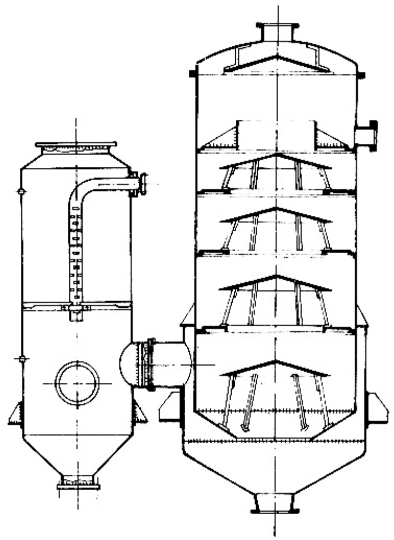
Egyenáramú kondenzátornál a kilépő levegő hőmérséklet megegyezik a kilépő víz hőmérsékletével.




L
$W_b$
D
D = Gőz
L = Levegő
$W_b$ = Hűtővíz
$W_k$ = Ejtővíz
$W_k$


levegő
2
hűtővíz
1
pára
s
h
3
$H_o$
4


L
$W_{bl}$
h
$W_{b2}$
D
D = Gőz
L = Levegő
$W_k$



**Köszönöm a figyelmet, egyelőre ennyi☺**