

Áramlástani alapok

Milyen típusú közegek áramlásával foglalkozhatunk?

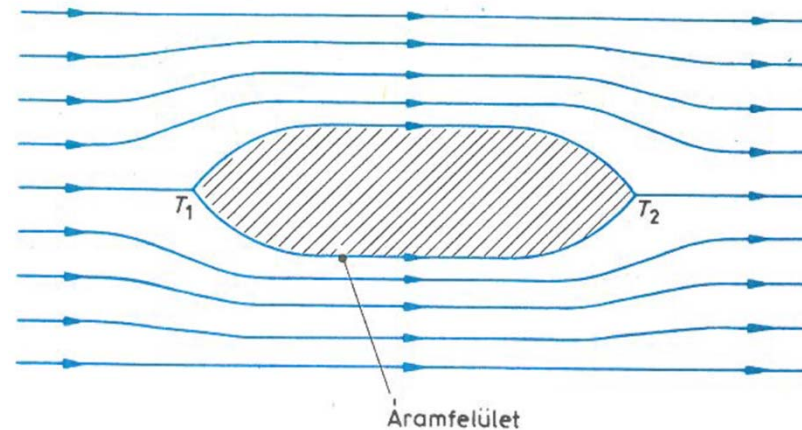
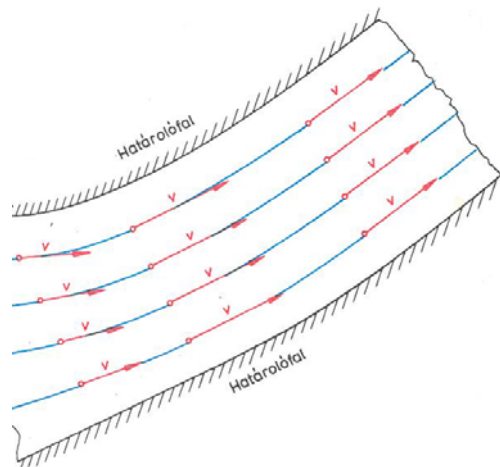
- Összenyomhatatlan
- Összenyomható

Mit tekintünk áramlási sebességnek?

Egy elemi dt időszak alatt megtett elemi ds útszakasznak a hányadosát értjük, azaz $v=ds/dt$

Az áramlási sebesség **vektormennyiség!** Iránnyal és nagysággal rendelkezik.

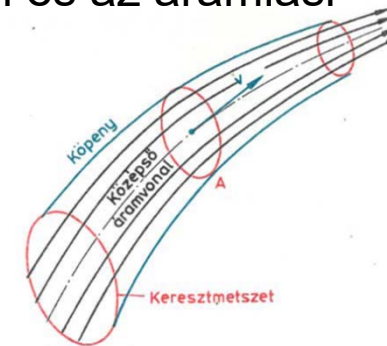
Az áramlás különböző pontjaihoz tartozó sebességvektorokat felrajzolva áramképet tudunk ábrázolni. Áramvonalak által alkotott felület az áramfelület.



Áramcső

Egy zárt görbére illeszkedő áramvonalakból álló áramfelület az áramcső. Az elemi keresztmetszetű áramcsővel határolt közeget áramfonalnak is nevezik. Az átlagsebesség az áramcsőben áthaladó térfogatáram és az áramlási keresztmetszet hányadosa:

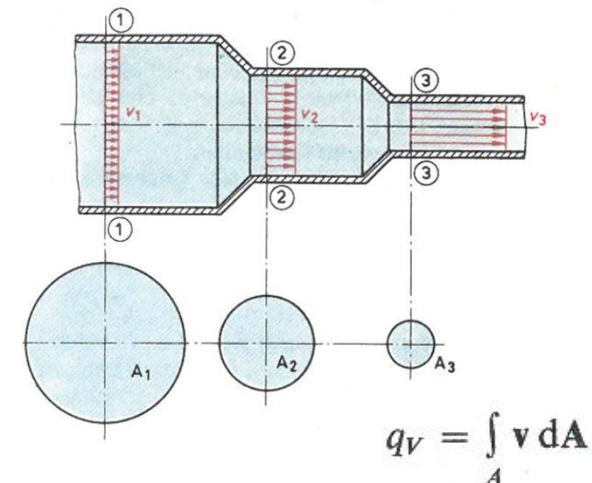
$$|v| = \frac{q_V}{A}$$



Folytonosság egyenlete (kontinuitási egyenlet)

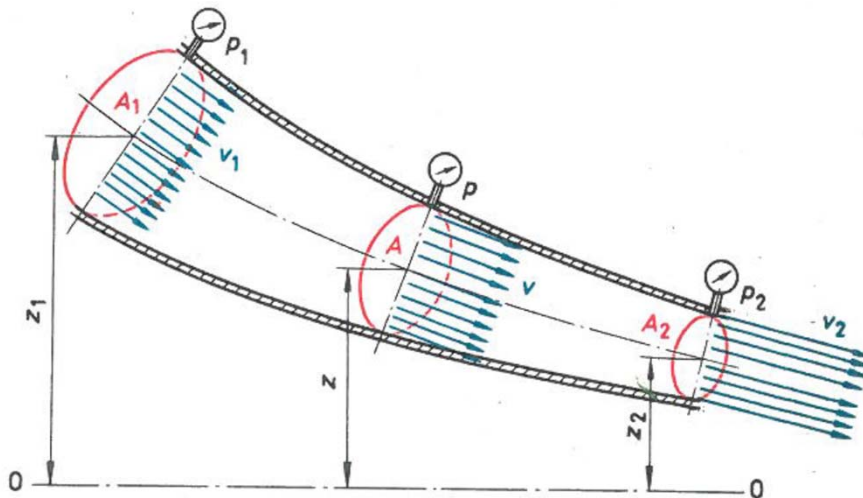
Tekintsük a lenti ábrát: összenyomhatatlan közeg áramlása esetén az áthaladó térfogatáramnak azonosnak kell lennie, azaz:

$$q_V = A_1 v_1 = A_2 v_2 = A_3 v_3 = \\ = Av = \text{állandó,}$$



Egyszerű Bernoulli-egyenlet

Valóságos folyadékok helyett **ideális folyadékot** veszünk figyelembe. Az ideális folyadék súrlódásmentes, összenyomhatatlan, sűrűsége állandó. Tekintsük az alábbi ábrát:



$$q_m g z_1 + \frac{q_m}{\rho} p_1 + q_m \frac{v_1^2}{2} =$$

$$= q_m g z_2 + \frac{q_m}{\rho} p_2 + q_m \frac{v_2^2}{2},$$

Az egyes pontokban milyen energiákat tudunk felírni?

- Helyzeti (potenciális)
- Nyomási
- Kinetikai

	1 állapot	2 állapot
Helyzeti (potenciális) energia	$q_m g z_1$	$q_m g z_2$
Nyomási energia ¹⁰	$q_v p_1 = \frac{q_m}{\rho} p_1$	$q_v p_2 = \frac{q_m}{\rho} p_2$
Mozgási (kinetikai) energia	$q_m \frac{v_1^2}{2}$	$q_m \frac{v_2^2}{2}$

A belső energiát, mint felhalmozódott hőenergiát elhanyagoljuk!

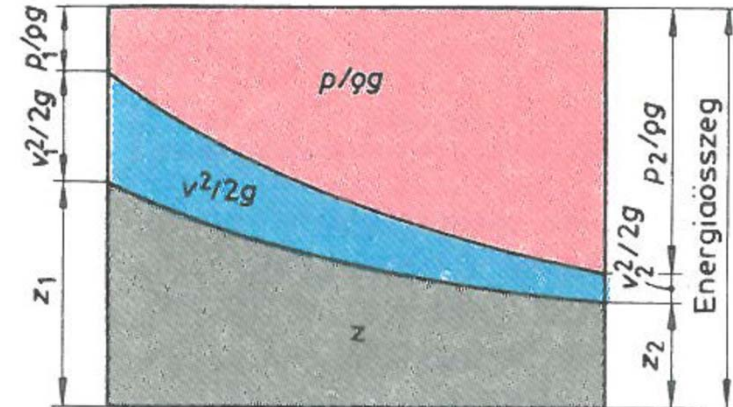
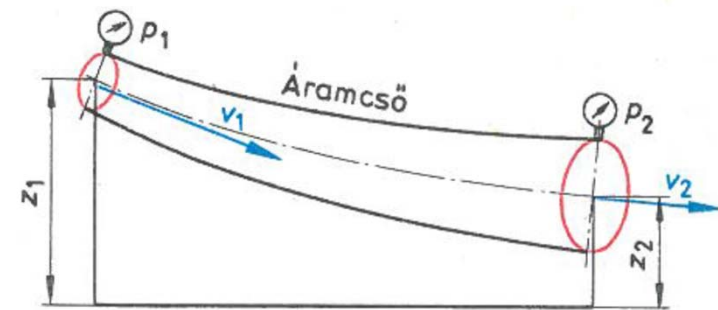
Áramlástan alapok vegyipari műveletekhez

$$gz_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} =$$
$$= gz + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2}.$$

Ez azt jelenti, hogy áramcső esetén:

$$gz + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} = \text{állandó},$$

ahol g a nehézségi gyorsulás,
 z az alapszinttől mért magasság,
 p a statikus nyomás,
 ρ a folyadék sűrűsége,
 v az áramlási sebesség.



$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{állandó}.$$

$$\rho g z + p + \frac{\rho}{2} v^2 = \text{állandó}.$$

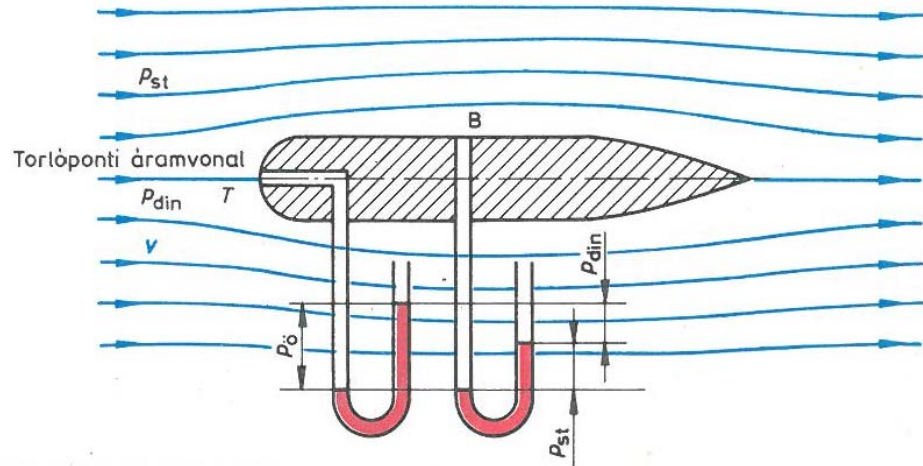
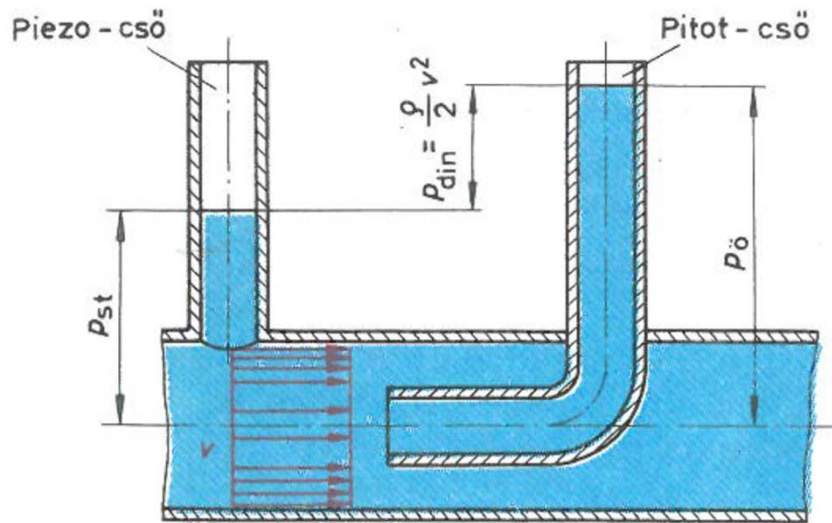
Statikus és dinamikus nyomás fogalma

Vízszintes áramlásoknál a z nem változik, így

$$p + \frac{\rho}{2} v^2 = \text{állandó.}$$

Ahol az első tag a statikus nyomás, míg a második tag a dinamikus nyomás. Az össznyomás a kettő összege:

$$p_{\text{ö}} = p_{\text{st}} + p_{\text{din}}$$

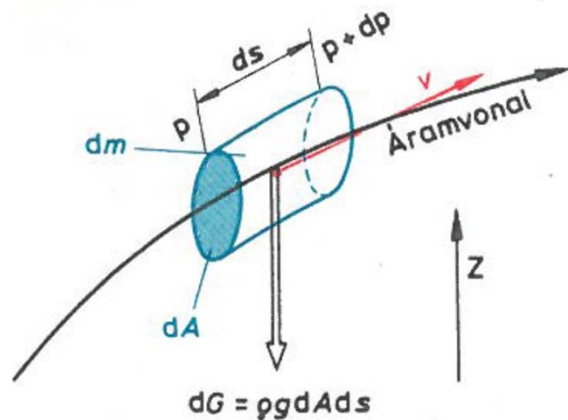


$$\begin{aligned} p_{\text{din}} &= p_{\text{ö}} - p_{\text{st}} = p_{\text{st}} + \frac{\rho}{2} v^2 - p_{\text{st}} = \\ &= \frac{\rho}{2} v^2, \end{aligned}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(p_{\text{ö}} - p_{\text{st}})}{\rho}}$$

Egy kis érdekesség – differenciális írásmódban vajon milyen eredményre jutunk?

Newton-féle tehetetlenségi elvet alkalmazzuk az áramló közeg egy kicsiny dm elemére: *Erő = tömeg * gyorsulás.*



$$-\frac{dp}{ds} dA ds - \rho g dA \frac{dz}{ds} ds = \rho dA ds \frac{dv}{dt},$$

$$-\frac{dp}{ds} - \rho g \frac{dz}{ds} = \rho \frac{dv}{dt},$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds} \cdot \frac{ds}{dt},$$

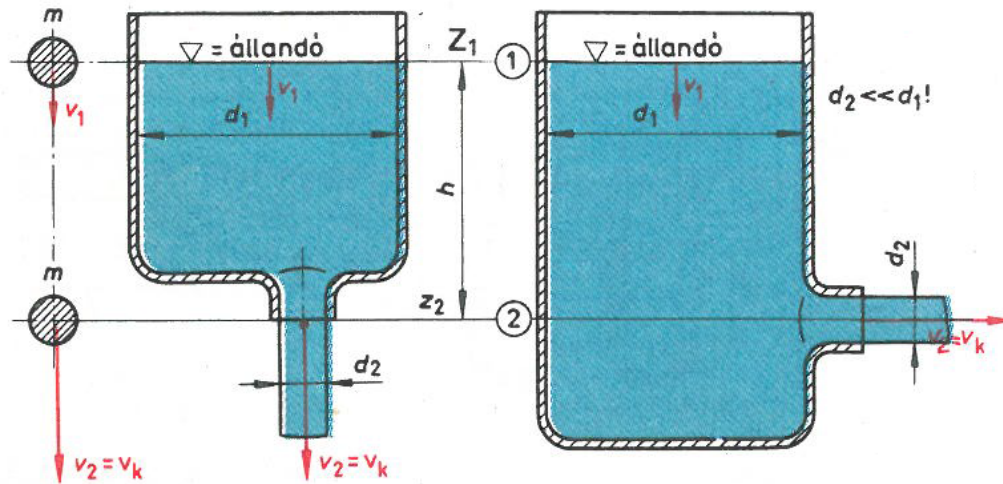
stacionárius áramlásnál $\frac{ds}{dt} = v,$

$$-\frac{dp}{\rho} - g dz = dv \frac{ds}{dt} = v dv,$$

$$g dz + \frac{dp}{\rho} + v dv = 0.$$

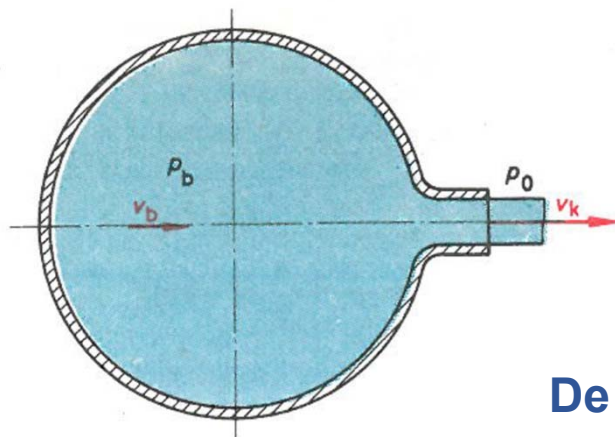
Bernoulli-egyenlet alkalmazása

Kiömlés tartályból



$$v_k = \sqrt{2gh}$$

Kiömlés nyomás alatti tartályból

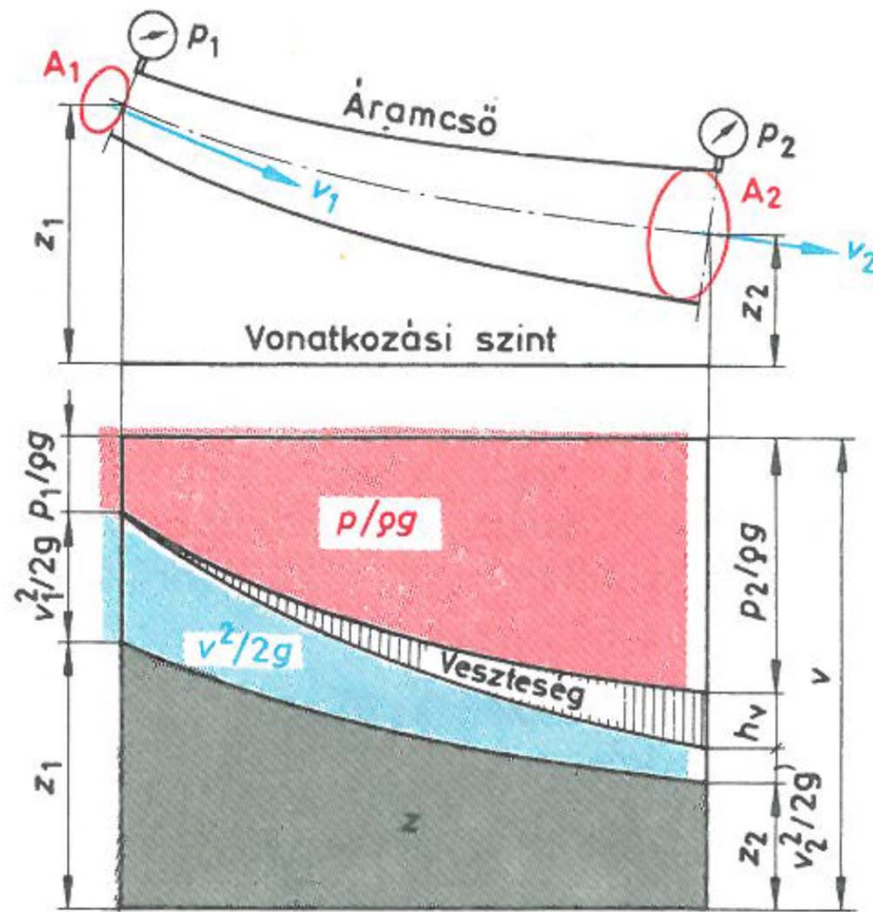


$$v_k = \sqrt{\frac{2(p_b - p_0)}{\rho}}$$

De hogy is adódtak ezek az összefüggések?

Súrlódásos, összenyomhatatlan közegek áramlása

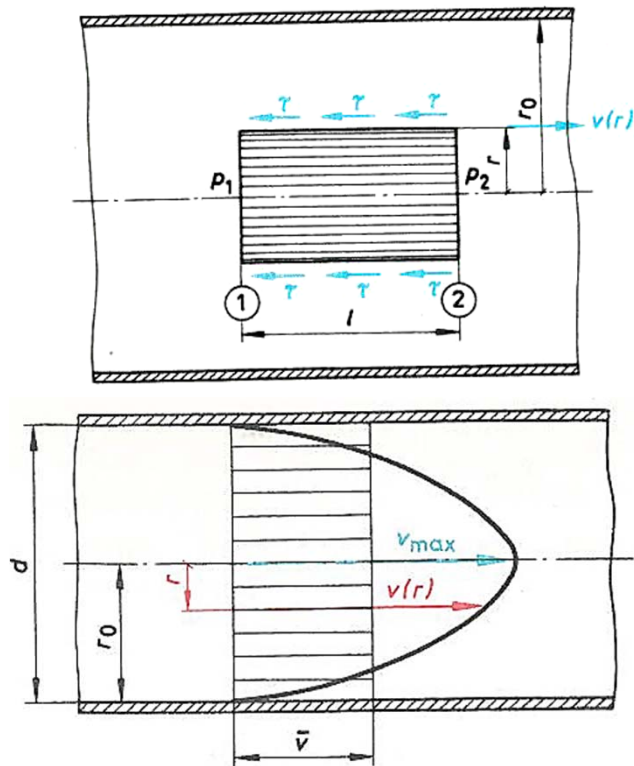
A valóságos folyadékokban végbemenő energiaátalakulásoknál a súrlódás és más áramlási veszteségek (pl. örvények) által felemésztett energiát is figyelembe kell venni.



$$gz_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} =$$
$$= gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + \frac{\Delta p_v}{\rho}$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} =$$
$$= z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_v$$

Nyomásveszteség kör keresztmetszetű csőben – lamináris áramlás, $Re < 2320$



Az áramlás irányban csökken a nyomás. Az 1-es felületre ható nyomás nagyobb, mint a 2-es re ható. Az áramlás lamináris (mit is jelent ez?). A sebesség csak az r sugár mentén változik. A falhoz tapadó folyadék sebessége zérus. Mivel a folyadékrétegek elcsúsznak egymáson, így csúsztatófeszültség keletkezik. Ha a folyadék newtoni, akkor:

$$\tau = -\eta \frac{dv}{dr}$$

A cső vízszintes, stacionárius, csak a súrlódásból keletkező erő hat.

A nyomásból származó erő: $(p_1 - p_2)r^2\pi$

A súrlódásból származó erő: $2\pi r l \tau = -2\pi r l \eta (dv/dr)$

A két erőt egymással egyenlővé téve: $(p_1 - p_2)r^2\pi = -2\pi r l \eta \frac{dv}{dr}$

Nyomásveszteség kör keresztmetszetű csőben – lamináris áramlás, $Re < 2320$

Folyt...

$$(p_1 - p_2)r = -2l\eta \frac{dv}{dr},$$

$$(p_1 - p_2)r^2\pi = -2\pi r l \eta \frac{dv}{dr}$$

$$dv = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} r dr$$

Integrálás után....

$$v = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} \cdot \frac{r^2}{2} + C.$$

A C konstans, ha $v=0$, $r=r_0$

$$0 = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} r_0^2 + C,$$

$$C = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} r_0^2.$$

Behelyettesítve:

$$v = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} (r_0^2 - r^2).$$

Stokes-törvény

$$v_{\max} = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} r_0^2.$$

$$v = \frac{1}{2} v_{\max}$$

Nyomásveszteség kör keresztmetszetű csőben – lamináris áramlás, $Re < 2320$

Folyt...

A térfogatáram a v átlagsebesség felhasználásával

$$q_v = Av = r_0^2 \pi \frac{p_1 - p_2}{8\eta l} r_0^2$$

$$q_v = \frac{\pi r_0^4 (p_1 - p_2)}{8\eta l}$$

Hagen-Poiseuille törvény

A későbbiekben ez a szűrés műveleténél meg fog jelenni!

Hogyan lehet ebből a nyomásveszteséget származtatni? Rendezni kell $p_1 - p_2$ -re, némi átalakítással:

$$r_0^4 = \left(\frac{d}{2}\right)^4 = \frac{d^4}{16} \quad \eta = \rho \nu$$

$$p_1 - p_2 = \frac{128 l \rho \nu q_v}{\pi d^4}$$

$$q_v = v \frac{d^2 \pi}{4} \rightarrow p_1 - p_2 = \frac{128 l \rho \nu v d^2 \pi}{4 \pi d^4} \rightarrow p_1 - p_2 = \frac{64 l \rho}{2d} \cdot \frac{\nu}{d} v$$

Bevezetve a Re -számot, és kifejezve ν/d -t:

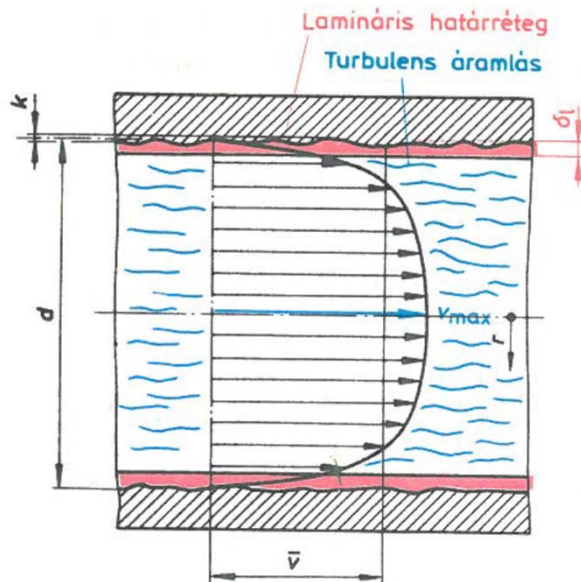
$$p_1 - p_2 = \frac{64}{Re} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} v^2$$

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

Nyomásveszteség kör keresztmetszetű csőben – NEM lamináris áramlás, $Re > 2320$

Ha a Reynolds-szám nagyobb, mint 2300, de kisebb, mint 10 000, akkor átmeneti áramlásról, ha nagyobb, mint 10 000, akkor turbulens áramlásról beszélünk.

Turbulens sebességprofil:



Prandtl meghatározta azt a rétegvastagságot, amelyen belül a sebességprofil sugármenti változása parabolikus (lamináris profil).

$$\delta_l \approx \frac{34,2}{(0,5Re)^{0,875}} d.$$

A nyomásveszteség számítása teljesen analóg módon történik, mint ahogy korábban, mindössze a csősúrlódási tényező értéke más lesz:

$$\Delta p_v = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho}{2} v^2,$$

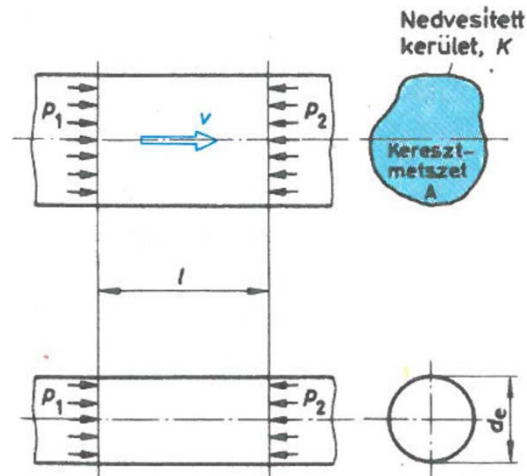
Nyomásveszteség kör keresztmetszetű csőben – NEM lamináris áramlás, $Re > 2320$

Csősúrlódási tényező:

Hidraulikailag sima cső	Hidraulikailag érdes cső	Az átmeneti tartományban
$k \ll \delta_1$	$k > \delta_1/4$	$k \leq \delta_1/4$
<p>A λ képletei:</p> <p>a) <i>Blasius</i> képlete $2320 < Re < 10^5$ tartományra:</p> $\lambda = 0,3164 Re^{-0,25}$ <p>b) <i>Nikuradse</i> képlete:</p> <p>$10^5 < Re < 5 \cdot 10^6$ tartományra:</p> $\lambda = 0,032 + 0,221 Re^{-0,237}$ <p>c) A <i>Prandtl-Kármán</i>-képlet:</p> <p>$Re > 10^6$ tartományra:</p> $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg (Re \sqrt{\lambda} - 0,8)$	<p>A λ képletei:</p> <p>a) <i>Nikuradse</i> képlete:</p> $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{d}{k} + 1,14$ <p>b) <i>Moody</i> képlete:</p> $\lambda = 0,0055 + 0,15 \left(\frac{k}{d} \right)^{1/3}$	<p>A λ képletei:</p> <p>A <i>Prandtl-Colebrook</i>-képlet:</p> $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \left[\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{d} \cdot 0,269 \right]$

Nyomásveszteség nem kör keresztmetszetű csőben

Egyenes, nem kör km-ű csőekben a nyomásveszteség:



$$\Delta p_v = \lambda \frac{l}{d_e} \cdot \frac{\rho}{2} v^2.$$

$$d_e = \frac{4A}{K},$$

$$\Delta p_v = \zeta \frac{\rho}{2} v^2.$$

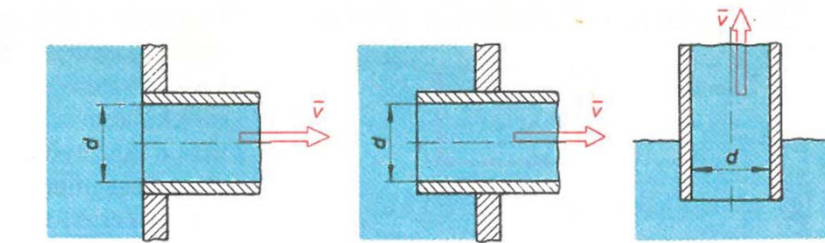
Csővezetéki szerelvények áramlási vesztesége

Csővezetéki elem esetén a nyomásveszteség az alábbi általános összefüggéssel számolható:

$$\Delta p_v = \zeta \frac{\rho}{2} v^2.$$

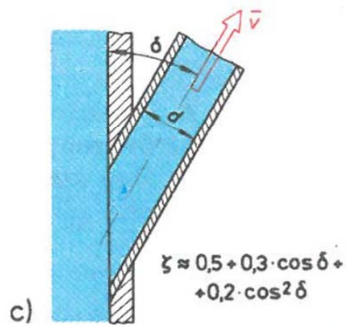
Csővezeteki szerelvények áramlási vesztesége

Beáramló idomok

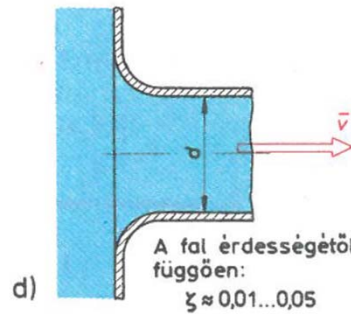


a) Éles sarokkal: $\zeta \approx 0,5$
Éltompítással: $\zeta \approx 0,25$

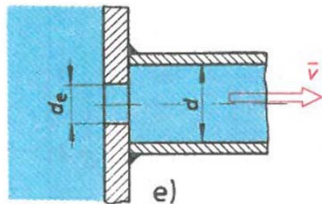
b) Éles sarokkal: $\zeta \approx 3,0$
Éltompítással: $\zeta \approx 0,6 \dots 1,0$



$\zeta \approx 0,5 + 0,3 \cdot \cos \delta + 0,2 \cdot \cos^2 \delta$

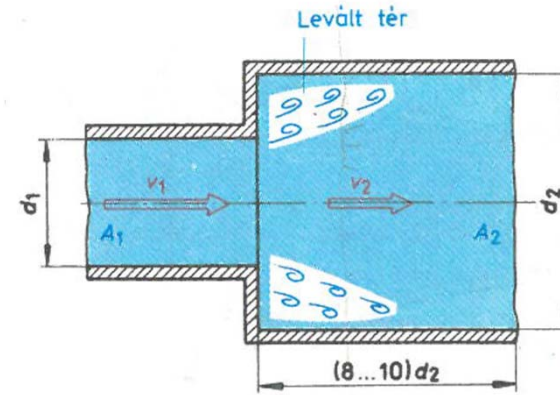


A fal érdességétől függően:
 $\zeta \approx 0,01 \dots 0,05$



$\left(\frac{d}{d_e}\right)^2$	1	1,25	2	5	10
ζ	0,5	1,17	5,45	54	245

Hirtelen keresztmetszet változás



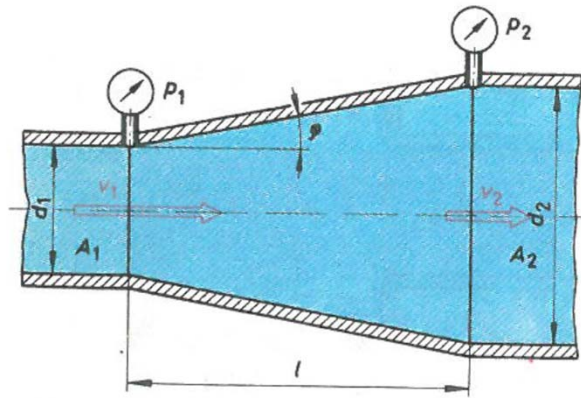
$$\Delta p_v = \frac{\rho}{2} (v_1 - v_2)^2$$

$$\Delta p_v = \zeta_2 \frac{\rho}{2} v_2^2$$

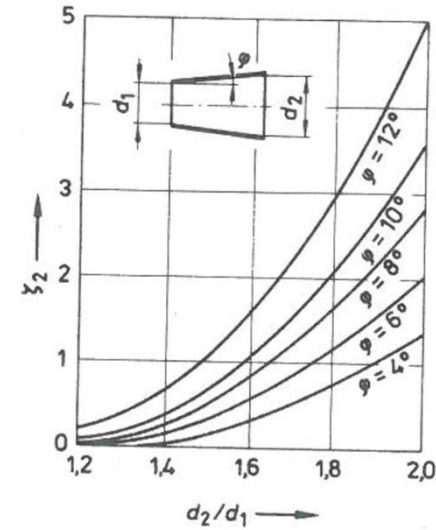
$$\zeta_2 = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right)^2$$

Csővezeteki szerelvények áramlási vesztesége

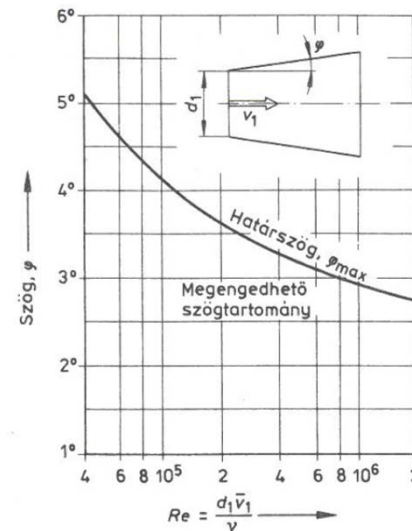
Fokozatos keresztmetszet növekedés



$$\Delta p_v = \zeta_2 \frac{\rho}{2} v_2^2$$

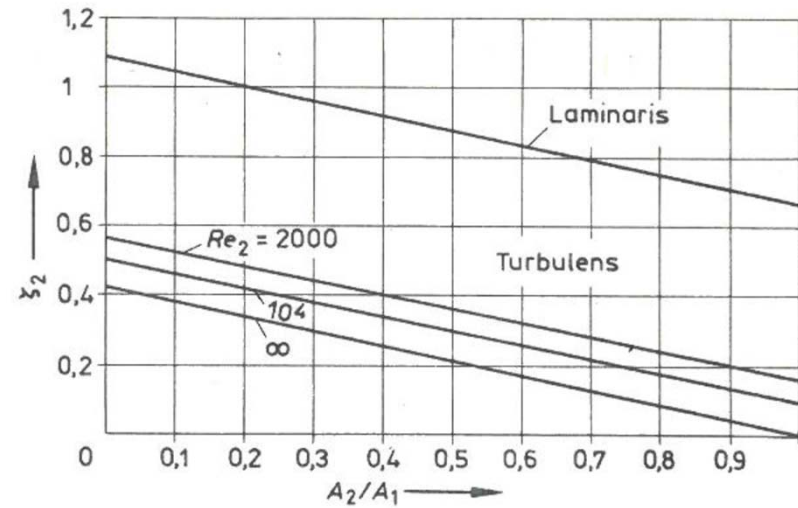
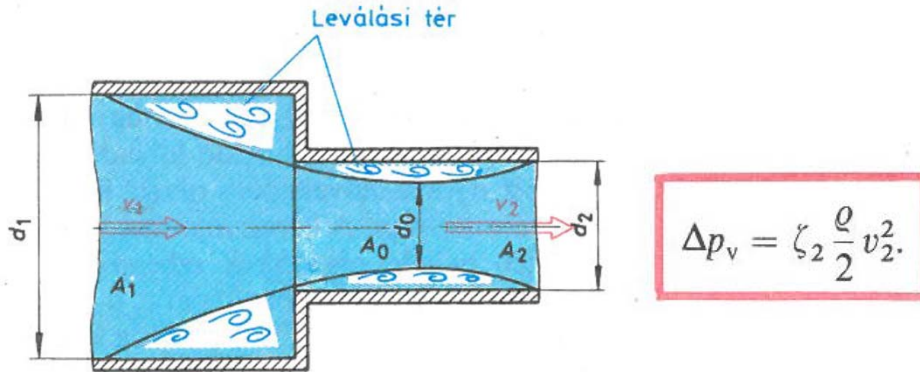


Maximális megengedett bővülési szög, ahol még nem történik leválás:

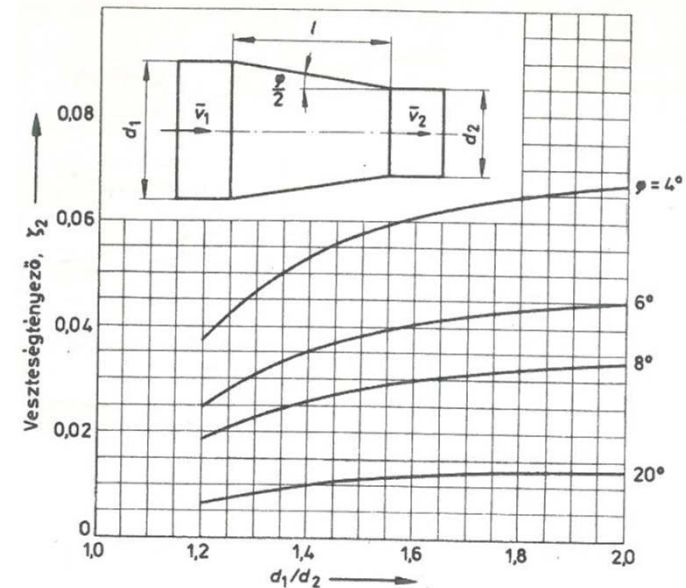
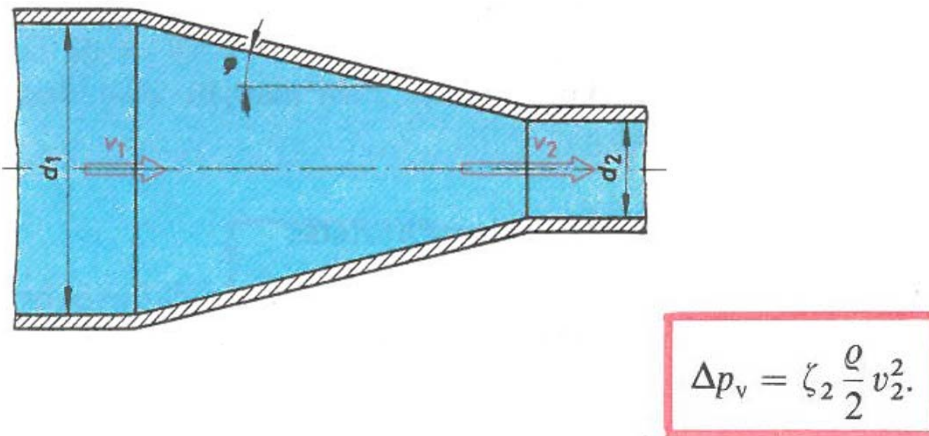


Csővezeteki szerelvények áramlási vesztesége

Hirtelen keresztmetszet csökkenés



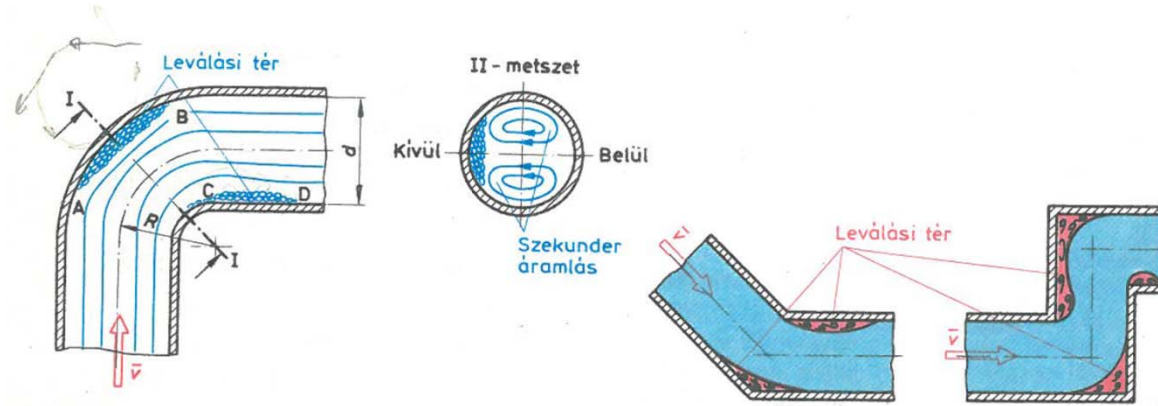
Fokozatos keresztmetszet csökkenés



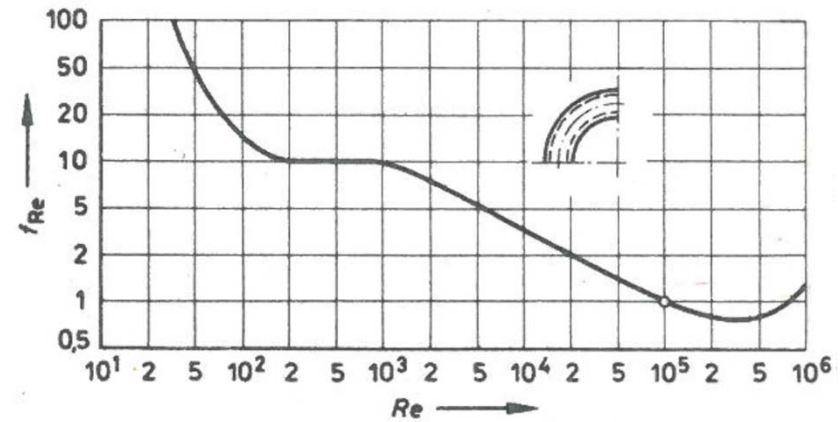
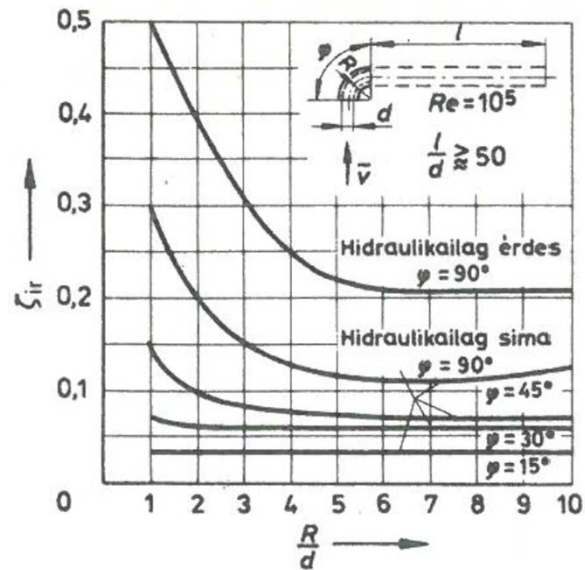
Csővezeteki szerelvények áramlási vesztesége

Írányváltások

Mi okoz gondot?



Ívcső



$$\zeta = f_{Re} \zeta_{ir}$$

$$\Delta p_v = \zeta \frac{\rho}{2} v^2$$

Csővezetéki szerelvények áramlási vesztesége

Írányváltások

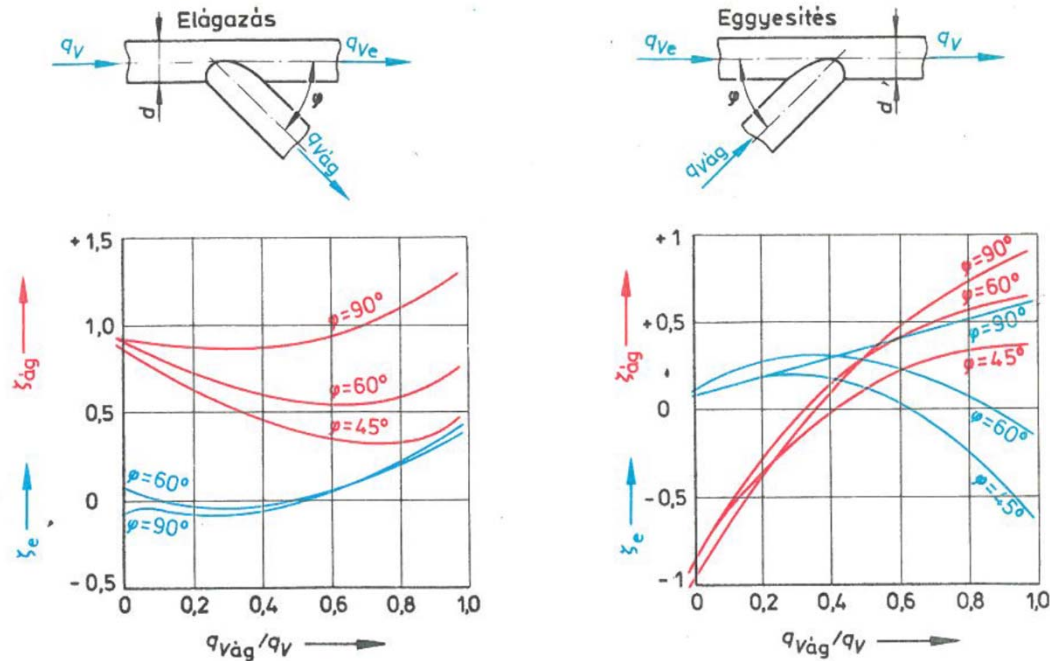
Csőelágazások

Egyenes ágban:

$$\Delta p_{ve} = \zeta_e \frac{\rho}{2} v^2.$$

Elágazó csőben

$$\Delta p_{vág} = \zeta_{ág} \frac{\rho}{2} v^2.$$



T-idomok

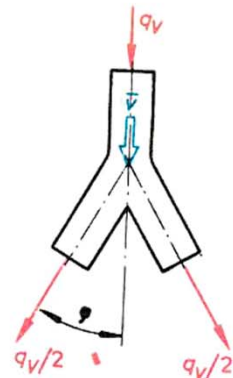
$$\Delta p_v = \zeta_T \frac{\rho}{2} v^2,$$

Éles sarkú	Gömb alakú	Gömb alakú legömbölyített nyakátmenettel	Legömbölyített nyakátmenet csőbe
$\zeta_T = 1,3$	$\zeta_T = 5$	$\zeta_T = 0,9$	$\zeta_T = 0,7$

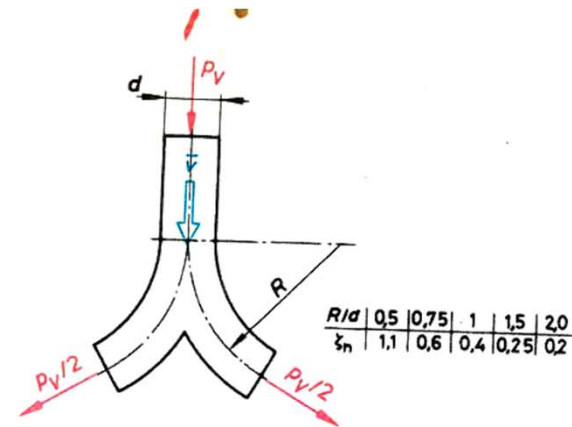
Csővezetéki szerelvények áramlási vesztesége

Irányváltások Nadrágcsövek

$$\Delta p_v = \zeta_n \frac{\rho}{2} v^2.$$



ϕ	10°	30°	45°	60°	90°
ζ_n	0,1	0,3	0,7	1,0	1,4



R/d	0,5	0,75	1	1,5	2,0
ζ_n	1,1	0,6	0,4	0,25	0,2

Kompenzátorok

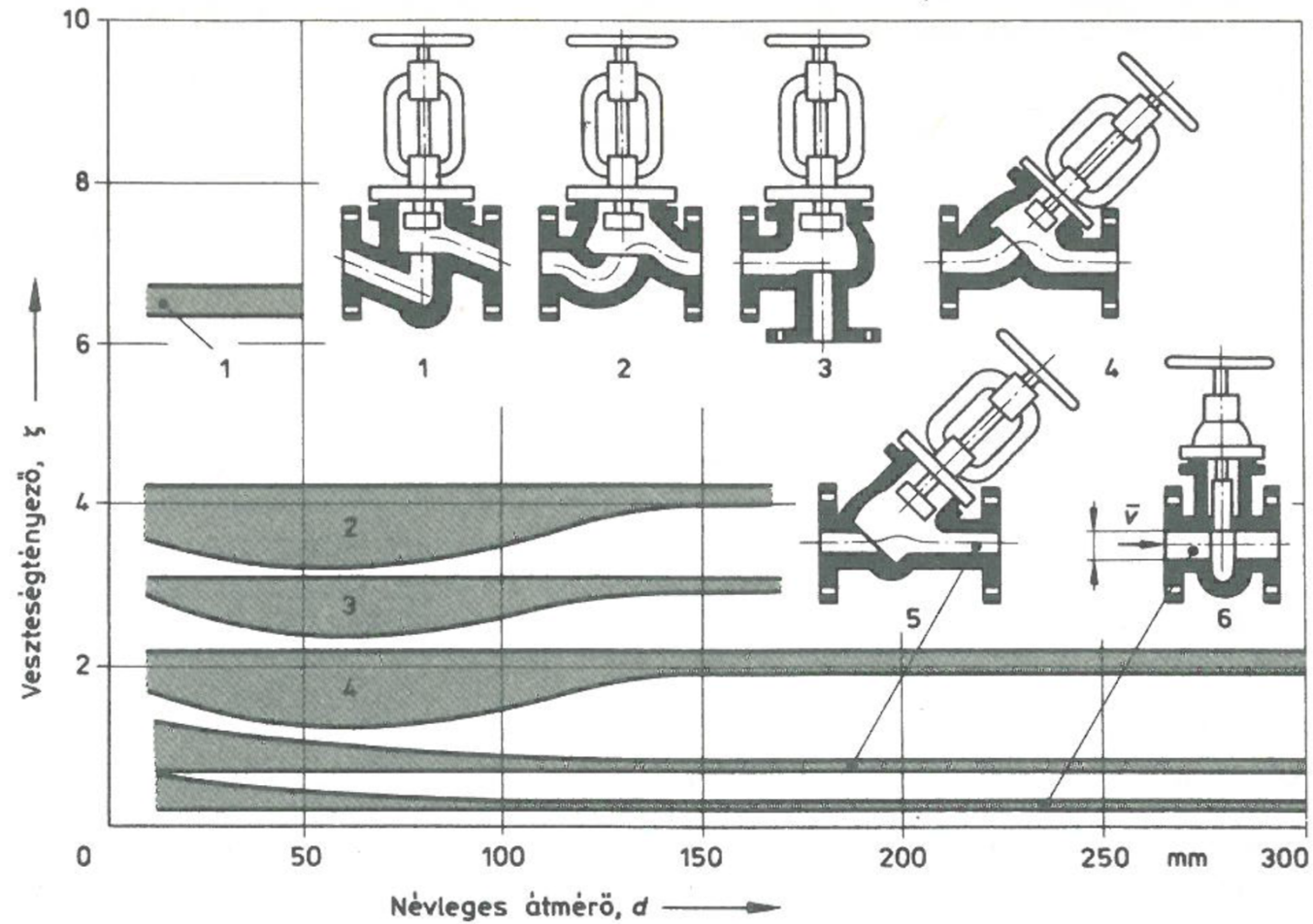
$$\Delta p_v = \zeta \frac{\rho}{2} v^2.$$

Redős kiegyenlítő	U alakú ív	Lira										
$\zeta = 0,2$ redőnként. Belső vezetősővel a veszteségtényező közel nulla lehet	<table border="1"> <tr> <td>a/d</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>ζ</td> <td>0,33</td> <td>0,21</td> <td>0,21</td> <td>0,21</td> </tr> </table>	a/d	0	2	5	10	ζ	0,33	0,21	0,21	0,21	Sima csőnél $\zeta = 0,7$ Redözött csőnél $\zeta = 1,4$
a/d	0	2	5	10								
ζ	0,33	0,21	0,21	0,21								

Csővezetéki szerelvények áramlási vesztesége

Szerelvények

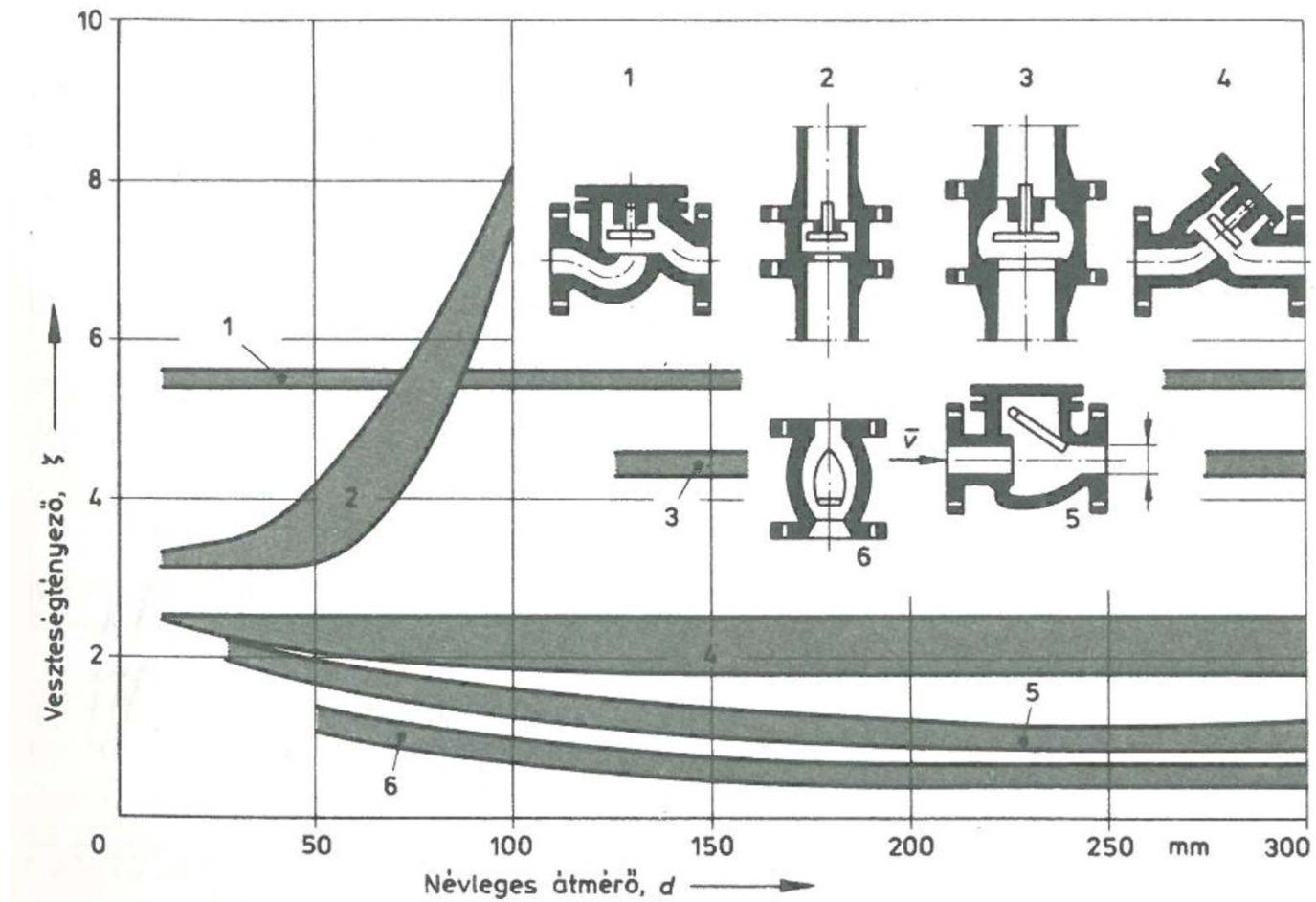
Elzárószerelvények



Csővezetéki szerelvények áramlási vesztesége

Szerelvények

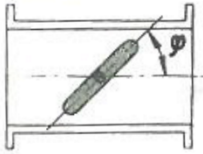
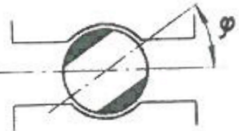
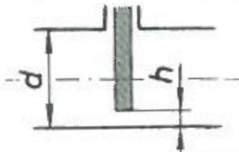
Visszacsapószelepek



Csővezeteki szerelvények áramlási vesztesége

Szerelvények

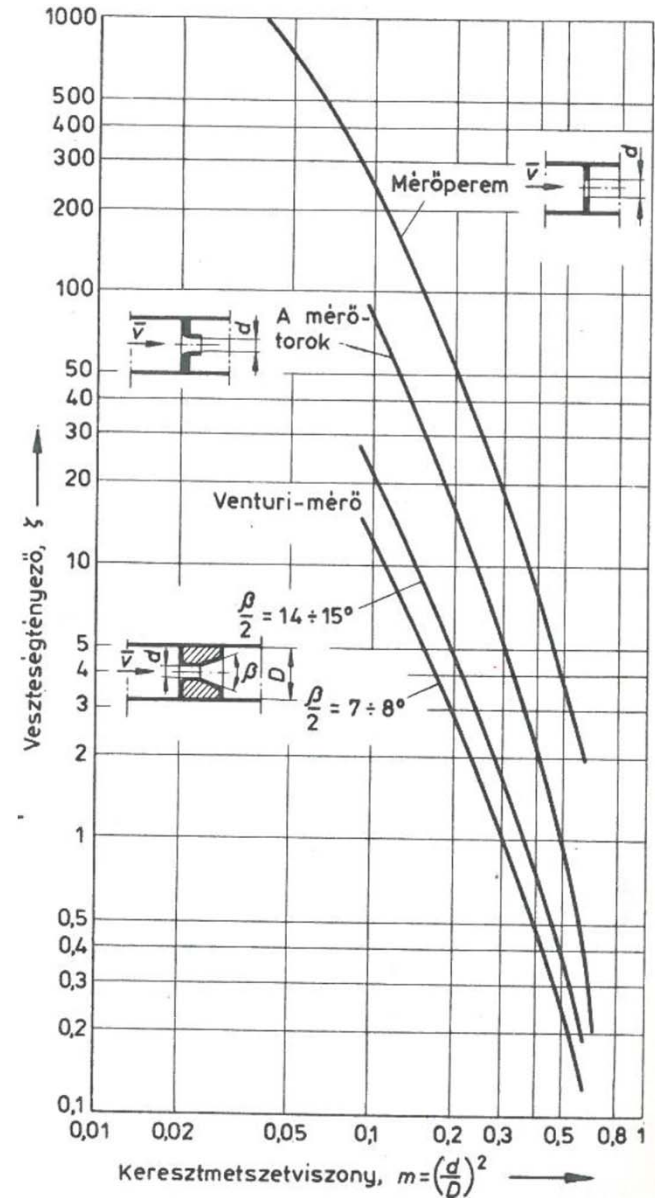
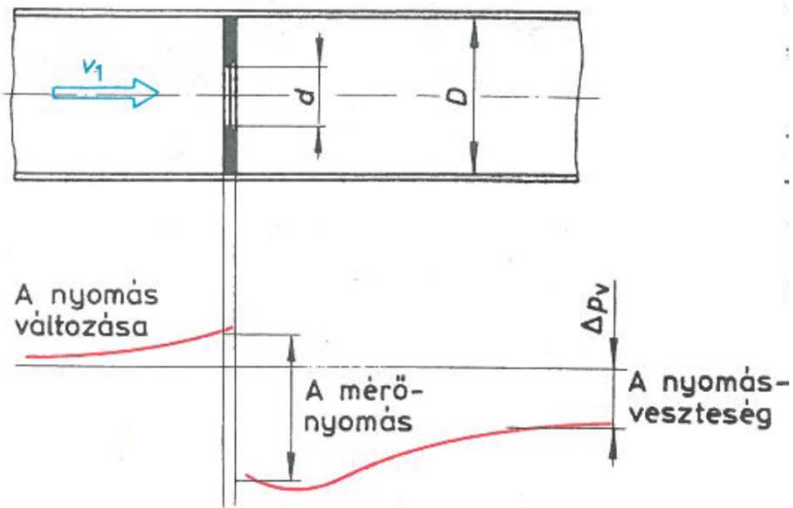
További szerelvények

Elzáró és szabályozó-szerv neve	Ábra	ζ értékei az állítható elem helyzetének függvényében																						
Fojtó-csap-pantyú		<table border="1"> <tr> <td>φ szög</td> <td>10°</td> <td>20°</td> <td>30°</td> <td>40°</td> <td>50°</td> <td>60°</td> <td>70°</td> </tr> <tr> <td>ζ értéke</td> <td>0,52</td> <td>1,54</td> <td>3,91</td> <td>10,8</td> <td>32,6</td> <td>118</td> <td>251</td> </tr> </table>	φ szög	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	ζ értéke	0,52	1,54	3,91	10,8	32,6	118	251						
φ szög	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°																	
ζ értéke	0,52	1,54	3,91	10,8	32,6	118	251																	
Csap		<table border="1"> <tr> <td>φ szög</td> <td>10°</td> <td>20°</td> <td>30°</td> <td>40°</td> <td>50°</td> </tr> <tr> <td>ζ értéke</td> <td>0,31</td> <td>1,84</td> <td>6,15</td> <td>20,7</td> <td>95,3</td> </tr> </table>	φ szög	10°	20°	30°	40°	50°	ζ értéke	0,31	1,84	6,15	20,7	95,3										
φ szög	10°	20°	30°	40°	50°																			
ζ értéke	0,31	1,84	6,15	20,7	95,3																			
Síktoló-zár		<table border="1"> <tr> <td>h/d</td> <td>0,125</td> <td>0,2</td> <td>0,3</td> <td>0,4</td> <td>0,5</td> <td>0,6</td> <td>0,7</td> <td>0,8</td> <td>0,9</td> <td>1,0</td> </tr> <tr> <td>ζ értéke</td> <td>97,8</td> <td>3,5</td> <td>10,0</td> <td>4,6</td> <td>2,06</td> <td>0,98</td> <td>0,44</td> <td>0,17</td> <td>0,06</td> <td>0</td> </tr> </table>	h/d	0,125	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	ζ értéke	97,8	3,5	10,0	4,6	2,06	0,98	0,44	0,17	0,06	0
h/d	0,125	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0														
ζ értéke	97,8	3,5	10,0	4,6	2,06	0,98	0,44	0,17	0,06	0														

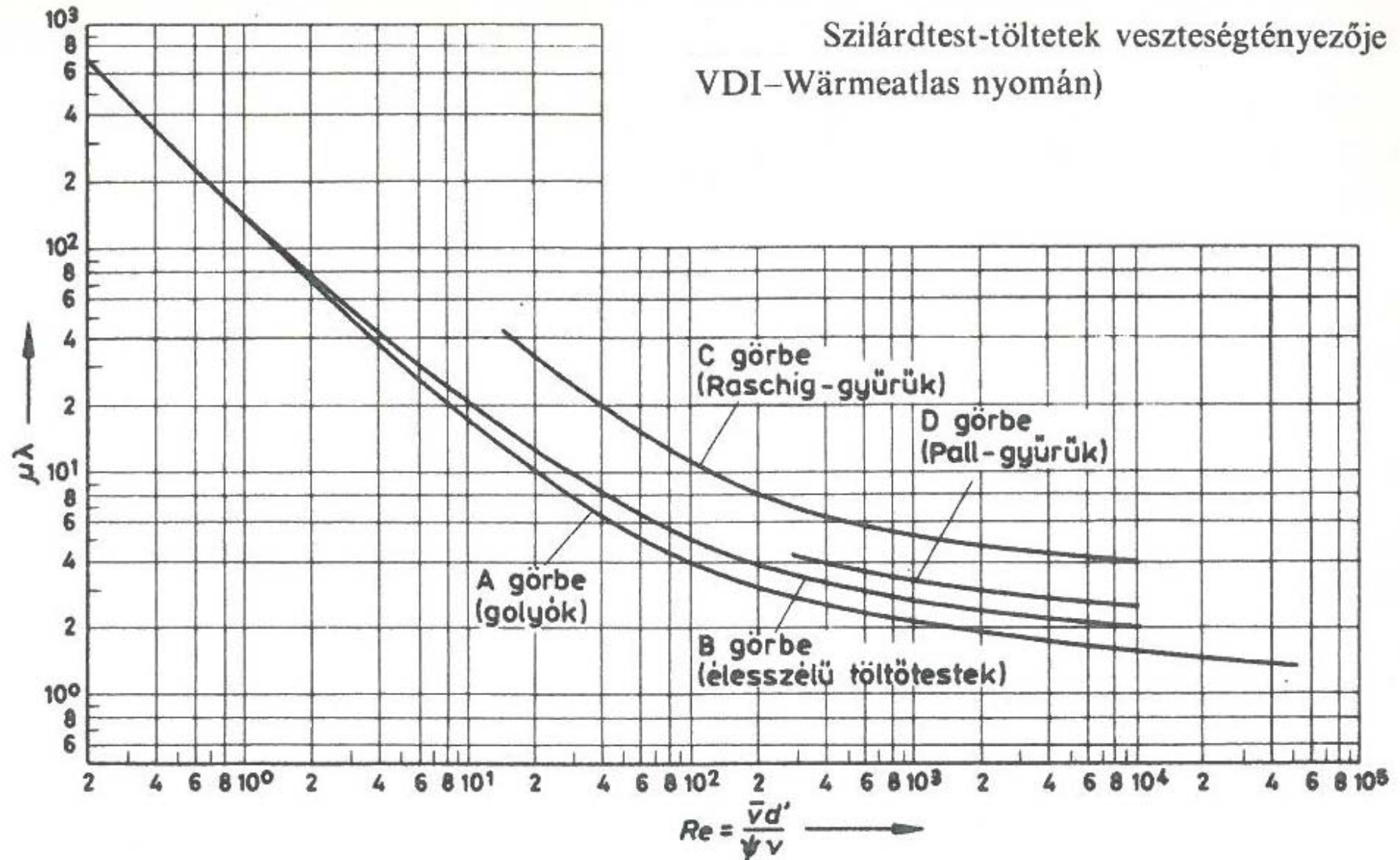
Csővezeteki szerelvények áramlási vesztesége

Mérőszűkítések

$$\Delta p_v = \zeta \frac{\rho}{2} v_1^2$$

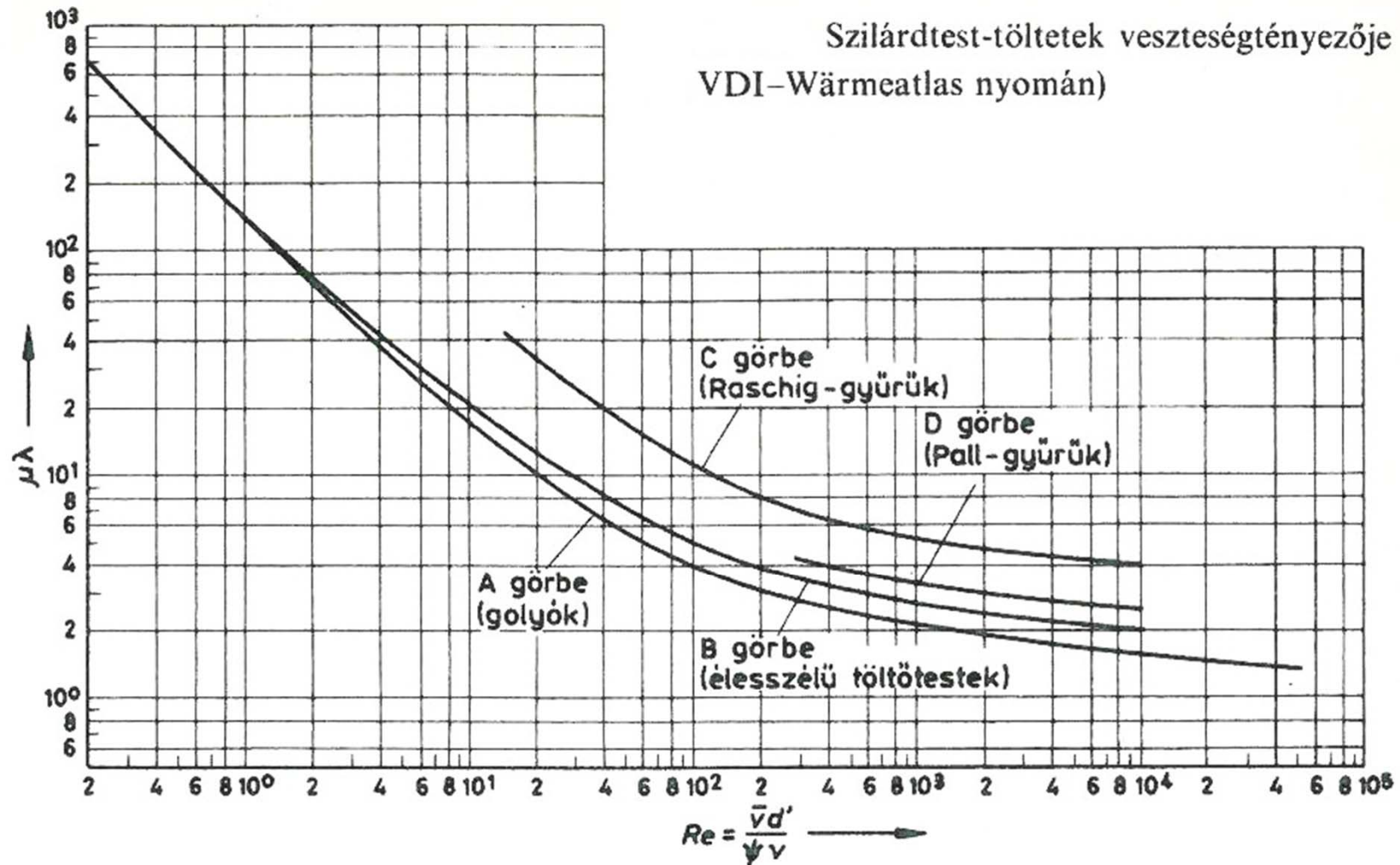


Csővezeték szerelvények áramlási vesztesége



Csővezeteki szerelvények áramlási vesztesége

Szilárd töltetek



Csővezeteki szerelvények áramlási vesztesége

Egyenértékű csőhossz



$$\zeta \frac{\rho}{2} v^2 = \lambda \frac{l'}{d} \cdot \frac{\rho}{2} v^2,$$

$$\zeta = \lambda \frac{l'}{d},$$

$$l' = \frac{\zeta}{\lambda} d.$$

$$\Delta p_{v\ddot{o}} = \lambda \frac{\sum l + \sum l'}{d} \cdot \frac{\rho}{2} v^2,$$

ahol $\sum l$ az egyenes csőszakaszok hosszának összege,
 $\sum l'$ a szerelvények egyenértékű csőhosszának összege.

$$\zeta_i = \lambda \frac{l}{d},$$

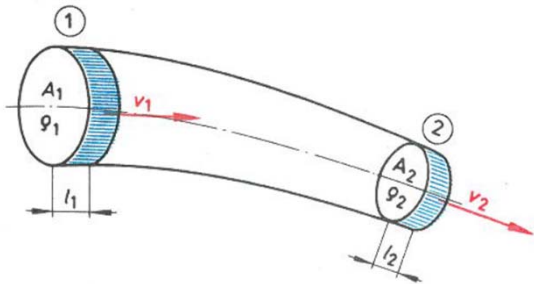
ahol ζ_i az egyenes csőszakasz egyenértékű veszteségtényezője,
 λ a csősúrlódási tényező
 l a cső hossza,
 d a cső átmérője.

$$\Delta p_{v\ddot{o}} = \frac{\rho}{2} v^2 \sum \zeta_i,$$

Összenyomható közegek áramlása

Folytonosság egyenlete

A változó sűrűségű közegek áramlásánál a folytonosság tétele a tömeg megmaradását fejezi ki.



$$q_m = A_1 v_1 \rho_1 = A_2 v_2 \rho_2 = Av\rho = \text{állandó.}$$

Tudni kell azt, hogy a közeg az 1-es állapotból milyen állapotváltozással kerül a 2-es pontba. Pl. Ha rövid idő alatt jut el 1->2-be, akkor jelentős hőcsere nem valószínű, ha még súrlódásmentes is, akkor **izentrópikus** állapotváltozást feltételezhetünk. Ha ez hosszabb ideig megy végbe, akkor **izotermikus** lehet az állapotváltozás, ha hőmérséklet kiegyenlítésére van lehetőség.

Hangsebesség alatti áramlásoknál a km növekedés hatására a sebesség csökken, a nyomás és a sűrűség nő! De mi a helyzet a hangsebesség feletti áramlásoknál? Pont fordítva!

A csatorna alakja	Hangsebesség alatt	Hangsebesség fölött
	Expanszió (fúvóka) $v_2 > v_1$ $p_{2st} < p_{1st}$ $T_2 < T_1$ $\rho_2 < \rho_1$	Kompresszió (diffúzor) $v_2 < v_1$ $p_{2st} > p_{1st}$ $T_2 > T_1$ $\rho_2 > \rho_1$
	Kompresszió (diffúzor) $v_2 < v_1$ $p_{2st} > p_{1st}$ $T_2 > T_1$ $\rho_2 > \rho_1$	Expanszió (fúvóka) $v_2 > v_1$ $p_{2st} < p_{1st}$ $T_2 < T_1$ $\rho_2 < \rho_1$

Összenyomható közegek áramlása

Az energiaegyenlet

Áramló gáz/gőz energiája az alábbi tagokból tevődik össze:

- Helyzeti energia
- Nyomási energia
- Mozgási energia
- Belső energia

Feltételezzük, hogy energiát nem közlünk a folyadékkal, így az energia állandó marad az áramcső mentén:

$$mgz + \frac{m}{\rho} p + m \frac{v^2}{2} + mu = \text{állandó},$$

$$gz + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + u = \text{állandó}.$$

Ideális gázoknál a nyomásenergia az általános gáztörvény segítségével felírható:

$$\frac{p}{\rho} = pv = R_e T$$

$$R_e = c_p - c_v,$$

$$\frac{p}{\rho} = (c_p - c_v) T$$

R_e : egyedi gázállandó (R/M)

Összenyomható közegek áramlása

Az u fajlagos energia felírható:

$$u = c_V T.$$

Összevonva az előzővel:

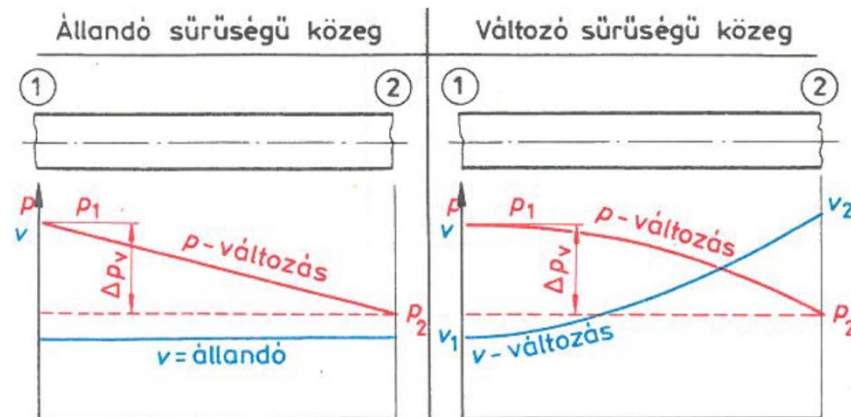
$$(c_p - c_V)T + \frac{v^2}{2} + c_V T = \text{állandó},$$

$$c_p T + \frac{v^2}{2} = \text{állandó}.$$

Az első tagot h -val jelölve (fajlagos entalpia):

$$h + \frac{v^2}{2} = \text{állandó}.$$

Áramlás csövekben



Összenyomható közegek áramlása – nyomásveszteség csövekben

A dl hosszúságú csővezetékben a súrlódás következtében keletkező nyomásveszteség:

$$-dp = \lambda \cdot \frac{dl}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2.$$

Ideális gázok esetében a sűrűséget kifejezhetjük a p, T -vel:

$$\rho = \frac{p}{R_e T},$$

$$R_e = \frac{p}{\rho T} = \frac{p_1}{\rho_1 T_1}$$

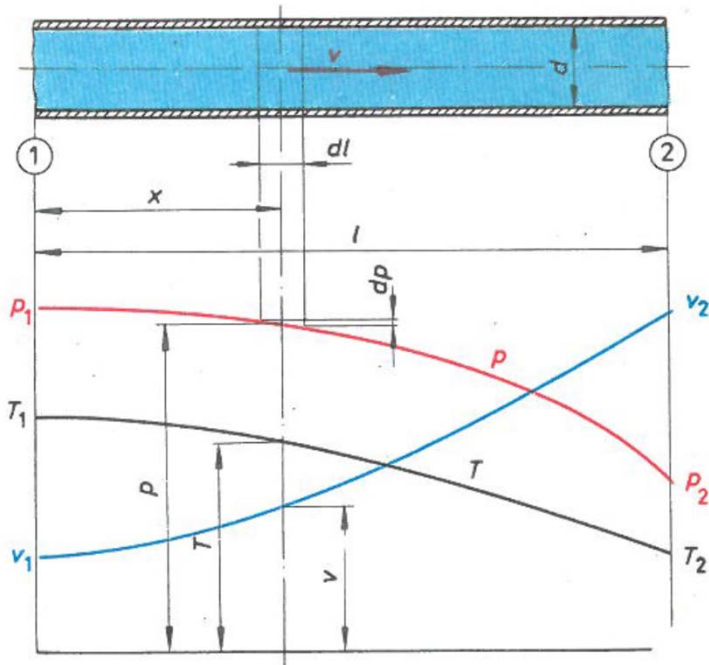
A kontinuitásnak továbbra is fenn kell állnia:

$$\bar{v} \rho = \bar{v}_1 \rho_1 = \text{állandó},$$

$$\bar{v} = \bar{v}_1 \frac{\rho_1}{\rho} = \bar{v}_1 \rho_1 \frac{T p_1}{\rho_1 T_1 p}, \quad \rho = \rho_1 \frac{T_1 p}{T p_1} \quad \text{és} \quad \bar{v} = \bar{v}_1 \frac{T p_1}{T_1 p}$$

$$\bar{v} = \bar{v}_1 \frac{T p_1}{T_1 p}.$$

$$-dp = \lambda \frac{\rho_1 \bar{v}_1^2 p_1}{2 d T_1} \cdot \frac{T}{p} dl.$$



Összenyomható közegek áramlása – nyomásveszteség csövekben

$$-dp = \lambda \frac{\rho_1 \bar{v}_1^2 p_1}{2dT_1} \cdot \frac{T}{p} dl.$$

Az egyenlet integrálása analitikusan nem lehetséges, csak elhanyagolásokkal:

- csősúrlódást állandónak tekintjük
- átlaghőmérsékletet veszünk
- elhanyagoljuk a gyorsítóerőket

Így:

$$\frac{1}{p_1} p dp = -\lambda \frac{\rho_1 \bar{v}_1^2}{2d} \cdot \frac{\bar{T}}{T_1} dl,$$

$$\frac{1}{p_1} \int_{p_1}^{p_2} p dp = -\lambda \frac{\rho_1 \bar{v}_1^2}{2d} \cdot \frac{\bar{T}}{T_1} \int_0^l dl,$$

$$\frac{1}{p_1} \cdot \frac{p^2}{2} \Big|_{p_2}^{p_1} = \lambda \frac{\rho_1 \bar{v}_1^2}{2d} \cdot \frac{\bar{T}}{T_1} l,$$

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2p_1} = \lambda \frac{l}{d} \rho_1 \frac{\bar{v}_1^2}{2} \cdot \frac{\bar{T}}{T_1}.$$

Összenyomható közegek áramlása – nyomásveszteség csövekben

Egyszerűbb megoldást kapunk, ha izoterm esetet feltételezünk:

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2p_1} = \lambda \frac{l}{d} \rho_1 \frac{\bar{v}_1^2}{2}$$

Adiabatikus áramlás esetén a cső falon át nincs hőcsere. A cső végi hőmérséklet közelíthető az alábbi egyenlettel:

$$T_2 \approx T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

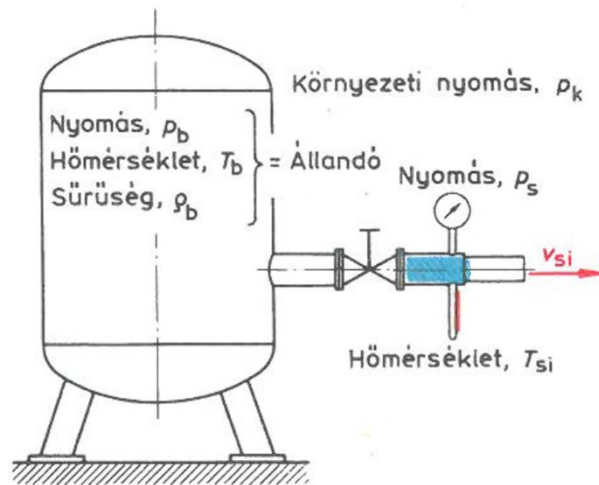
Így az átlaghőmérséklet:

$$\bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

d=300mm, L=500m csőben 30t/h vízgőz áramlik. P1=10 bar, T1=600K. Mekkora a cső végén a nyomás? (kappa=1.4, rho1=3.7 kg/m3, lambda=0.02) számoljuk ki több módon!

Összenyomható közegek áramlása – kiömlés tartályból

Tegyük fel, hogy a kiáramlási folyamat izentrópikus.



Az entrópia nem változhat, a környezettel kialakuló hőcserén kívül a közeg sűrűdésé következtében keletkező hőfejlődést is kizárjuk. Az energiaegyenlet szerint a kiömlési sebesség:

$$h_b + \frac{v_b^2}{2} = h_{si} + \frac{v_{si}^2}{2}$$

A tartályon belüli sebességet elhanyagoljuk:

$$v_{si} = \sqrt{2\Delta h_{si}}$$

Ideális gázoknál és gőzöknél az izentrópikus entalpia változást az alábbiak szerint számolhatjuk:

$$\Delta h_{si} = c_p(T_b - T_{si}).$$

De tudjuk korábbi tanulmányaink alapján, hogy a T_{si} az állapotváltozás során:

$$T_{si} = T_b \left(\frac{p_k}{p_b} \right)^{\frac{x-1}{x}}.$$

$$\Delta h_{si} = c_p T_b \left[1 - \left(\frac{p_k}{p_b} \right)^{\frac{x-1}{x}} \right]$$

$$v_{si} = \sqrt{2c_p T_b \left[1 - \left(\frac{p_k}{p_b} \right)^{\frac{x-1}{x}} \right]}.$$

Összenyomható közegek áramlása – kiömlés tartályból

Figyelembe véve, hogy $R_e = c_p - c_v$ és $\kappa = c_p/c_v$

$$v_{si} = \sqrt{2c_p T_b \left[1 - \left(\frac{p_k}{p_b} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}$$

$$c_p = R_e \frac{\kappa}{\kappa-1}$$

$$v_{si} = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} R_e T_b \left[1 - \left(\frac{p_k}{p_b} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}$$

$$v_{si} = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} \rho_b v_1 \left[1 - \left(\frac{p_k}{p_b} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]},$$
$$v_{si} = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{p_b}{\rho_b} \left[1 - \left(\frac{p_k}{p_b} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}$$

A sugár valóságos sebessége kisebb, mint az izentrópikus kiáramlási sebesség!

A kilépő tömegáram:

$$q_{me} = A_{ki} v_{si} \rho_k$$

„Egyszerűsítsük tovább”...

$$\rho_s = \rho_b \left(\frac{p_k}{p_b} \right)^{1/\kappa}$$

Összenyomható közegek áramlása – kiömlés tartályból

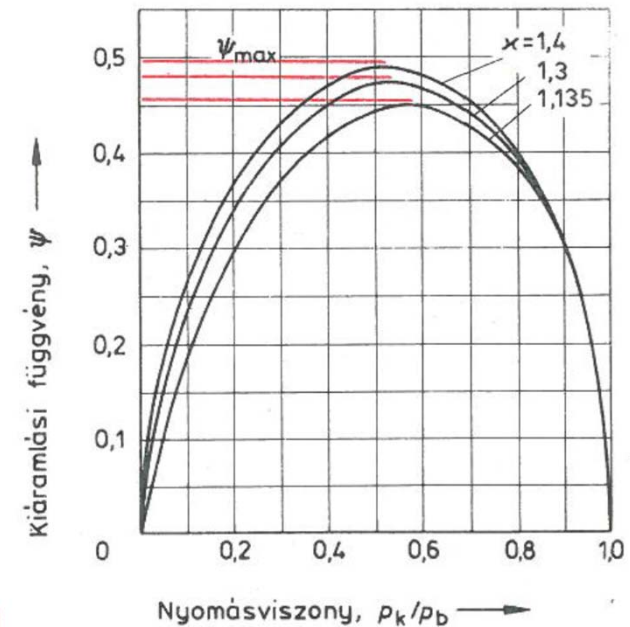
$$q_{me} = A_{ki} \varrho_b \left(\frac{p_k}{p_b} \right)^{1/x} \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot \frac{p_b}{\varrho_b} \left[1 - \left(\frac{p_k}{p_b} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}$$

$$q_{me} = A_{ki} \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} \varrho_b^2 \left(\frac{p_k}{p_b} \right)^{2/x} \frac{p_b}{\varrho_b} \left[1 - \left(\frac{p_k}{p_b} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}$$

$$q_{me} = A_{ki} \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} p_b \varrho_b \left[\left(\frac{p_k}{p_b} \right)^{2/x} - \left(\frac{p_k}{p_b} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]}$$

$$q_{me} = A_{ki} \sqrt{2 \varrho_b p_b} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1} \left[\left(\frac{p_k}{p_b} \right)^{2/x} - \left(\frac{p_k}{p_b} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]},$$

$$q_{me} = A_{ki} \psi \sqrt{2 p_b \varrho_b}.$$



Összenyomható közegek áramlása – kiömlés tartályból

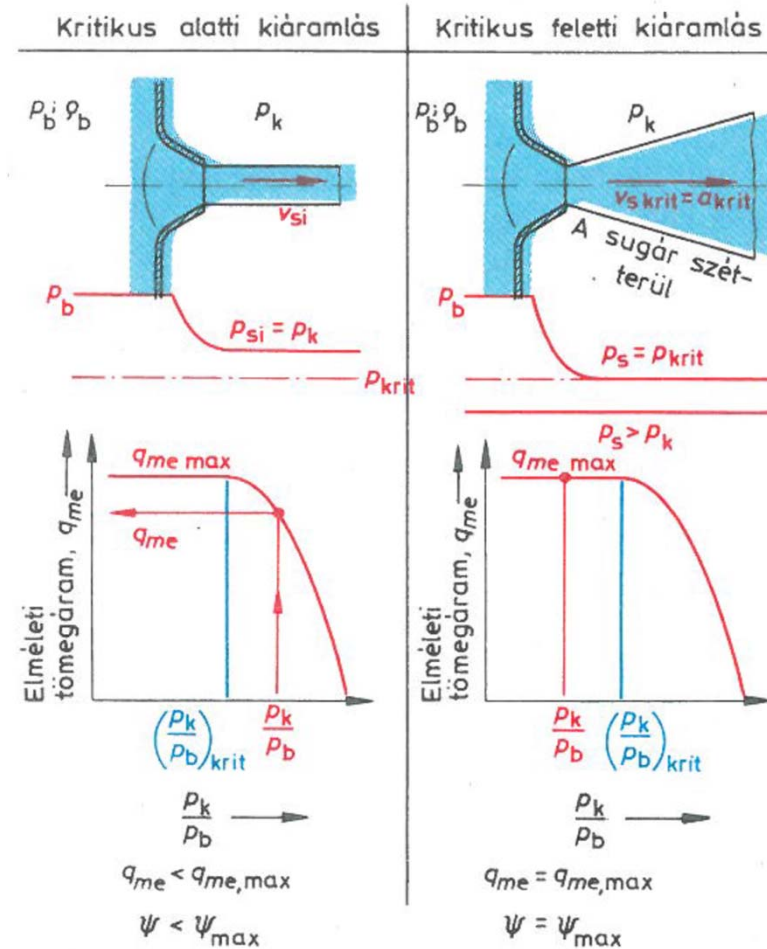
A tömegáram csak addig nő, amíg a nyomásviszony el nem éri a kritikus értéket

$$\left(\frac{p_k}{p_b}\right)_{\text{krit}} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

Ekkor a sebesség:

$$v_{\text{si max}} = v_{\text{krit}} = a = \sqrt{\kappa R_e T_{\text{krit}}}$$

$$\psi_{\text{max}} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}}$$



Biztonsági szelepen történő lefúvatás elméleti alapja!

Összenyomható közegek áramlása – kiömlés tartályból

Tehát

$$q_{me} = A_{ki} v_{si} \rho_k$$

Csak kritikus áramlásnál a sebesség a hangsebesség lesz, a sűrűség pedig a kritikus állapothoz tartozó sűrűség!

$$v_{si \max} = v_{krit} = a = \sqrt{\kappa R_e T_{krit}}$$

$$\rho_s = \rho_b \left(\frac{p_k}{p_b} \right)^{1/\kappa}$$

$$T_{si} = T_b \left(\frac{p_k}{p_b} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$\left(\frac{p_k}{p_b} \right)_{krit} = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

Biztonsági szelepen történő lefúvatás elméleti alapja!

Köszönöm a figyelmet, egyelőre ennyi😊

Szilárd szemcsés anyaghalmoz jellemzése, Fluidizáció

Aprított anyagalmaz szemcseszerkezete

- Egy adott szemcse mérete meghatározható:

Lineáris méretből:

$$x_{\acute{a}} = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad x_{\acute{a}} = \sqrt{x_1 x_2}$$

Térfogatból:

$$V = \frac{d^3 \pi}{6} \longrightarrow d_e = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}}$$

Felületből:

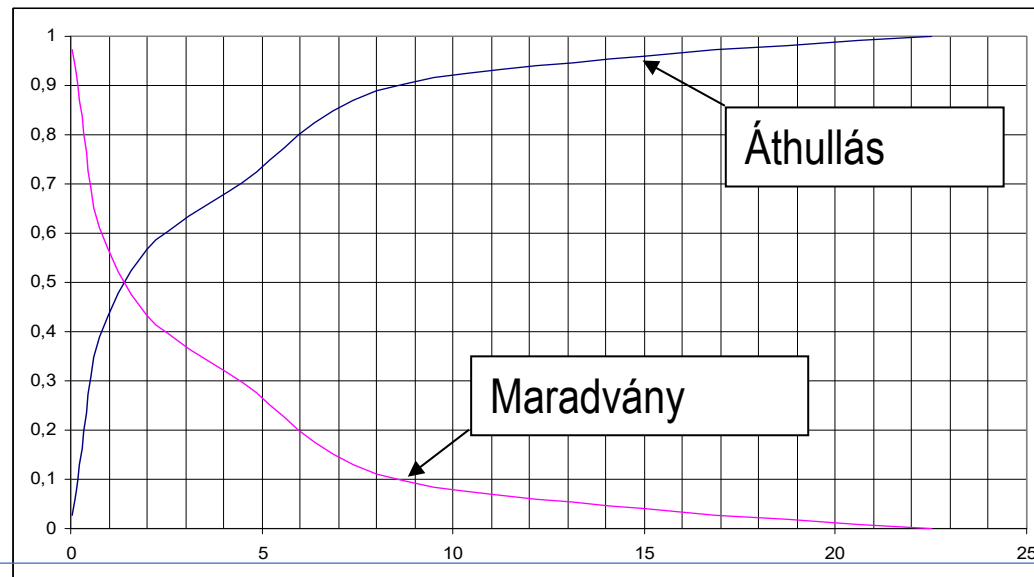
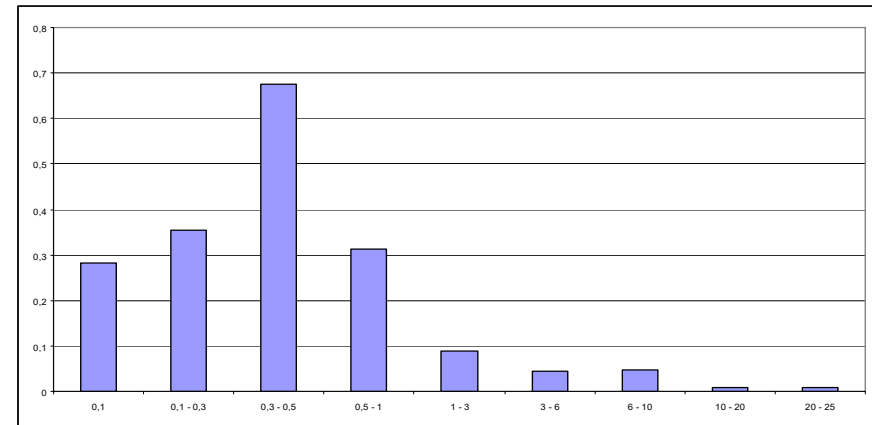
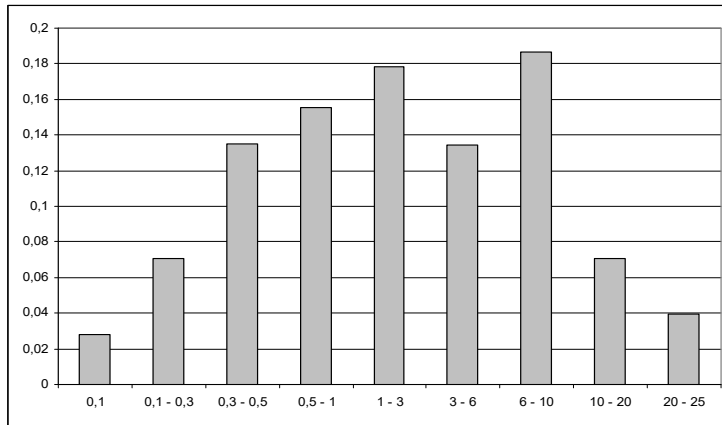
$$A = d^2 \pi \longrightarrow d_e = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

- Egy aprított anyagalmaz jellemző szemcsemérete:
Az anyagalmazt analizáljuk pl. szitálással, és következtetéseket vonunk le.
A szitaanalízis során egy adott szitasoron átszitáljuk az aprított anyagalmazt.

A szitaanalízis eredménye: szemcseeloszlás görbe, gyakoriság-görbe, áthullás-maradvány görbe

Szitaanalízis:

Szemcseosztály $X_i - X_{i+1}$	Direkt tömeghányad dm_i	Gyakoriság dm_i/dx_i	Szitaáthullás $F(X)$	Szitamaradvány $1-F(X)$
-----------------------------------	------------------------------	---------------------------	-------------------------	----------------------------



Szemcseeloszlási függvények:

1. Schumann-Gaudin függvény:

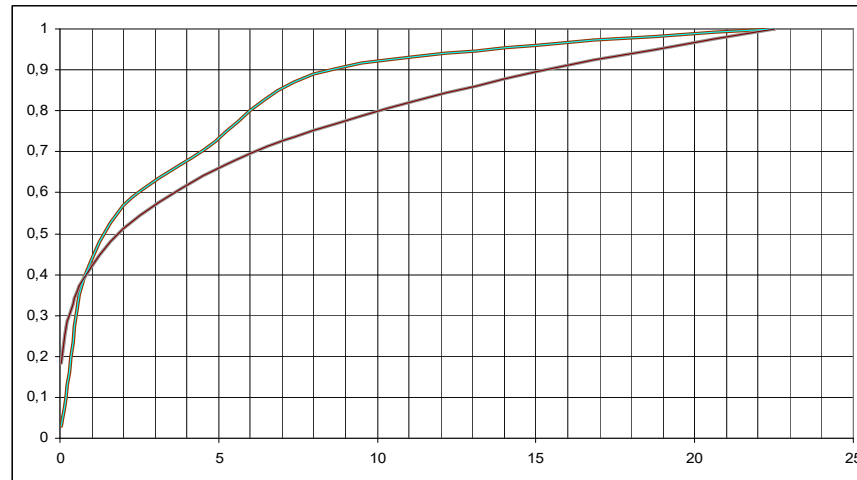
$$F(x) = \left(\frac{x}{a}\right)^m$$

Az „a” paraméter értelmezése érdekében legyen $a=x$. Ekkor $F(x)=1$, tehát $a=x_{\max}$.

Logaritmizálva az eloszlásfüggvényt, majd egy kiválasztott mérési adatból az „m” paraméter számolható.

$$m = \frac{\lg F(x)}{\lg(x) - \lg(a)}$$

Ábrázolva az előző példában:



Ez az eloszlásfgv. száraz őrlmények, pl. rezgőmalmok őrlményének szemcse nagyság-eloszlását elég megbízhatóan írja le.

2. Rosin-Rammler függvény

A Rosin-Rammler függvény a szitamaradvány értékekre vonatkozik.

$$1 - F(x) = e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^m}$$

Az „a” paraméter értelmezése érdekében ismét legyen $a = x$. Ebben az esetben:

$$1 - F(x) = \frac{1}{e} = 0,368$$

Így „a” azt a szemnagyságot jelenti, amelynél a szemcsés anyag 0,368 tömeghányada durvább és 0,632 tömeghányada finomabb.

Az „m” paraméter meghatározásához kétszer kell logaritmizálni az eloszlásfgv.-t:

$$\lg \lg \frac{1}{1 - F(x)} = m \cdot \lg x - m \cdot \lg a$$

3. Kolmogorov (Lognormális) szemcseeloszlás

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot m \cdot x} \int_0^x e^{\left(-\frac{(\ln x - a)^2}{2m^2}\right)} dx$$

Az „a” paraméter a medián (x_{50}) logaritmusát jelenti

Gázáramlás halmaztölteten keresztül

Ha egy készülékbe szemcsés szilárd anyagot töltünk, és alulról fluidumot áramoltatunk át rajta, akkor négy különböző állapot jöhet létre.

Kis sebességeknél az álló ágyon keresztüli gázátáramlás viszonylag kis nyomáscsökkenést okoz. A szilárd szemcsék mozdulatlanul a helyükön maradnak és a gáz a szemcsék közötti hézagokban áramlik. A gáz sebességének növelésével az ágy kezd lassan kitágulni. A nyomáscsökkenés folyamatosan nő.

Egy adott áramlási sebességnél, amikor a nyomáscsökkenés egyenlő az ágy egységnyi keresztmetszetére vonatkoztatott súlyával, elérjük a fluid állapotot. Az ágy már annyira kitágult, hogy a szemcsék minden irányban szabadon mozoghatnak. A gáz-szilárd rendszernek folyadék jellege van, nagy viszkozitású folyadékként viselkedik. A határsebesség a minimális fluidizációs sebesség. Ameddig a gázáram nem ragad el szemcséket, sűrű fázisú fluidizációról beszélünk. Stabil állapot.

Ha a gáz sebességét jelentősen növeljük, az ágy erősen fellazul, a szemcsék kilépnek a gázárammal és az ágy felett híg fázist alkotnak. A nagyobb szemcsék alkotják az alsó sűrű fázist. Ekkor kétfázisú fluidizációról beszélünk. Instabil állapot.

A híg fázisból további sebességnöveléssel egy felső határsebesség után már pneumatikus szállításról beszélünk.

Álló ágy nyomásesése

Leva módszere:

Töltött készülékben az áramlást az üres csőben történő áramlás alapján számítjuk. „l” hosszúságú, egyenes kör keresztmetszetű csőben a nyomásesés:

$$\Delta p = \frac{\rho}{2} w^2 \frac{l}{D} \lambda$$

Amennyiben a cső nem kör keresztmetszetű, akkor az egyenértékű átmérővel számolunk:

$$D_e = 4 \frac{A}{K}$$

Bevezetve a Fanning-féle súrlódási tényezőt (f)

$$\Delta p = 2 \rho w^2 \frac{l}{D} f = \rho w^2 \frac{l}{R} f$$

A gáz az álló ágy csatornáiban a szemcsék között áramlik. Mivel a csatornák átmérője változó, ezért a hidraulikai sugárral számolunk:

$$R_H = \frac{\text{a hézagok teljes térfogata}}{\text{a szemcsék teljes felülete}} = \frac{V_{\text{pórusok}}}{A_{\text{szemcsék}}}$$

A további levezetéseket elhanyagolva az egységnyi magasságú töltet nyomásesése lamináris áramlás esetén:

$$\frac{\Delta p}{l} = C \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \cdot \frac{\eta}{d_e^2 \Psi^2} w \quad (\Delta p \approx A \eta w) \quad \varepsilon = \frac{V_{\text{porus}}}{V_{\text{teljes}}}$$

Turbulens áramlás esetén:

$$\frac{\Delta p}{l} = 2 \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon^3} \cdot \frac{\rho}{d_e \Psi} w^2 \quad (\Delta p \approx B \rho w^2)$$

Ergun módszere:

Ergun a lamináris és turbulens áramlásra vonatkozó nyomásveszteséget két tagból álló képletben foglalja össze:

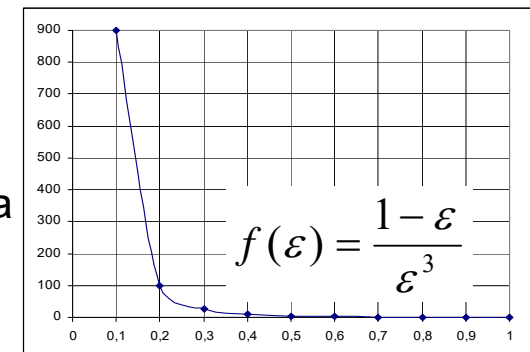
$$\frac{\Delta p}{l} = k_1 \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \cdot \frac{\eta}{d^2} w + k_2 \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon^3} \frac{\rho}{d} w^2$$

A jobb oldal első tagja a viszkozus, a második tagja a kinetikus energiaveszteséget adja meg (lamináris áramlás esetén a viszkozus erők hatására fellépő nyomásveszteség a döntő, míg turbulens tartományban a kinetikus veszteség).

Hézagterfogás, falhatás

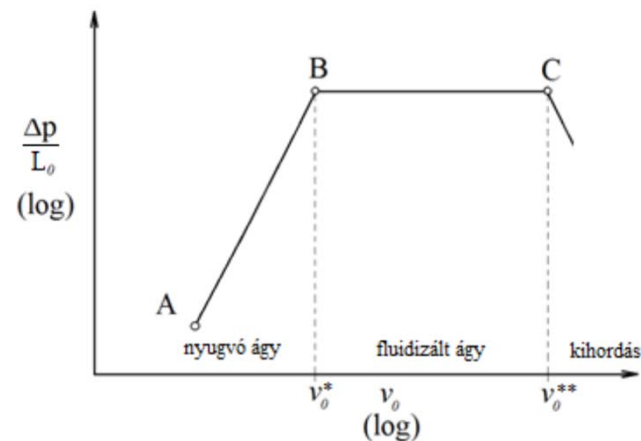
A nyomásesés jelentősen függ a töltet hézagterfogatótól (porozitásától).

A töltet elrendezkedését a készülék fala is módosítja, ami a szabad keresztmetszet megváltozásában nyilvánul meg. Emiatt szükséges a nyomásveszteséget korrigálni.



Másik megközelítés – töltött oszlopban történő áramlás

Ha a töltött csőben áramló fluidum üres oszlopra vonatkoztatott áramlási sebességét (v_0) növeljük és közben mérjük a töltet nyomásesését, majd ezeket logaritmikus skálán ábrázoljuk, akkor - amennyiben a töltet felülről nincs ráccsal rögzítve - a következő görbét kapjuk



Az áramlási sebességet növelve a nyomásesés először a sebességgel arányosan növekszik, majd nagyobb áramlási sebességtartományban a sebesség kitevője fokozatosan növekedve eléri a 2 értéket, azaz a nyomásesés a sebesség négyzetével lesz arányos (turbulens tartomány). Az 1. ábrán az A és B pontok közötti szakaszon a nyugalomban lévő tölteten az áramlás turbulens, ezért a logaritmikus skálán ábrázolva az egyenes meredeksége 2. Amikor a sebesség növelésével elérjük a B pontot, az áramlási nyomásesés egyenlő lesz a rácsnyomással, a szemcsékre ható erők eredője zérus lesz, erőegyensúly alakul ki, a szemcsék lebegni kezdenek. Megkezdődik a fluidizáció.

A rácsnyomás a szemcsés réteg egységnyi rácsfelületre eső archimedesi súlya

$$\Delta p_r = L(1 - \varepsilon)(\rho_p - \rho_f)g$$

L a fluidizált réteg magassága [m],
 ε fajlagos hézagterfogat,
 ρ_p a töltet sűrűsége [kg/m³],
 ρ_f a fluidum sűrűsége [kg/m³]

A fajlagos hézagterfogat definíciójából következik, hogy a töltet által elfoglalt oszlopmagasság, ha nem lenne hézag a szemcsék között, L_0 lenne (hézagmentes vagy redukált töltetmagasság).

$$L_0 = L(1 - \varepsilon)$$

Ez az érték állandó a fluidizáció során, tehát a nyomásesést egységnyi redukált töltetmagasságra is vonatkoztatjuk.

$$\frac{\Delta p_r}{L_0} = (\rho_p - \rho_f)g$$

Az áramlási nyomásesés a töltött oszlopok hidrodinamikai ellenállására levezetett összefüggés segítségével kiszámítható:

$$\frac{\Delta p}{L_0} = 4f_m \frac{1}{d_p} \frac{v_0^2 \rho_f}{2}$$

ahol v_0 az üres oszlopra vonatkoztatott áramlási sebesség, [m/s];

f_m a súrlódási tényező;

d_p a fluidizált részecskék átmérője, [m]

Az f_m súrlódási tényező értéke a Reynolds-szám függvénye, értéke nyugalomban lévő töltet esetén az $f_m \text{Re}_m^2 - \text{Re}_m$ diagramból határozható meg ha ismerjük az áramlási sebességet és a relatív hézagterefogatot.

A Reynolds-szám:
$$\text{Re}_m = \frac{d_p v_0 \rho_f}{\eta_f}$$

Fluidizált állapotban tehát a részecskére ható erők egyensúlyban vannak, azaz az archimedesi súly egyenlő a közegellenállási erővel:

$$\frac{D^2 \pi}{4} L_0 (\rho_p - \rho_f) g = \frac{D^2 \pi}{4} L_0 4f_m \frac{1}{d_p} \frac{v_0^2 \rho_f}{2}$$

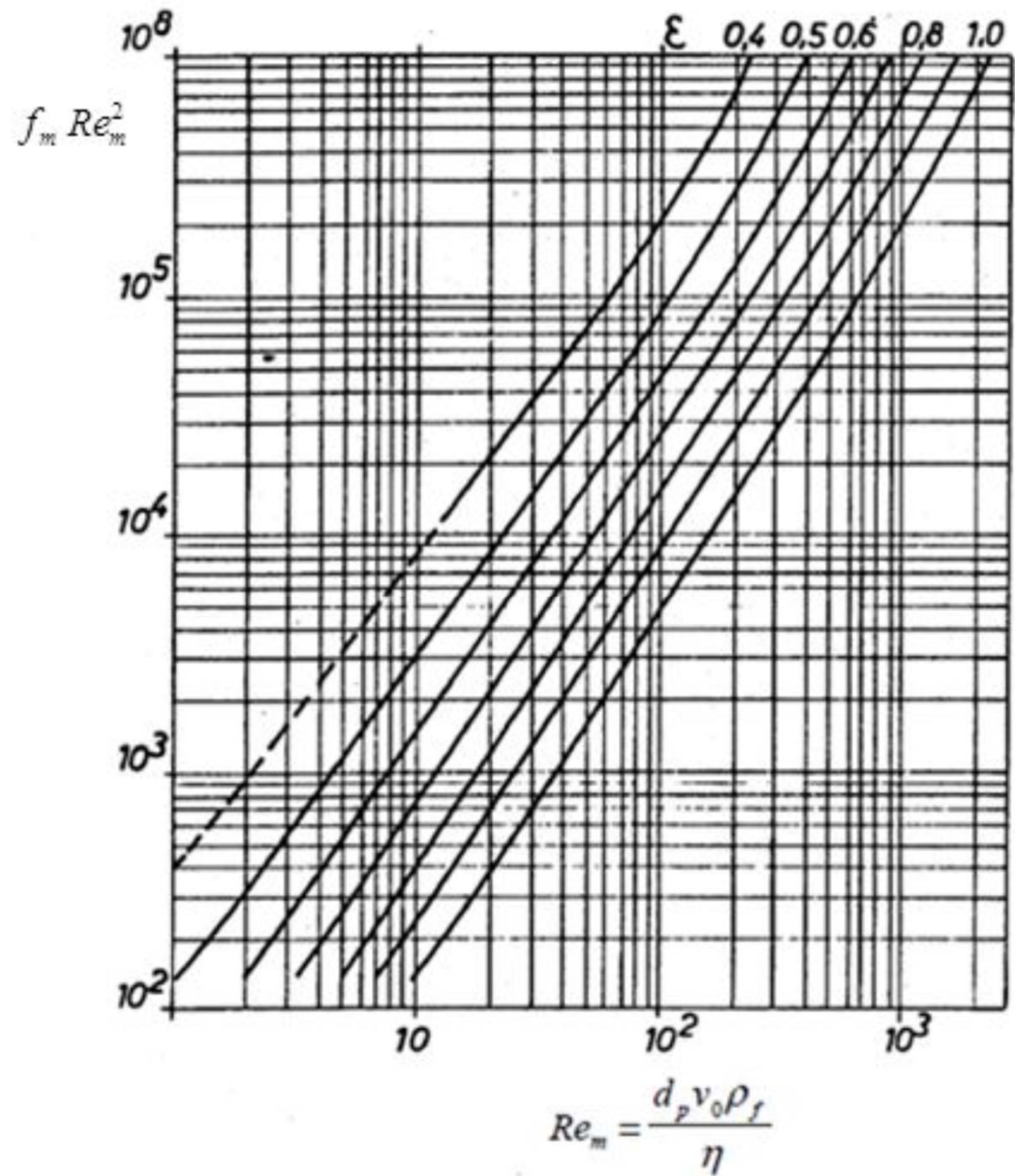
Az üres oszlopra vonatkoztatott $0v$ áramlási sebességet a Reynolds-számból kifejezve és az előbbi egyenlőségbe helyettesítve, átrendezés után megkapjuk $f_m Re_m^2$ kifejezését:

$$f_m Re_m^2 = \frac{d_p^3 (\rho_p - \rho_f) \rho_f g}{2\eta^2}$$

ez az érték nem függ a Reynolds számtól, csak a szemcseméret és a fluidum anyagi jellemzői határozzák meg értékét.

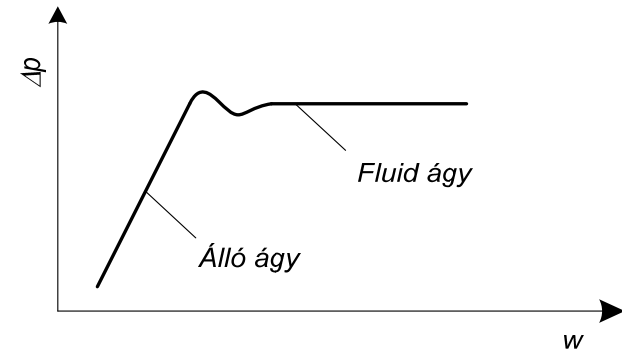
Amikor a fellazulás eléri azt a mértéket melynél már az egyes részecskék oly távol vannak egymástól, hogy a szemcse végtelen térben lebeg, elértük a kihordási sebességet (v_0^*). A sebességet tovább növelve valamennyi részecske távozik az oszlopból az áramló fluidummal együtt. Ideális esetben, ha nincs falhatás és a fluidum áramlási sebessége a teljes keresztmetszet mentén állandó, a C ponthoz tartozó áramlási sebesség megegyezik az egyedi test ülepedési határsebességével.

A fluidizáció kezdetéhez szükséges áramlási sebességet és a kihordási sebességet $f_m Re_m^2 - Re_m$ diagram segítségével határozhatjuk meg. A görbesereg paramétere a relatív hézagterfogathoz tartozó pont x tengelyen vett vetülete a fluidizációhoz szükséges kezdeti Reynolds-szám, 1-es relatív hézagterfogathoz tartozó pont x tengelyen vett vetülete pedig a kihordáshoz tartozó Reynolds-szám.



Fluid ágy nyomásesése

Álló ágynál a szemcsék megmaradnak a helyükön és a nyomásesés egyenesen arányos a gázsebességgel. A töréspont-nál megkezdődik az ágy fellazulása. Ekkor a szemcsék még nem mozognak szabadon. A gázsebességet tovább növelve elérjük a minimális fluidizációs sebességet. (w_{mf}) ekkor a porozitás ε_{mf} -re változik. Ez a fluidizáció elméleti kezdete.



Ha tovább növeljük a sebességet (kis mértékben) akkor a szemcsék mozogni, keveredni kezdenek. Az ágy a *nyugodt fluid* állapotba kerül.

A Leva-féle minimális fluidizációs sebesség számítása lamináris áramlás esetén:

$$G_{mf} = 0,0093 \cdot d_e^{1,82} \frac{[\rho(\rho_{sz} - \rho)]^{0,94}}{\eta^{0,88}}, \quad \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}} \quad \text{Re}_m = \frac{d_e G_{mf}}{\eta} < 5$$

Amennyiben a $\text{Re}_m > 5$, akkor korigálni kell az így kapott tömegáram-értéket.

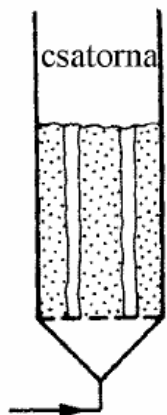
Fluidizáció előnyös tulajdonságai:

- folytonos üzem
- réteg belsejében egyenletes hőmérséklet-eloszlás
- nagyobb anyag-és hőátadási felületek
- erőteljes keveredés

Fluidizáció hátrányai:

- nehéz ellenáramot megvalósítani (kedvezőtlen hajtóerő)
- porlódik a szemcsés anyag
- erózió
- a kihordás miatt porleválasztó alkalmazása szükséges lehet
- rétegződés

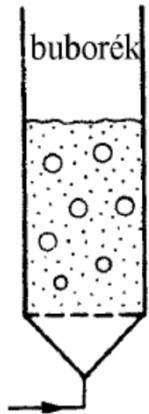
Fluidizációs rendellenességek:



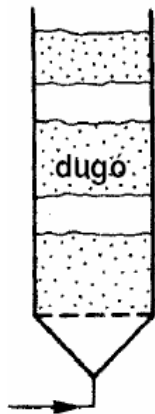
Ha összetapadásra hajlamos szemcséken keresztül gázt áramoltatunk, a rétegben csatornák képződhetnek és a gáz csak ezen keresztül áramlik. A sebességet növelve sem alakul ki a fluid állapot. Amennyiben a rétegmagasság alacsony, a csatornaképződés a rétegmagasság növelésével megakadályozható. Nedves anyag esetén száraz anyag hozzákeverésével csökkenthető a csatornaképződés.

Kis méretű szemcsék esetén ($60\ \mu\text{m}$ alatt) mindig van csatornaképződés.

Fluidizáció



Gázzal történő fluidizáció esetén a leggyakoribb eset, hogy a gáz buborékok formájában halad át a rétegen. Amikor a buborékok a felszínre érnek szétpattannak. A felszín hasonlít a folyadékok forrásához. Különösen nagy gázsebességek és nagy szemcseméret esetén fordul elő. Szabályos gázelosztással, illetve a gázsebesség csökkentésével kiküszöbölhető.



Amennyiben a réteg túl magas, akkor a buborékok annyira megnőnek, hogy az egész keresztmetszetet kitöltik. A gáz a szemcsés réteget, mint egy dugattyút tolja maga előtt. A dugattyúréteg a a szemcsék és a fal közötti súrlódás hatására szétesik. Ilyen lökészerű pulzálás vékony csövekben tapasztalható, így a készülékátmérő növelésével csökkenthető a dugattyús áramlás.

Köszönöm a figyelmet, egyelőre ennyi😊

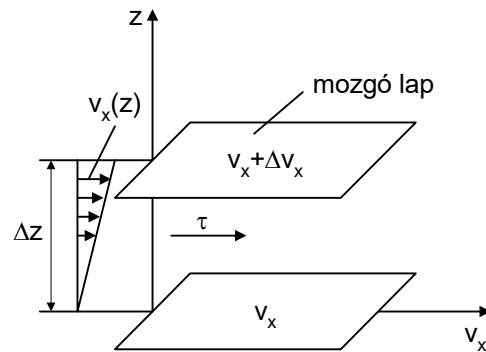
**Szilárd részecskékre ható erők, közegellenállás és tömegerők.
Stokes törvénye. Ülepítők kapacitása. Együtt ülepedés,
falhatás, szomszédos testek kölcsönhatása.**

Folyadékok tulajdonságai

A hidromechanikai műveletek vizsgálatánál a folyadékok tulajdonságait figyelembe kell venni. Az egyik legfontosabb anyagjellemző a *viszkozitás*.

Newton-féle súrlódási törvény:

Amennyiben az áramvonalak párhuzamos egyenesek, valamint a sebesség változik az áramlásra merőleges síkban, az áramvonalakkal párhuzamos síkokban csúsztató feszültség keletkezik. Ez a feszültség arányos a sebességnek az áramvonalra és a vizsgált síkra merőlegesen vett differenciál-hányadosával.



$$\tau = -\eta \frac{dv}{dz}$$

ahol η a dinamikai viszkozitás, a dw/dz az áramlásra merőleges, hosszegységre eső sebességváltozás.

Azon folyadékokat, melyek ennek a törvénynek eleget tesznek, *newtoni folyadékoknak* nevezzük. Szokás a viszkozitás reciprokát fluiditásnak nevezni.

(Kinematikai viszkozitás: a dinamikai viszkozitás és a sűrűség hányadosa)

Egyéb anyagtvények

A csúsztatófeszültség és a sebességgradiens között lineáris a kapcsolat newtoni folyadékok esetében (1).

A vegyiparban feldolgozásra kerülő anyagok nagy része azonban nem newtoni, az összefüggés már nem lineáris.

Az olyan anyagokat, amelyre a Newton törvény nem alkalmazható, *anomális* vagy *nem newtoni* folyadékoknak nevezzük. A legtöbb anomális folyadék viselkedését az **Ostwald-féle** összefüggéssel írhatjuk le.

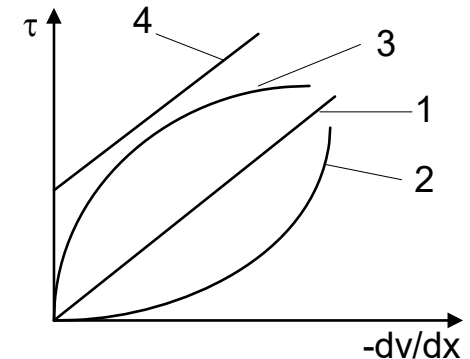
$$\tau = -k \cdot \left(\frac{dv}{dz} \right)^n$$

- ha $n > 1$, akkor a folyadékot **dilatáló** folyadéknak nevezzük (2). Ilyen pl. a nagy mennyiségű szilárd szuszpenziót tartalmazó folyadékok (tengeri homok, porok vízben)
- ha $n < 1$, akkor a folyadékot **pszeudoplasztikusnak** nevezzük. (polimer oldatok, olvadékok, festékek) (3)

A következő csoportba tartoznak a **Bingham-féle** plastikus fluidumok. Egy véges τ_0 szükséges az áramlás megkezdéséhez. (4) Ilyenek pl. a sűrű szuszpenziók, paszták, fogkrémek.

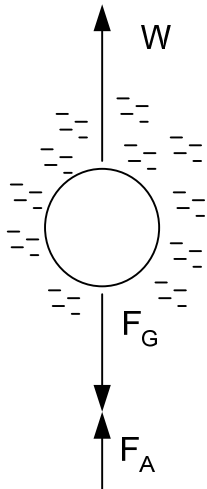
Tixotrópia – reopexia

Ezen anyagok mechanikus művelet hatására viszkozitásukat megváltoztatják. A tixotróp anyagok mechanikus behatásra elfolyósodnak (csökken a viszkozitás). A reopexia pont az ellentétes jelenség.



Ülepítés – elméleti alapok

Szilárd test mozgása fluidumban



A fluidumba helyezett test süllyedni kezd lefelé. Bizonyos idő múlva az egyensúlyi helyzet elérése után állandó sebességgel „esik” a test. Az ehhez az állapothoz tartozó határsebességet ülepedési sebességnek nevezzük.

Egy szemcsére ható erők: súlyerő, felhajtóerő, közegellenállás

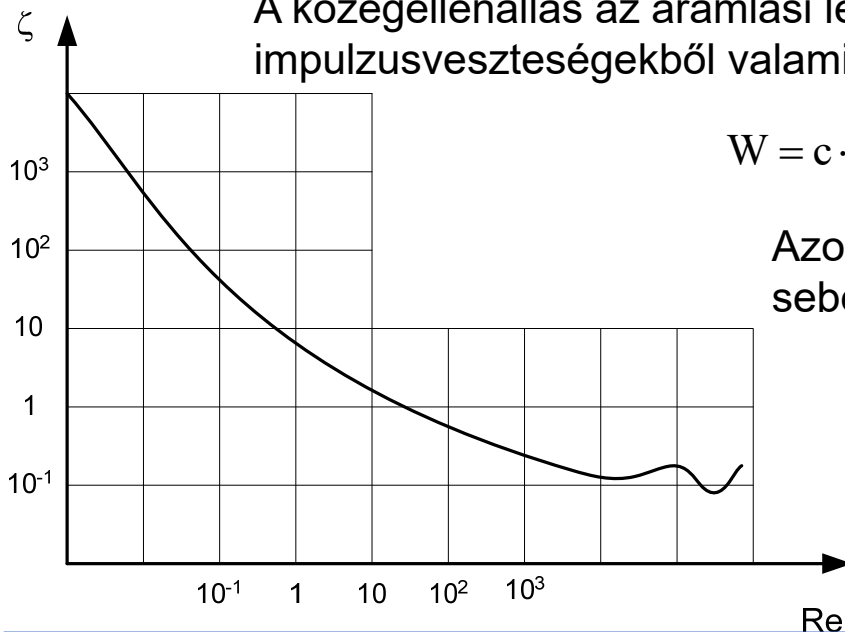
A súlyerőt és a felhajtóerőt szétválasztási számításoknál összevonva kezelik. A kettő eredőjét a test folyadékban mért súlyának nevezik. Gömb alakú szemcsék esetén:

$$F_G - F_A = g \cdot (\rho_{sz} - \rho_f) \cdot V = g \cdot (\rho_{sz} - \rho_f) \cdot \frac{d^3 \pi}{6}$$

A közegellenállás az áramlási leválások és örvényképződések által okozott impulzusvesztésekből valamint a fellépő súrlódó erőkől tevődik össze:

$$W = c \cdot f \cdot \rho_f \cdot \frac{w^2}{2} = \zeta \cdot \rho \cdot d^2 \cdot w^2$$

Azonban az ellenállás tényező értéke függ a test alakjától, sebességétől, a fluidum viszkozitásától.



$$\text{Re} < 1 \quad \zeta = \frac{3\pi}{\text{Re}}, \quad c = \frac{24}{\text{Re}}$$

$$W = 3 \cdot \pi \cdot \eta \cdot d \cdot w$$

Ülepítés

Ha a $Re > 600$, akkor turbulens áramlásról beszélünk és $\zeta = 0,17$, $c = 0,43$

Az átmeneti szakaszon használható pl. az Allen-féle összefüggés:

$$\zeta = \frac{3,92\pi}{\sqrt{Re}}, \quad c = \frac{10}{\sqrt{Re}}$$

A határsebesség elérése után a testnek már nincs gyorsulása, így a testre ható erők egyensúlyban vannak:

$$\zeta \cdot \rho \cdot d^2 \cdot w^2 = \frac{d^3 \pi}{6} g(\rho_{sz} - \rho_f)$$

Lamináris esetben az ellenállástényező értékét behelyettesítve és a sebességre rendezve:

$$w_0 = \frac{d^2 g(\rho_{sz} - \rho_f)}{18\eta}$$

Stokes-féle ülepedési
sebesség

Érvényességi tartomány	ζ	arányosság
$Re < 1$	$\zeta = \frac{3\pi}{Re}$	d^2
$1 < Re < 600$	$\zeta = \frac{3,92\pi}{\sqrt{Re}}$	d
$600 < Re < 150000$	0,17	\sqrt{d}

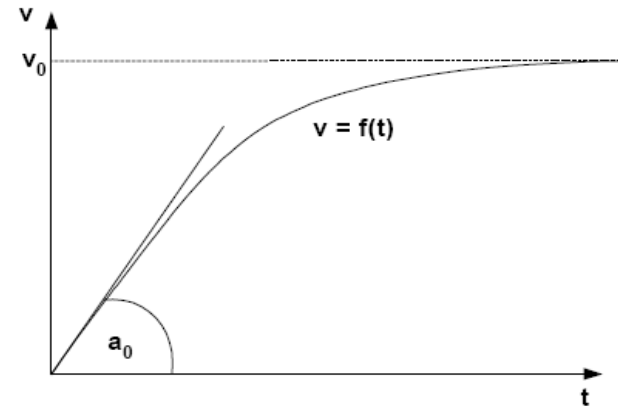
Szemcsék mozgásának időbeli változása:

$$m \frac{dv}{dt} = G_0 - W$$

Megoldása:

$$v = w_0 \left(1 - e^{-\frac{g_0 t}{w_0}} \right)$$

$$g_0 = g \frac{\rho_{sz} - \rho}{\rho}$$



Süllyedési sebesség szuszpenziókban és diszperziókban

Ha sok szemcse van jelen, akkor akadályozzák egymást kölcsönösen a szabad mozgásban. A közegellenállás megnő.

A szuszpenziók anyagjellemzői különböznek a tiszta folyadék anyagjellemzőjétől.

A szuszpendált szilárd szemcsék térfogatkoncentrációja számolható:

$$\rho_{szusz} = \rho + \frac{G_s}{V_t} \frac{\rho_s - \rho}{\rho_s}$$

$$c = \frac{V_s}{V_t} = \frac{G_s}{V_t \rho_s}$$

V_s : a szuszpendált szilárd szemcsék térfogata, V_t : a teljestérfogat, G_s : a szilárd szemcsék tömege

A szuszpenzió viszkozitása kis koncentrációk esetén jól közelíthető az alábbi összefüggésekkel:

$$\eta_{sz} = \eta \cdot (1 + 2,5 \cdot c)$$

$$\eta_{sz} = \eta \cdot (1 + 2,5 \cdot c + 7,45 \cdot c^2)$$

Nagyobb koncentrációk esetén:

$$\eta_{sz} = \eta \cdot \left(1 + \frac{2,5 \cdot c}{2 \left(1 - \frac{c}{c_{max}} \right)} \right)$$

Diszpergált állapotú finom szemcsék ülepedési sebessége jól közelíthető ha a Stokes-féle összefüggésben a tiszta folyadék anyagjellemzői helyett a c térfogatkonzentrációjú szuszpenzió anyagjellemzőit helyettesítjük be.

$$w'_0 = w_0 \cdot \frac{(1-c)^2}{\frac{\eta_{sz}}{\eta}} = w_0 \cdot \frac{(1-c)^2}{\eta_r}$$

Hasonlósági kritériumok az ülepedési sebességének meghatározására

Általánosan: $w = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{d}{C_D} g \frac{\rho_s - \rho}{\rho}}$

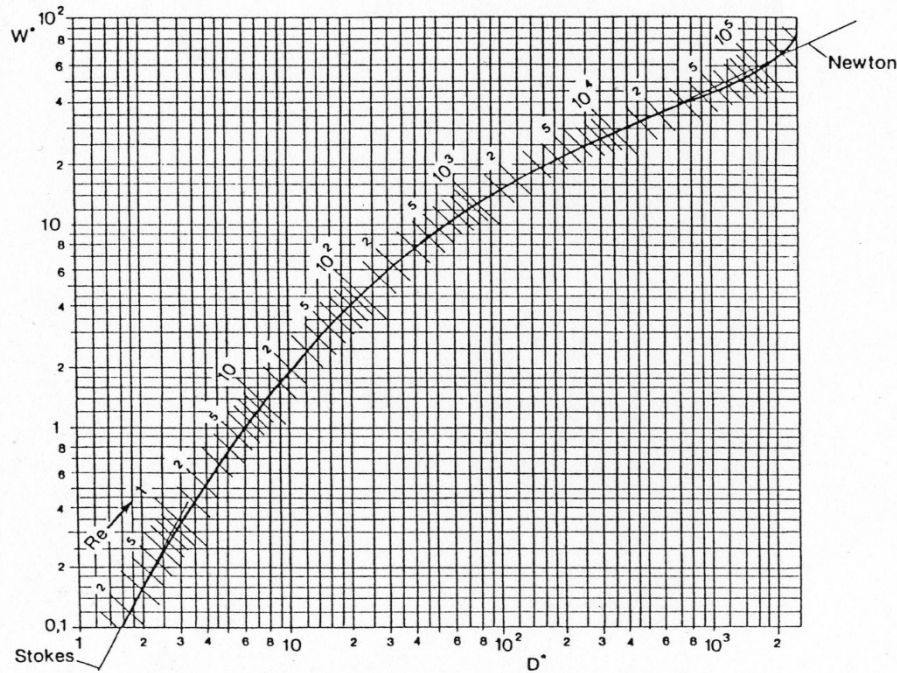
ahol C_D a közegellenállási tényező. $C_D(Re)$

Amennyiben a részecske nem gömb alakú, úgy a C_D értéket korigálni kell egy alaktényezővel.

Részecskealak	Gömb	Lekerekített	Sarkos	Hosszúkás	Lapos
Alaktényező	1	0,8	0,7	0,6	0,5

Archimedesi szám:
$$Ar = d^3 \frac{g}{\nu^2} \frac{\rho_{sz} - \rho}{\rho}$$

Ljascsenkó-szám:
$$Lj = \frac{w^3}{\nu \cdot g} \frac{\rho}{\rho_s - \rho}$$



Dimenzió nélküli részecskemagyság:

$$D^* = d \cdot \sqrt[3]{\frac{g}{\nu^2} \frac{\rho_s - \rho}{\rho}}$$

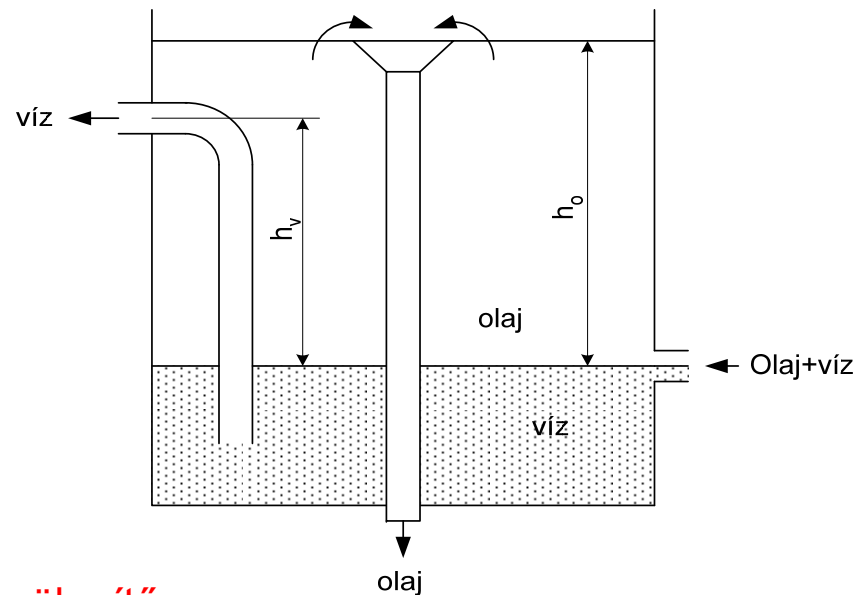
Dimenzió nélküli sebesség:

$$W^* = w \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{\nu \cdot g} \frac{\rho}{\rho_s - \rho}}$$

Belső fázis	Külső fázis		
	szilárd	cseppfolyós	gáz
szilárd	szemcsekeverék, porkeverék	szuszpenzió, zagy	poros gáz, füst
cseppfolyós	paszta, pép	emulzió	köd, permet

Ülepítés

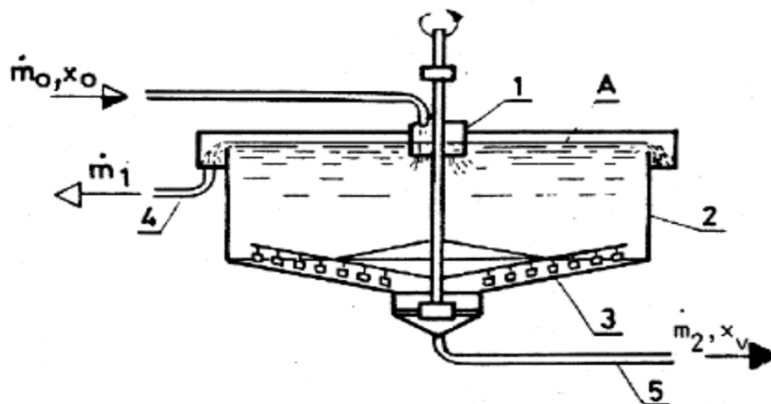
Florencci-edény:



- emulzióbontás (pl. olaj+víz)
- „semleges zóna”
- a folyadékok aránya a semleges zóna eltolódása okozza
- a tartózkodási idő nagyobb legyen mint az ülepedéshez szükséges idő

$$h_v \cdot \rho_v = h_o \cdot \rho_o$$

Dorr-ülepítő:



- kisméretű szilárd részecskék szuszpenziójának szétválasztására
- folytonos üzemű, nagy átmérőjű tartály (1,5-100m)
- lassan forgó, kiemelhető mechanizmus (0,02 1/min fordulat)
- a derített tiszta folyadék a felső peremen ömlik át

Homokfogó készülékek

A hosszanti átfolyású homokfogóban a szemcse mozgását két sebesség határozza meg: a vízszintes átfolyási sebesség valamint az ülepedési sebesség.

A **vízszintes átfolyási sebesség határértéke** tapasztalati adatok alapján:

$$v_v = \sqrt{\frac{8\beta}{0,03} g \frac{\rho_{sz} - \rho_f}{\rho_f} d}$$

Ahol β a szemcseösszetételtől függő tényező, szennyvizeknél kb. 0,04, d a határszemcse.

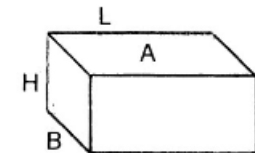
A méretezés alapja a vízhozam (q , m³/s)

A homokfogó szükséges felülete:

$$A = \frac{q}{w_0}$$

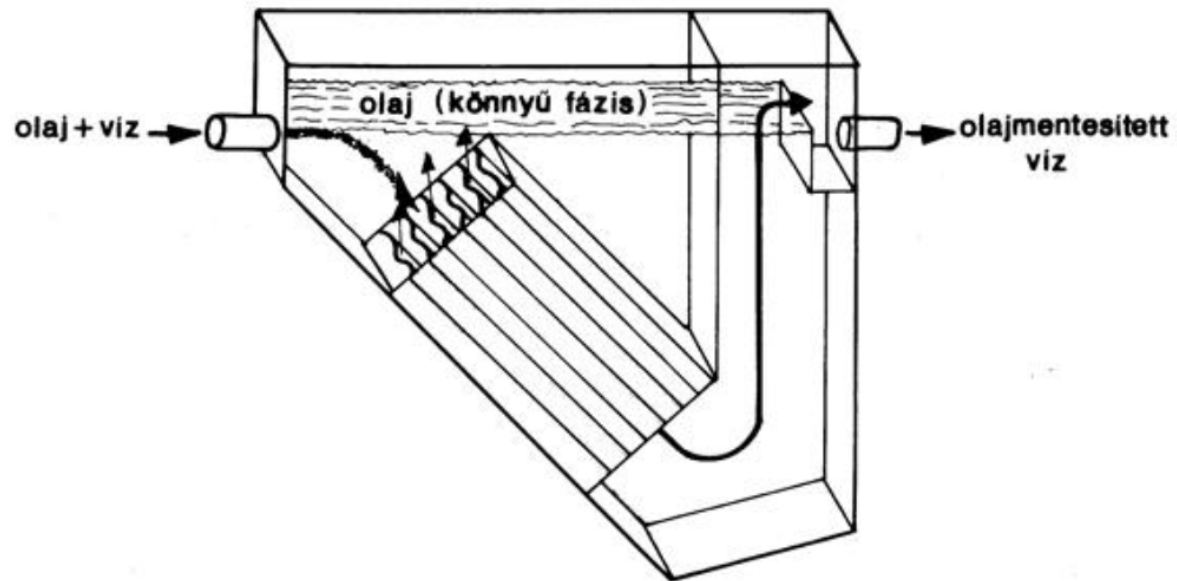
A homokfogó keresztmetszete:

$$A_k = \frac{q}{v_v}$$



A homokfogó további paramétere (B,H,L) már meghatározható, az alapján, hogy az ülepedési idő = tartózkodási idővel.

Ferdelapos ülepítő



Köszönöm a figyelmet, egyelőre ennyi😊

Szűrés, Darcy egyenlete. A Carman-féle szűrési egyenlet integrálása, szűrési konstansok meghatározása. Optimális szűrési idő. Berendezések.

A szűrés a szuszpenziók szétválasztására szolgáló művelet, mely során a folyadékból a szilárd szemcséket a szűrőközeg segítségével kiválasztjuk. A szűrőn átfolyó folyadékot *szűrletnek*, a szűrőn fennmaradó anyagot *iszaplepenynek* nevezzük.

Két fajta szűrés létezik: *mélyégi szűrés* és *felületi szűrés*.

Felületi szűrés esetén a csak a szűrőközeg felülete végez szeparációt, míg mélyégi szűrés esetén a szűrőközeg belsejében lévő pórusok is szerepet játszanak.

A szűrés elméleti vizsgálata:

modell: L_p hosszúságú d_p átmérőjű kapillárisokban történik az áramlás!

Egy kapillárisban lamináris áramlás -> Hagen-Poiseuille összefüggés

$$Q_k = \frac{r_k^4 \pi \Delta p}{8 \eta L}$$

Egységnyi keresztmetszetben található kapillárisok száma: $N = \frac{\varepsilon}{r_k^2 \pi}$

Így a H-P összefüggés:

$$Q_k = A \cdot N \cdot Q_k = A \varepsilon \frac{r_k^2 \Delta p}{8 \eta L}$$

Ez a modell csak addig érvényes, míg a szűrés folyamán a porozitás, a kapilláris sugarak nem változnak!

Szűrés

A szűrés során szabálytalan alakú csatornák alakulnak ki. Erre vonatkozik az általánosabb érvényű **Darcy-féle törvény**:

$$Q_k = k_d \frac{A \Delta p}{L \eta}$$

$$k_d = \varepsilon \frac{d_k^2}{32}$$

helyettesítést alkalmazzuk.

$$\frac{Q_k}{A} = \frac{\varepsilon^3}{k_1 (1-\varepsilon)^2 f_{\text{fajl}}^2} \frac{\Delta p}{\eta L}$$

Általános szűrőegyenlet:

Egy A felületű szűrőn t idő alatt képződött iszaprétegen átfolyó folyadék sebességének pillanatnyi értéke kifejezhető az alábbi összefüggéssel:

$$v = \frac{1}{A} \frac{dV}{d\tau} = \frac{\Delta p}{\eta R}$$

R a folyadék átáramlásával szembeni teljes ellenállás amely két részből tevődik össze. Az egyik a szűrőközeg ellenállása (R_m), a másik a képződött iszapréteg (R_1) ellenállása. Azaz $R = R_m + R_1$. Az R_1 függ a lerakódott iszap mennyiségétől, a szűrés folyamán tehát állandóan változik. A szűrőlepeny ellenállása arányos az egységnyi felületen lerakódott iszaptömeggel:

$$R_1 = \alpha \frac{M}{A} = \alpha c \frac{V}{A}$$

Szűrés

Az előbbiek figyelembe vételével a szűrés általános differenciálegyenlete:

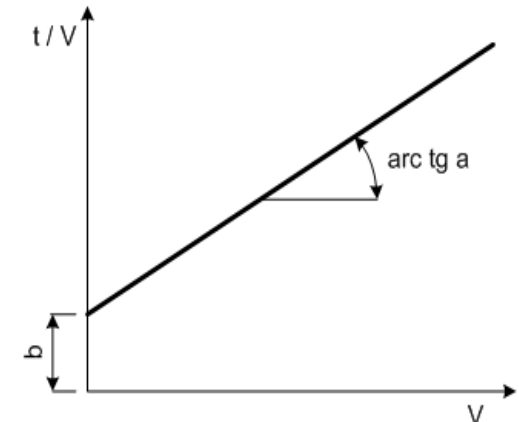
$$\frac{1}{A} \frac{dV}{d\tau} = \frac{\Delta p}{\eta \left(\alpha c \frac{V}{A} + R_m \right)}$$

A differenciál-egyenlet megoldása során feltételezzük, hogy a fajlagos lepényellenállás, az egységnyi szűrletből kinyert iszap mennyisége valamint a szűrőközeg ellenállása az időtől független. Ez azonban csak akkor igaz, ha az iszaplepényt *összenyomhatatlannak* feltételezzük!

A szűrőegyenlet megoldása állandó nyomáskülönbség esetén:

$$\frac{\tau}{V} = \frac{\eta \cdot \alpha \cdot c}{2 \cdot \Delta p \cdot A^2} V + \frac{\eta \cdot R_m}{\Delta p \cdot A}$$

Állandó sebesség esetén hogyan alakul a szűrési egyenlet?



Mélységi szűrés

Mélységi szűrés esetén a szilárd szemcsék lerakódnak a pórusokban. A szűrőközeg általában szemcsés anyag. A folyadék szilárd-anyag tartalma kicsi (0,5% alatti). A kiválasztandó szemcsék mérete kicsi. A szűrőközeg belsejében lamináris áramlás. A nyomásesés arányos a sebességgel. A szemcsék kiválása a szűrés folyamán több hatás eredménye. Lefelé történő (gravitációs) áramlás esetén a gravitáció miatt hajlamosak a szemcsék kirakódní. Ezt a hatást egy dimenzió nélküli számmal jellemezzük:

$$G = \frac{w_0}{v} = \frac{d^2 g (\rho_{sz} - \rho_f)}{18 \eta v}$$

Szűrés

A hidrodinamikus hatást a Re számmal lehet kifejezni: $Re = \frac{\rho d v}{\eta}$ ahol d az átlagos szemcseméret.

Ha a részecskék elhajlás nélkül követik az áramvonalakat, akkor a kisebb méretű részecskék találkoznak a szemcsével, és ott megtapadnak (interception). Ezt befogási vagy találkozási hatásnak nevezzük.

A fenti paramétereket egy hatványfüggvény segítségével: $\Lambda = C \cdot G^k Re^{-1} I^{-m}$

a szűrő hatásfoka dimenzió nélküli alakban; egyenlő a beömlő szuszpenzió koncentrációváltozásával egy szemcse vastagságú szűrőrétegben!

Mikrométer nagyságrendű részecskék esetén a Brown-féle mozgás kerül előtérbe. A szűrés jellemző mechanizmusa a diffúzió. Ezt a hatást a diffúziós Pécelet-számmal lehet jellemezni:

$$Pe' = \frac{vd}{D'} = C \cdot \eta^2 vd$$

ahol D' a diffúziós koefficiens.

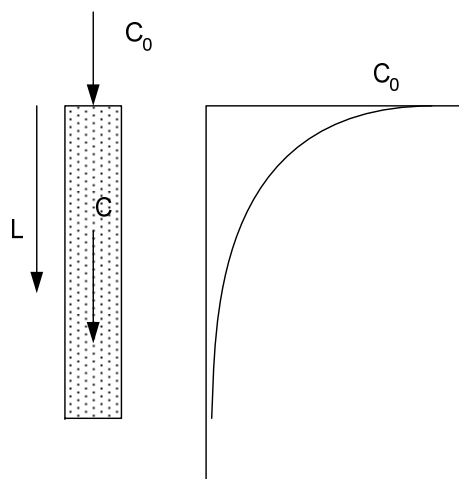
Tapasztalat szerint a szűrő hatásfoka: $\Lambda = \hat{C} \cdot \frac{d}{Pe'}$

Híg szuszpenziók szűrésénél a részecske kiválasztás kezdeti mennyisége arányos a szuszpenzió koncentrációjával. Azonban kiválasztódás során a szűrőközeg pórusai eltömődnek, változnak a geometriai méretek. Teljes eltömődés után a szűrő hatástalan. Azonban változik helyben és időben a szűrendő anyag koncentrációja is!

Az eltávolított részecskék mennyisége a szűrőágy hossza mentén arányos az átáramló folyadék

koncentrációjával: $-\frac{\partial C}{\partial L} = \lambda C$

Szűrés



- C : a részecskék koncentrációja (tf%)
- L : a szűrő felülettől mért távolság
- l : szűrési tényező

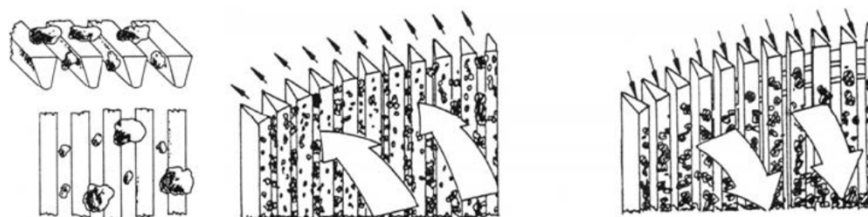
A szűrő felületén $C=C_0$, a valamint a kezdeti pillanatban $l=l_0$

Így:
$$C = C_0 e^{-\lambda_0 L}$$

Szűrőközegek:

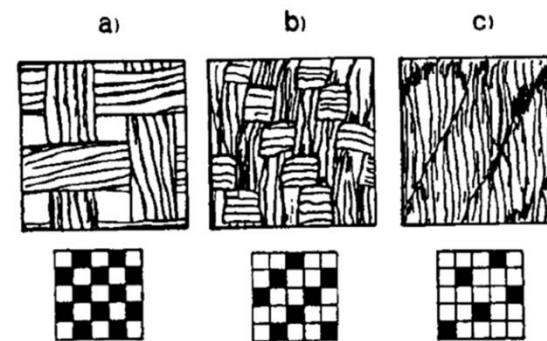
- szűrőrácscok

Csak durvaszűrésre használhatóak. Sok esetben a szűrőközeg alátámasztására szolgál.



- szűrőszövetek

	Vászon	Sávoly	Atlasz
folyadék átérésztés	rossz	közepes	jó
szemcse visszatartó képesség	jó	közepes	rossz
iszaplepeny eltávolíthatóság	nehéz	közepes	könnyű
iszaplepeny maradó nedvessége	nagy	közepes	kicsi
eltömődési hajlam	nagy	közepes	kicsi

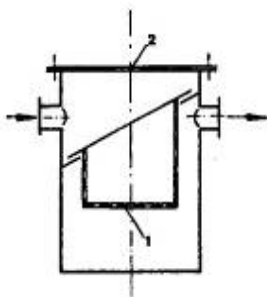


a – vászonkötés, b – sávolykötés, c – atlaszkötés

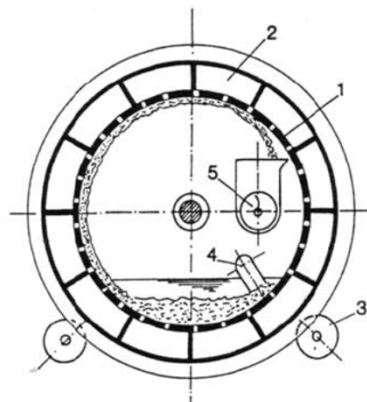
Szűrés

- szűrőpapírok, szűrőlapok: cellulózsálakból préselik, finom és csírátlanító szűrésre használják, 20 ° C víz esetén $1D_x=1$ liter/min/m² 1 bar nyomáskülönbség esetén ($D_x = 1200...1600 \div 6...20$)

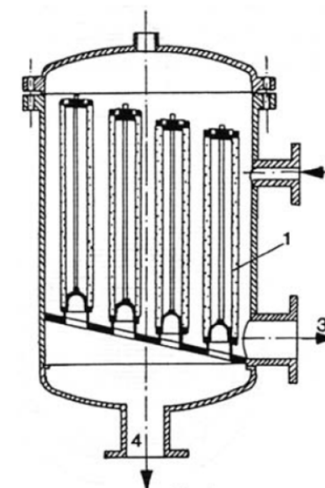
Szűrőkészülékek



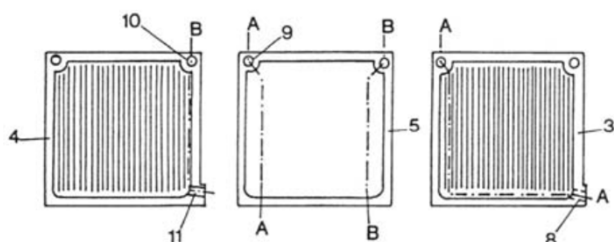
Folyadékszita



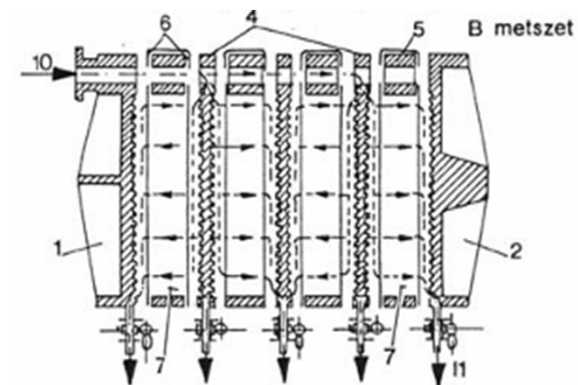
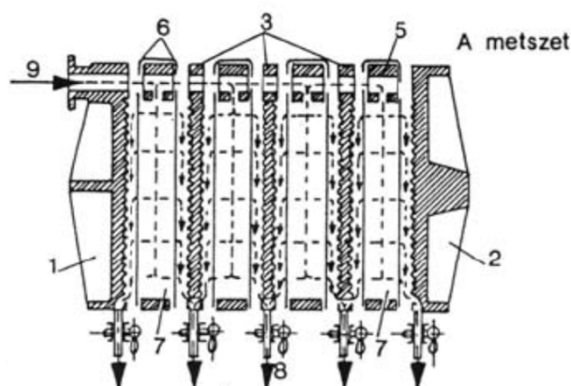
Belső szűrésű vákuumszűrő



Gyertyás szűrő



Keretes szűrőprés



Köszönöm a figyelmet, egyelőre ennyi😊

Gáz-szilárd rendszerek szétválasztása. Porszűrők, ciklonok (áramlási viszonyok, konstrukciók)

- Gáz-szilárd (poros gáz) rendszerek szétválasztására szolgáló művelet, mely során a gázból a szilárd szemcséket kiválasztjuk.
- *Cél:* Por eltávolítása füstgázokból, portartalmú véggázokból, levegőből → környezetvédelem (füstgáztisztítás, szállópor, üzemek levegőjének tisztán tartása), értékes termékek por alakban (pl. őrlés, porlasztva szárítás, pneumatikus szállítás, koromgyártás, stb.)
- *Módjai:*
 - Nedves: gázmosók
 - Száraz: ülepitők, ciklonok, porszűrők, elektrosztatikus leválasztók (Porrobbanások kockázata!)

- *Porterhelés*: a gáz/levegő egységnyi térfogatában található por mennyisége.
Jele: r; [$\mu\text{g}/\text{m}^3$, g/m^3 , mg/m^3]
- *Szálló por egészségügyi határérték*: $50 \mu\text{g}/\text{m}^3$
 - Vörösiszap-katasztrófa: 2010. 10. 4.

SZÁLLÓ POR (PM_{10}) EGÉSZSÉGÜGYI HATÁRÉRTÉK: $50 \mu\text{g}/\text{m}^3$

1. táblázat: PM_{10} és $\text{PM}_{2,5}$ 24 órás átlagkoncentrációja ($\mu\text{g}/\text{Nm}^3$)

DÁTUM	Kolontár PMH		Devecser PMH		Kisberzsény Faluház		Somlóvásár- hely, Iskola
	PM_{10}	$\text{PM}_{2,5}$	PM_{10}	$\text{PM}_{2,5}$	PM_{10}	$\text{PM}_{2,5}$	PM_{10}
02.28.	87,8	70,8	87,5	71,6	67,7	62,7	*
03.01.	88,3	74,5	100	81,6	87,0	81,9	*
03.02.	51,6	41,7	47,9	37,9	47,3	42,6	49
03.03.	51,7	43,1	68	54,7	46,8	42,1	55,5
03.04.	53,7	43,7	75	61,4	47,0	42,3	57,1
03.05.	76,8	63,2	72,6	62,9	54,7	48,9	62,1
03.06.	57,4	46,2	37,2	30,4	30,1	27,2	34,8
03.07.	40,3	32,3	47,6	38,3			24,9
03.08.	47,1	38,2	39,5	32,8			41,4

Jelmagyarázat: **24 órás határérték túllépés.** Üres cella: adat még nincs, mert a vett minták elemzése folyamatban van, *műszaki probléma miatt a mérés szünetel

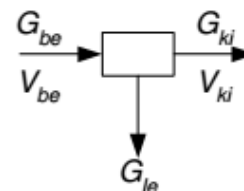
Leválasztó készülékek típusai:

- *Gravitációs elven működő*: porkamrák, Howard-féle porkamrák, ütközéses porleválasztók, zsákos szűrő, tömlős szűrő
- *Centrifugális elven működő*: ciklonok, multiciklonok, Ventouri-mosók
- *Elektromos térerőt kihasználó*: elektrofilterek

Portalanítás hatásossága:

- Abszolút portalanítási fok: a teljes leválasztott pormennyiség és a nyersgáz pormennyiségének aránya.

$$\varepsilon = \frac{G_{le}}{G_{be}} = \frac{G_{be} - G_{ki}}{G_{le}}$$



$$G_{be} = G_{ki} + G_{le}$$

$$V_{be} \approx V_{ki}$$

- Relatív portalanítási fok: valamely szemcseméret-frakció teljes mennyiségéből hány százalékot választ le a berendezés.

- *Határszemcse*: az a legkisebb méretű szemcse, amelynél nagyobb a porleválasztó készülék 100%-ban leválaszt (gyakorlatban 99,5%-ban)

Porleválasztó	Határszemcse (μm)
Porkamrák	100 - 200
Multiciklonok	5 - 10
Elektrosztatikus leválasztók	0,5 - 5
Ultraszűrők	~ 2
HEPA szűrők	<0,3 (baktériumok mérete: 0,5 – 5)

- Fontos üzemi jellemző: a belépés és a kilépés közötti nyomáskülönbség (ellenállás)

Porszűrők

- Megfelelő szűrőanyagból készített tömlőn átvezetve a gáz jól tisztítható. A por a szűrőszövet belső felületén felgyülemlik, a tisztított gáz a szövet kis nyílásain át távozik.
- Pl. porszívó, autók légszűrői, pollenszűrői
- Leválasztási hatásfok (abszolút portalanítási fok): $\approx 99\%$
- Határszemcse: $\approx 0,5\mu\text{m}$
- *Ismétlés:*
 - *Felületi szűrés:* a leválasztott részecskék a szűrőközeg felületén gyűlnek össze és a továbbiakban szűrőközegként viselkednek.
 - *Mélységi szűrés:* a leválasztott részecskék behatolnak a szűrőközeg belsejébe és ott megakadnak, a továbbiakban részt vesznek a szűrésben, és eltömítik a szűrőt.
 - Valóságban: vegyes eset.



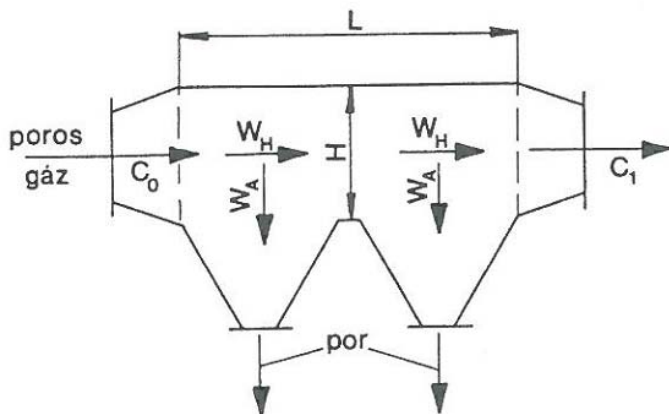
Porszűrők

- Szűrőszövetek (porzsákok, ...)
- Szívótömlős szűrő
- Zsákos tömlős szűrő

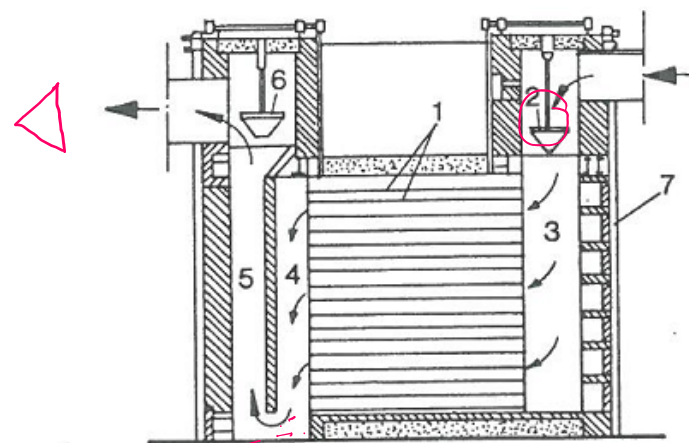
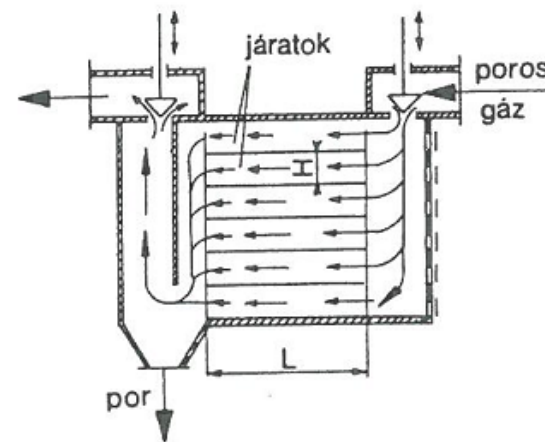


Porkamrák

- Légvezetékbe iktatják
- Gáz előtisztítására, nagyobb szennyeződések kiszűrésére
- Határszemcse: ülepedési idő = tartózkodási idő
- Annál kisebb, minél kisebb a porkamra magassága és minél hosszabb a kamra



6.6. ábra. Porülepítő kamra vázlatja



6.7. ábra. Howard-kamra vázlatja
1 – acéllemez tálcák, 2 – szabályzótolattyú a poros gáz bevezetésénél, 3 – elosztócsatorna, 4 – gyűjtőcsatorna, 5 – kivezető csatorna, 6 – szabályzótolattyú a tisztított gáz kivezetésénél, 7 – tisztítónyílás

Porkamrák

- A keresztmetszet-növekedés eredményeként sebességcsökkenés jön létre

- Alapja: kontinuitási egyenlet: $\rho_1 \bar{v}_1 A_1 = \rho_2 \bar{v}_2 A_2$

- Vízszintes irányban - tartózkodási idő:

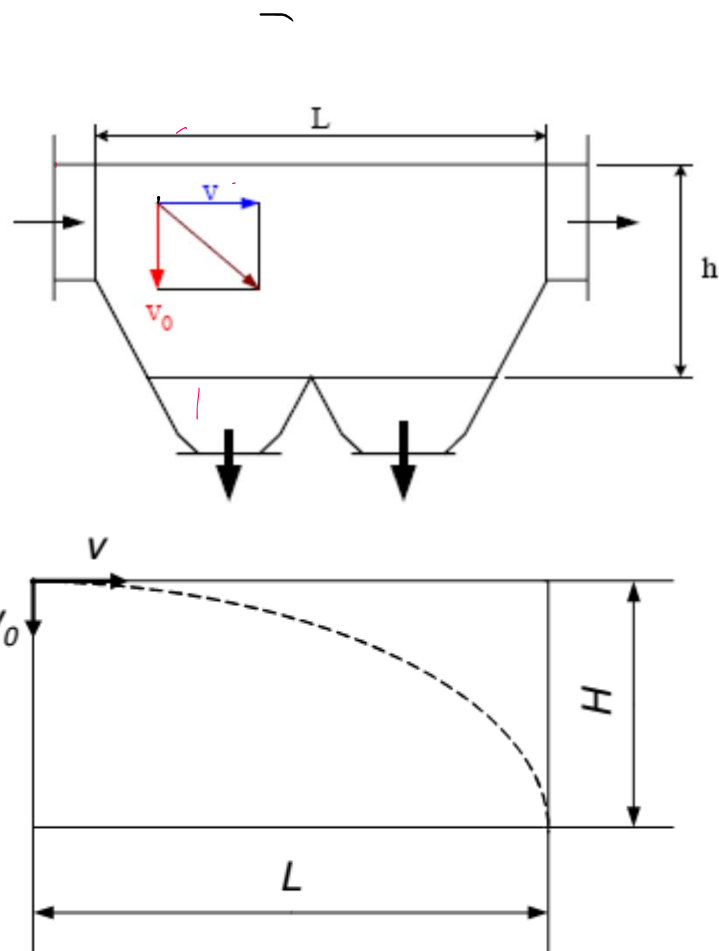
$$\tau_t = \frac{L}{v}$$

- Függőleges irányban – ülepedési idő:

$$\tau_{\ddot{u}} = \frac{H}{w_0}$$

- Határszemcse esetén megegyeznek!

- Porkamra abszolút portalanítási foka: $\eta_G = \frac{L \cdot v_{függ}}{H \cdot v_{vízsz}} \cdot 100\%$



Ciklonok

- A centrifugális erőt használják ki
- Aerociklon vagy hircociklon
- Nincs mozgó alkatrész

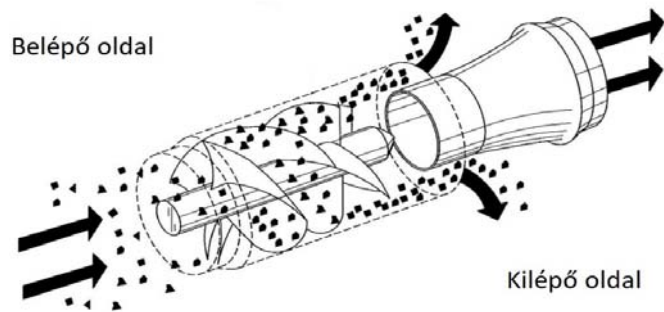
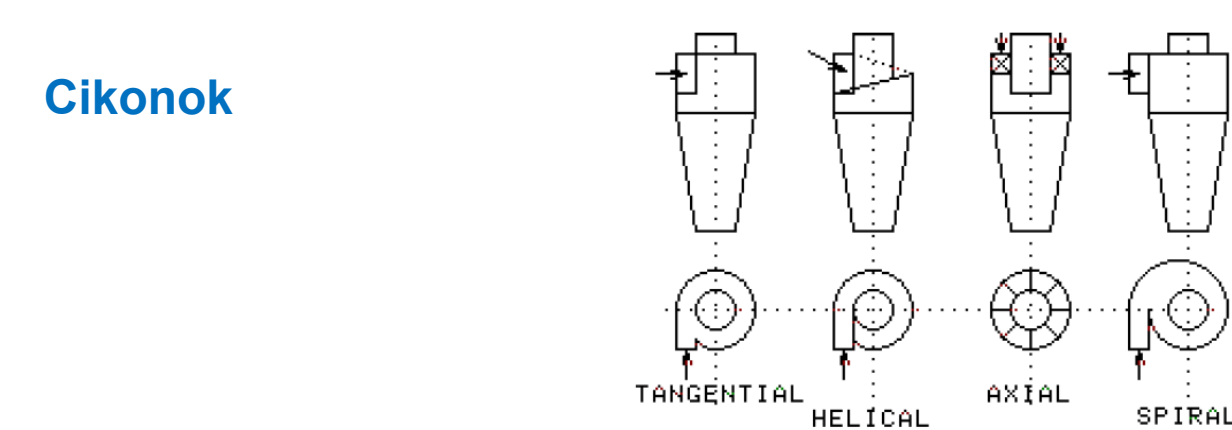
- *Részei:* hengeres palástrész, kúpos palástrész, tangenciális beömlő csonk, örvénykereső cső

- Egyensúlyi keringési sugár

- *Működése:* a tangenciálisan belépő poros levegő körpályára kényszerül, a centrifugális erő hatására a szilárd szemcsék egy része kiválik a paláston és spirálisan a kúpos részbe távozik

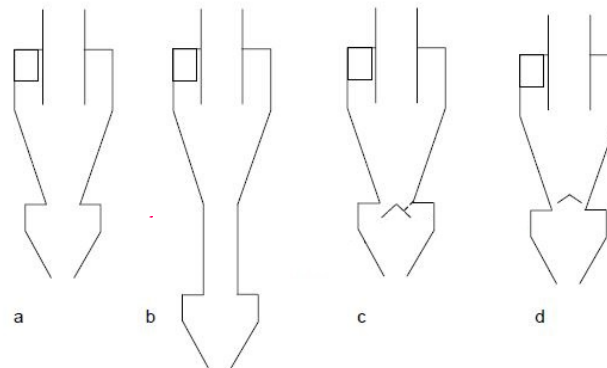
- portalanítási fok javítható a gázmennyiség és a ciklon átmérőjének növelésével (nő a nyomásveszteség és az üzemköltség)

Ciklonok

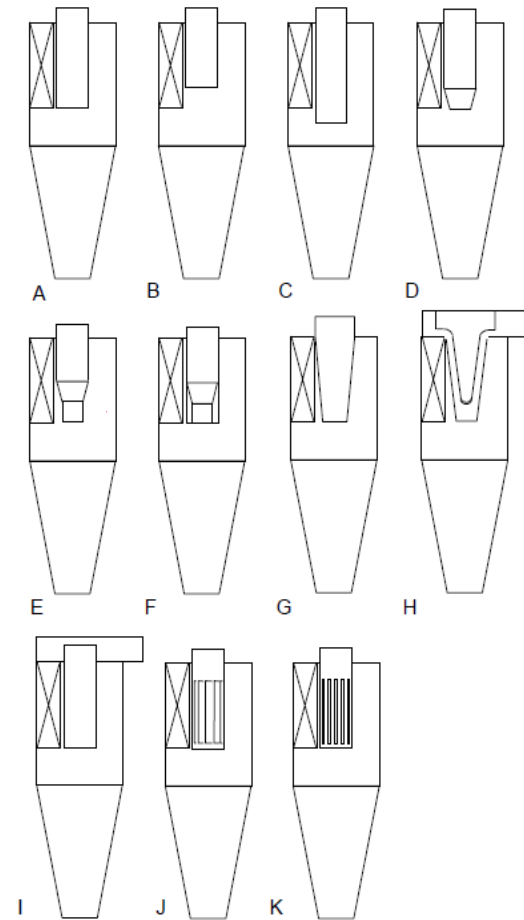


5.2.1. ábra Azonos áramlási irányú ciklon

5.2.1.1. ábra Különböző típusú belépő szakaszok



5.2.3.1. ábra Különböző geometriájú alsó porgyűjtő oldal



5.2.4.1. ábra Különböző geometriájú örvénykereső csövek

Ciklonok

A_0 .. Belépő keresztmetszet [m^2] $A_0 = a \cdot b$

d_1 .. Örvénykereső cső átmérője [m]

d_2 .. Hengeres palást átmérője [m]

H .. Ciklon teljes magassága [m] $h = H - s$

s .. Örvénykereső cső benyúlása a ciklonba [m]

c_0 .. Belépő porkoncentráció [kg/m^3]

c_1 .. Kilépő porkoncentráció [kg/m^3] (örvénykereső csövön)

r_0 .. Poros gáz belépési pontja [m] $r_0 = \frac{d_2}{2} - \frac{b}{2}$

- Méretezési viszonyszámok:

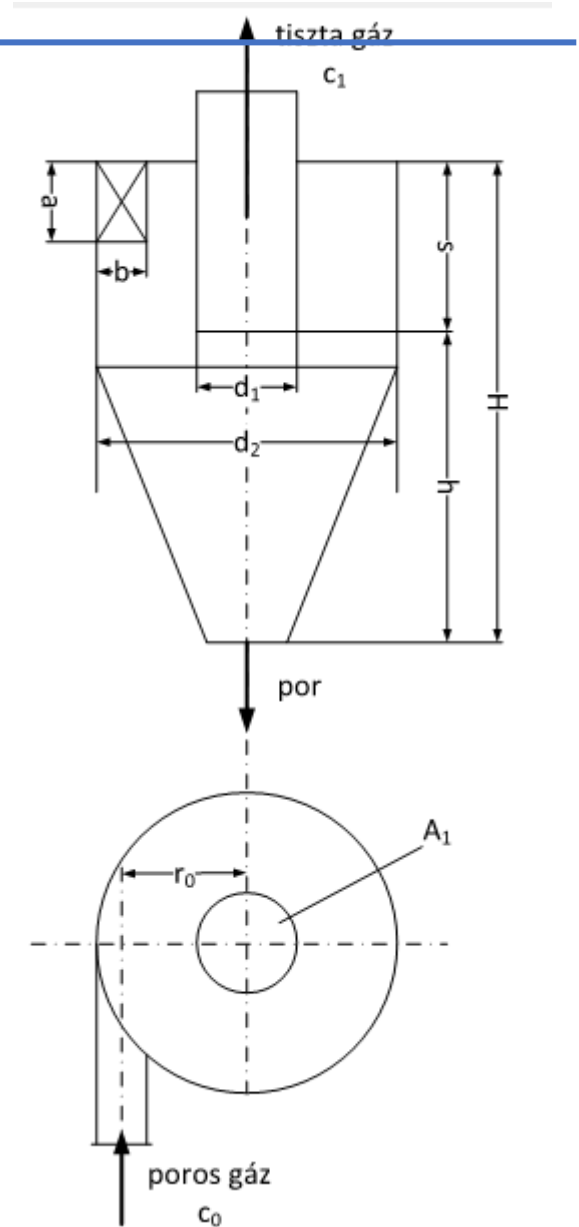
$$\frac{\text{belépő keresztmetszet}}{\text{örvénykereső cső keresztmetszete}} = \frac{A_0}{A_1} = 0,5 \dots 1,8$$

$$\frac{\text{ciklon teljes magassága}}{\text{örvénykereső cső sugara}} = \frac{H}{r_1} = 10 \dots 25$$

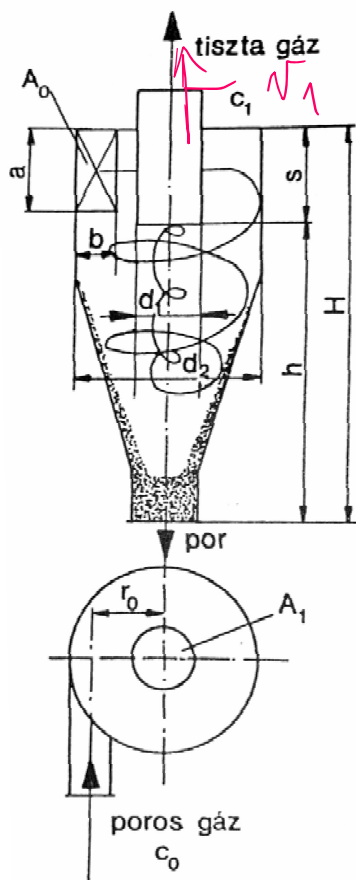
$$\frac{\text{örvénykereső cső benyúlása}}{\text{örvénykereső cső sugara}} = \frac{s}{r_1} = 3$$

$$\frac{\text{belépő csonk szélessége}}{\text{belépés távolsága}} = \frac{b}{r_0} = 0,2 \dots 0,5$$

$$\frac{\text{ciklon sugara}}{\text{örvénykereső cső sugara}} = \frac{r_2}{r_1} = 3 \dots 4$$



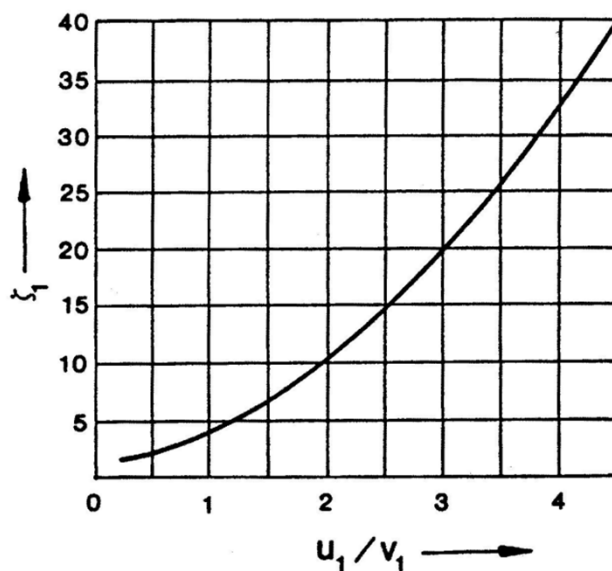
Barth-féle egyszerűsített méretezés



- Van egy u_1 keringési sugar (virtuális henger, mely d_1 -hez tartozik)
- Az összes súrlódás egy r_r sugarú hengerpaláston ébred, mely H magasságú + az örvénykereső csőben lévő veszteség
- A nyomásvesztéséget a v_1 (örvénykereső csőben lévő) sebességre vonatkoztatjuk

$$r_r = \sqrt{r_1 \cdot r_2}$$

A keringési sebesség és az örvénykereső csőben lévő sebesség hányadosa:



$$\frac{u_1}{v_1} = \frac{1}{\alpha \cdot \frac{A_0 r_1}{A_1 r_0} + \lambda \cdot \frac{H}{r_1}}$$

$$\zeta = 1,2 \cdot \zeta_1$$

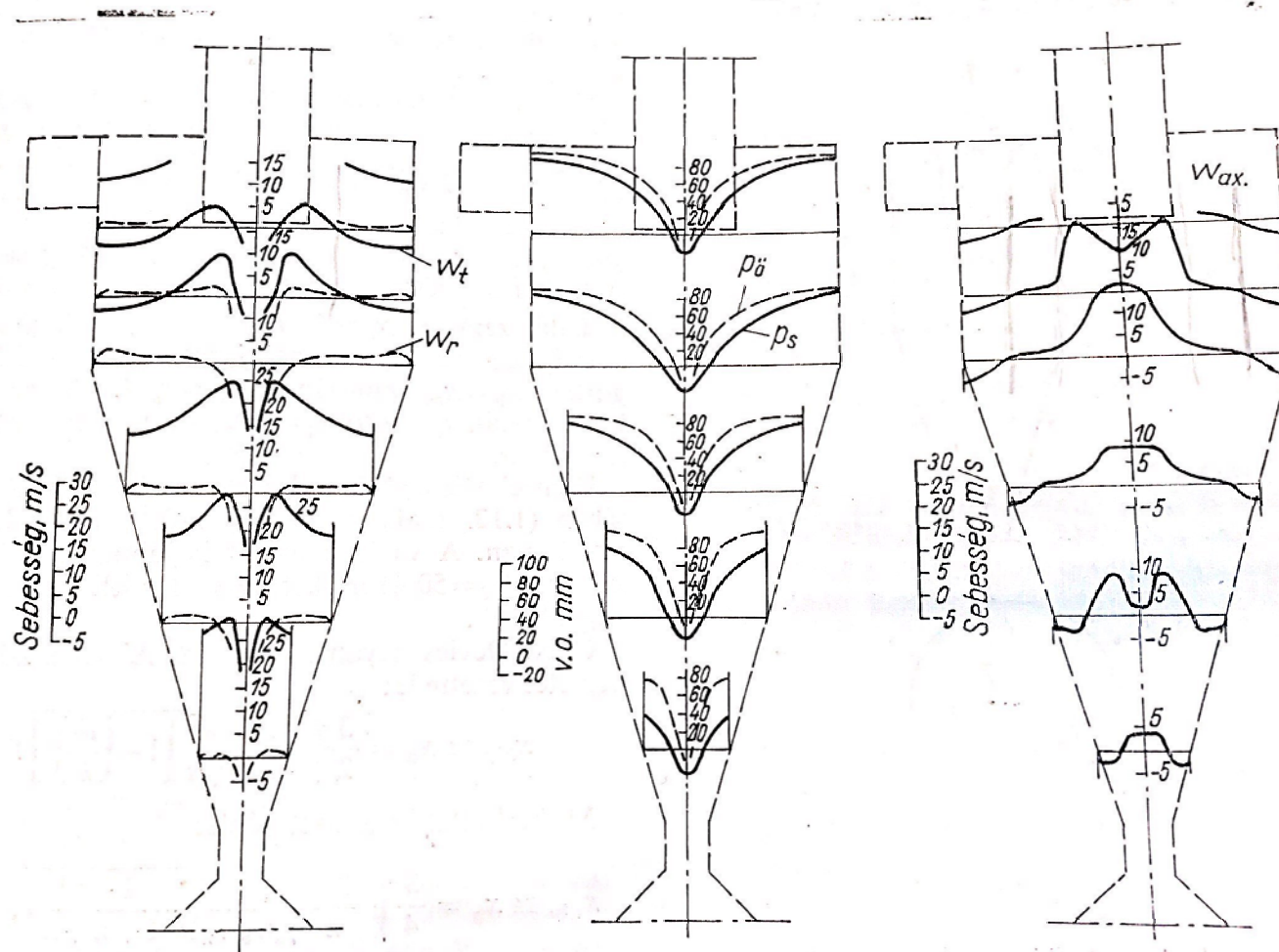
$$\Delta p = \xi \cdot \rho v_1^2$$

A ciklon határszemcséje:

$$d_h = \sqrt{\frac{18 \cdot \eta \cdot w_2 \cdot r_1}{v_1^2 \cdot \Delta \rho}}$$

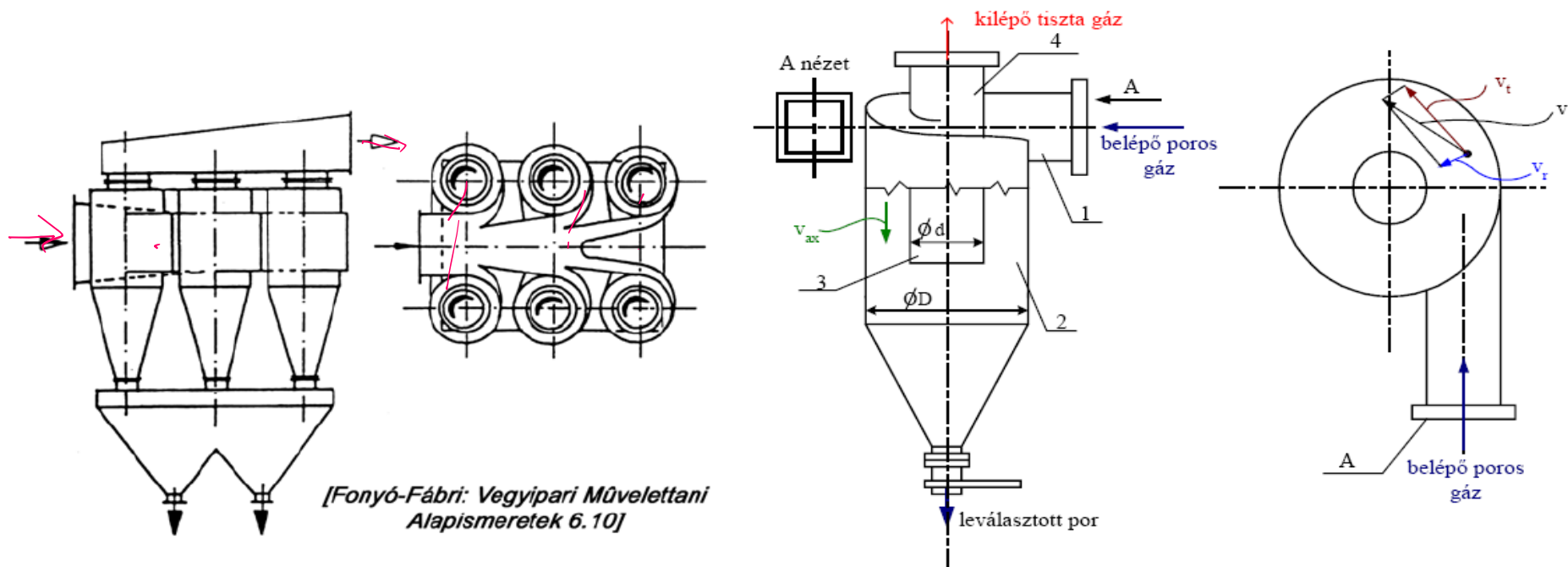
$$w_2 = \frac{Q}{2\pi \cdot r_1 \cdot h} = \frac{d^2 \cdot \Delta \rho \cdot v_1^2}{18 \cdot \eta \cdot r_1}$$

Cikonok



Multiciklonok

- Veszteség nélküli javítás: arányos méretcsökkentés és sorba kapcsolt ciklonok (multiciklon)
- Feleakkora határszemcse → 16 db kisméretű ciklon
- Kb. 67-97% portalanítási fok

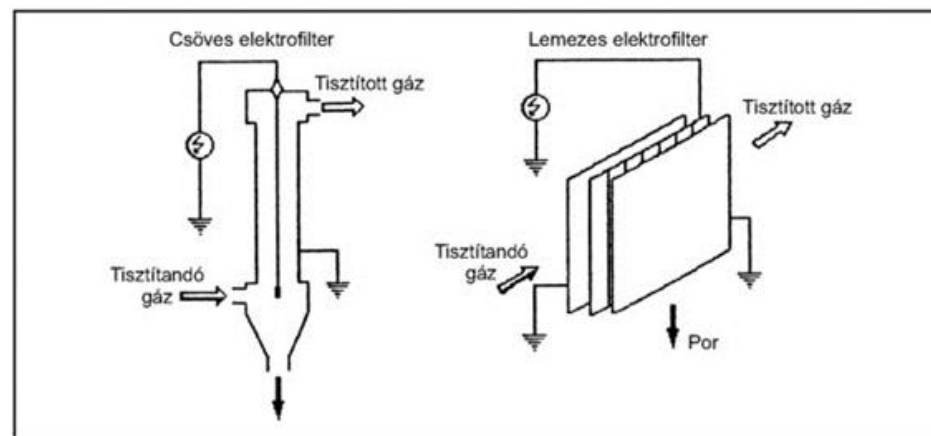


Cikonok



Elektrosztatikus porleválasztók/elektrofilterek

- Cottrell-elv: „koronahatás”
 - Egyenirányított villamos áram, ionizáció
 - Negatív pólus: ionizáló elektródra; pozitív pólus: porgyűjtő elektródra + földelés
 - Villamos tér keletkezik, a töltött gázionok ütköznek a semleges gázmolekulákkal és polarizálják
 - A negatív ionok a pozitív pólus felé vándorolnak és elvesztik a töltésüket
 - A leválasztott por magától távozik
- Hátrány: sok ózon keletkezik
- Előny: nedves üzemben is használható: savas ködök, kátránycseppek
- Finom részecskék ($>0,1\mu\text{m}$) leválasztására
- Igen jó hatásfok (99,9%)
- Kis nyomásveszteség és kis energiafelhasználás, de nagy beruházási költség



Elektrosztatikus porleválasztók



Gázmosók (Scrubber)

- A gázt cseppfolyós anyagon vezetik át → a porszemek nagy része benne marad és leülepszik
- Hasonló elv, mint a ciklonoknál (örvénylő mozgás, kúpos részen távozik az iszap)
- Venturi-mosó: 50-150 m/s sebességű poros gáz
- A diffúzorban a porszemcsék a cseppekre tapadnak, és a lapátkoszorún át távoznak
- Kis helyszükséglet
- Határszemcse: 0,1-0,4 μm
- Leválasztási fok: 96-98%

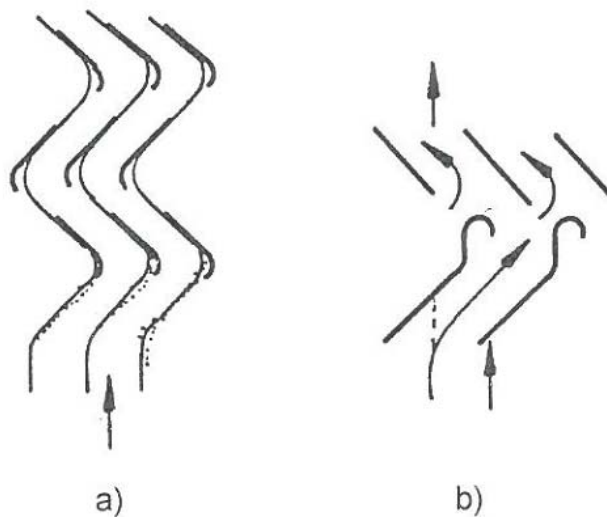
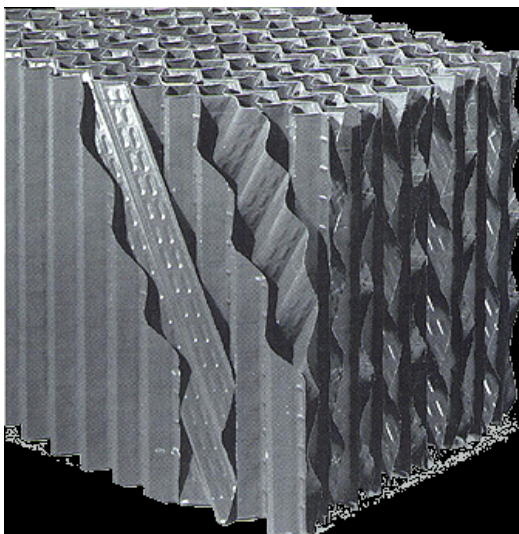


6.13. ábra. Venturi-gázmosó

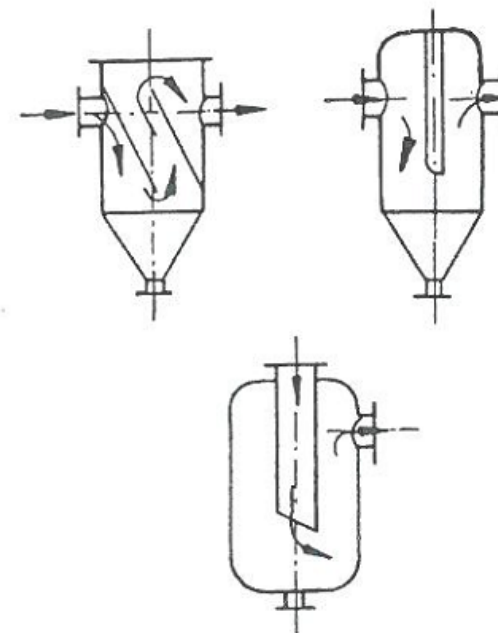


Cseppfogók, cseppleválasztók

- Gáz által elragadott cseppek visszatartására
- Működési elv: áramlási sebesség csökkentése, irányelterelés, ütköztetés
- Betétes cseppfogók:
- Műanyag vagy fémlemez betét
- Görbületek → a csepp nem tudja követni

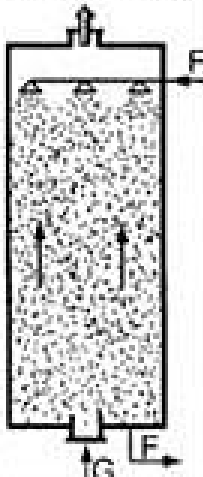
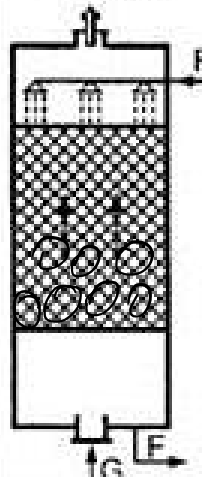
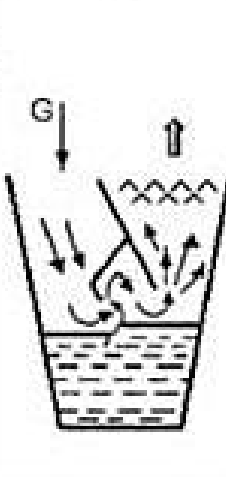
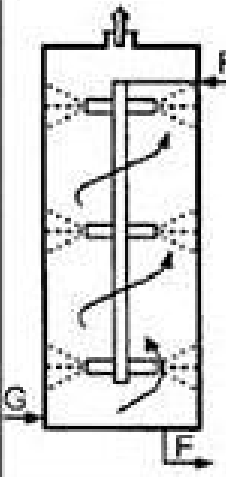
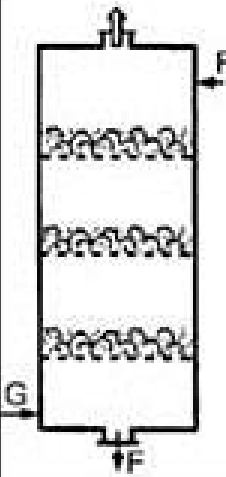
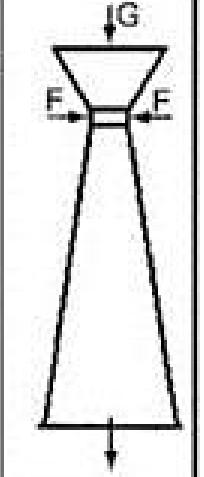


6.15. ábra. Cseppleválasztók



6.14. ábra. Egyszerű, irányeltéríté-
s cseppfogók

Porleválasztás

Jellemzők	Mosótornyok		Dinamikus v. örvénymosók	Rotációs mosók	Tányéros oszlopok	Venturi- mosók
	Üres peremezett	Töltetes				
						
Határszemcseméret μm	2-4	1-4	0,6-0,9	0,8-1	0,3-0,5	< 0,1-0,3
Nyomásvesztés Pa	150-200	200-300	1500-3000	200-400	400-1000	3000-20 000
Víz-levegő arány dm^3/m^3	4-5	2-5		0,8-3,5	0,8-1,5	0,5-5
Energiafelhasználás $\text{kWh}/1000 \text{ m}^3$	1-3	0,2-1,5	1-2	2-6	0,5-1,5	1,5-7
$\epsilon, d = 5 \mu\text{m}$	80	90	93	90	98	> 99
Lineáris sebesség m/s	1-2	1-2	8-20	2-3	0,7-3,5	50-150

Köszönöm a figyelmet, egyelőre ennyi😊

Keverés és kavará fogalma, keverő- és kavará típusok (horgony, kalodás, lapátos, centrifugális, propeller, szalag, csiga). Keverők teljesítményfelvétele, léptéknövelés.

Keverés

Keverés esetén kényszerített áramlással két vagy több anyagot egyesítünk egy homogén eloszlás érdekében.

1. Folyadékok keverése

Folyadék és szilárd fázis keverése esetén a folyamat lehet oldás, kristályosítás, szuszpenzió készítése ill. fenntartása. (Cukor oldása vagy anyalúgból történő kristályosítása bepárlóban..)

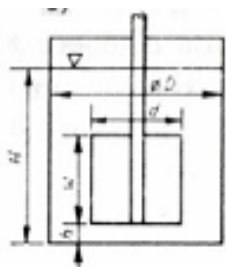
Folyadékok keverése előfordul szolvens extrakciónál, folyadékok savas v. lúgos kezelésénél, folyadékfázisú reakcióknál, polimerizációnál; emulziók készítésénél.

Folyadék és gáz fázis érintkeztetésénél akkor célszerű keverős készüléket alkalmazni, ha a folyadék mennyisége viszonylag nagy a gáz mennyiségéhez képest. -> anyagátvitel javítása. Használják még növényolajok hidrogénezésénél, abszorpciónál, flotálásnál.

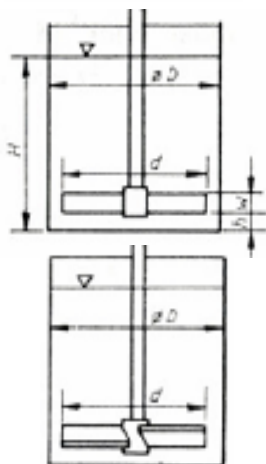
Használható még hőátadás javítására. (kényszerített áramlás, javul a hőátadási tényező)

1.1 Síklapátos keverők

- a lapátok lemezből, szögacélból, csőből készülnek
- áramlási irány: tangenciális
- fordulatszám: $n < 100$ 1/min
- kerületi sebesség $< 3-5$ m/s



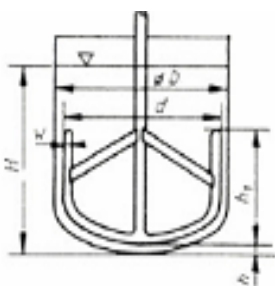
Lapkeverő: Az alsó élvonala párhuzamos a készülékkel.
Kis sűrűségek esetén hőátadás javítására, ülepedés megakadályozására, valamint kristályosításnál használják.
Kis viszkozitás esetén használatos. (50 cP)
Méretarányok: $d/D:0,4-0,5$; $w/d:0,9-1$; $h/d:0,1-0,2$; $H/d:1,5-2$;



Káros keverő: Lapos fenekű készülékekben használják. Alkalmazási terület megegyezik a lapkeverőével.

Méretarányok: $d/D:0,7-0,9$; $w/d:0,05-0,1$; $h/d:0,1-0,2$; $H/d:1-1,4$;

Ha a lapátokat ferdén helyezik el (pitched-bladed paddle) -> kismértékű axiális áramlás hozható létre. Egy tengelyre több káros keverő is elhelyezhető.

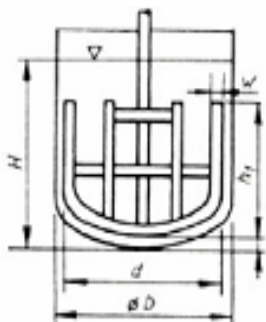


Horgonykeverő: A készülék aljához idomul.

Zománcozott berendezésekben használják. Jellemzően oldásra, szuszpenziók készítésére, reakciósebesség gyorsítására.

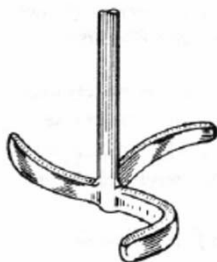
Kerületi sebesség: 0,5-10 m/s (d)

Méretarányok: $d/D:0,9-0,98$; $w/d:0,055-0,1$; $h/d:0,01-0,06$; $H/d:1,1-1,4$;
 $h1/d=0,4-0,8$



Kalodás keverő: A hatásosabb keverés miatt vízszintes és függőleges elemekből alakítják ki. A külső függőleges elemeket egész közel helyezik el a készülék széléhez a hőátadás javítása érdekében. Kis viszkozitás esetén használatos. (50 cP)

Méretarányok: $d/D:0,9-0,98$; $w/d:0,055-0,1$; $h/d:0,01-0,06$; $h1/d:0,7-1$; $H/d=1,1$



Impeller keverő: Nagyon jó hatásfokú. ($n=60-180$ 1/min)

Főleg szuszpenziók készítéséhez használják. Nagy szállítóteljesítménnyel rendelkezik

Méretarányok: $d/D:0,5-0,8$; $w/d:0,11-0,13$; $h/d:0,02-0,05$;

1.2 Propeller keverők



A lapátok csavarfelületek. Aránylag nagy fordulatszám jellemzi. ($n=150-1600$ 1/min). Általában közvetlen motorhajtásúak. Viskozitás: 1000 cP

Méretarányok: $d/D:0,1-0,33$; $h/d:0,2-2$; $H/d:4-7$; $H/D=0,8-1,5$

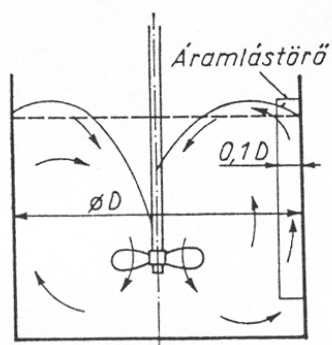
Jelentős axiális áramlást idéz elő.-> nagy folyadéktömeg mozgatása

Keverés

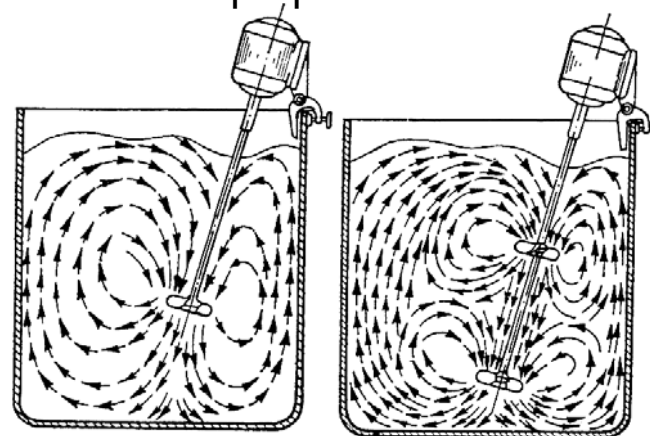
Propeller keverők szállítóteljesítménye: $Q_p = v_a \frac{d^2 \pi}{4}$ v_a : axiális seb. komponens

Mivel $v_a \sim d n$, így: $K=0,4-0,6$

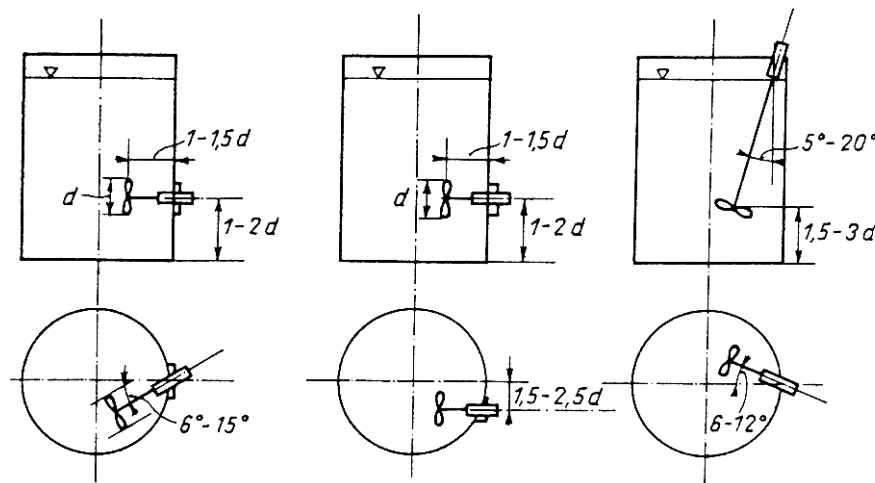
Áramlástörő alkalmazása:



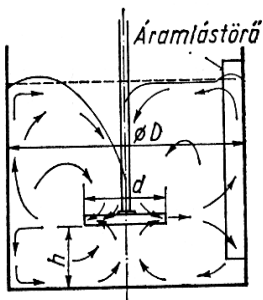
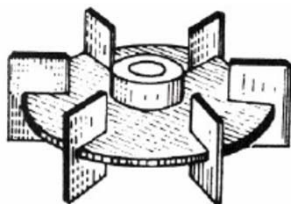
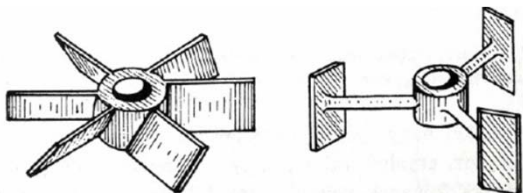
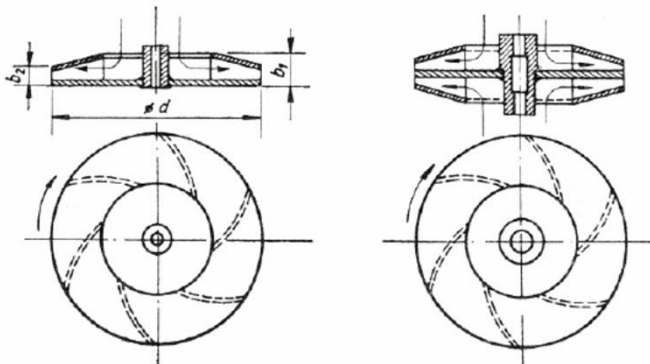
Ferde elrendezésű propeller keverő:



Oldalkeverők használata:



1.3 Turbinakeverők



Zárt turbinakeverő:

Sugárirányú áramlást hoz létre. Nagy nyíróerők.

Gyors járású. ($n=50-1800$ 1/min) Max 1000 cP.

Méretarányok: $D/d:3,15$; $b_1/d:0,11$; $b_2/d:0,0055$; $H/d=3,15$

Nyitott turbinakeverő:

Gyors járású. ($n=50-1800$ 1/min) Max 20000 cP.

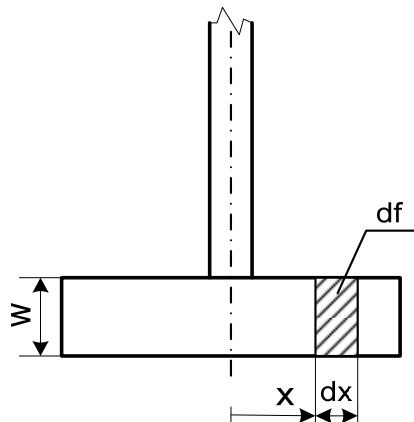
Méretarányok: $D/d:5-2,25$; $d/D:0,2-0,45$; $w/d:0,2-0,3$;

$H/d=3$; $H/D=1$

Alkalmazási területek:

- emulgeálás
- diszpergálás
- hőátadás javítása
- reakciók gyorsítása (fermentor)

Keverés teljesítményszükséglete



Korábbi ismereteinkből tudjuk, hogy a közegellenállás:

$$F_N = c \cdot f \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \quad \text{Elemi } df \text{ felületre felírva:}$$

A df felület felírható az ábra segítségével: $df = w \cdot dx$

A teljesítményszükséglet: $dP = dF_N \cdot v$ ahol v a kerületi seb.

$$dP = dF_N \cdot v = c \cdot w \cdot dx \cdot \rho \cdot \frac{(2\pi \cdot n \cdot x)^2}{2} \cdot (2\pi \cdot n \cdot x)$$

$x=0$ és $x=d/2$ határok között integrálva:

$$P = \frac{(2\pi)^3}{2} \cdot c \cdot n^3 \cdot w \cdot \frac{(d/2)^4}{4} \quad \text{Felhasználva, hogy } w=a \cdot d:$$

$$P = \zeta \cdot \rho \cdot n^3 \cdot d^5$$

A közegellenállást szokás módosított **Eu** számnak is nevezni. Felírható kritériális egyenlet:

$$\zeta = Eu_m = \frac{P}{n^3 \cdot d^5 \cdot \rho} = f(Re_m; Fr_m)$$

$$Re_m = \frac{n \cdot d^2 \cdot \rho}{\eta}$$

$$Fr_m = \frac{n^2 \cdot d}{g}$$

Alkalmazható kiteriális egyenlet:

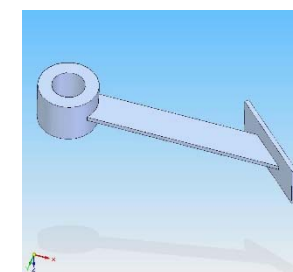
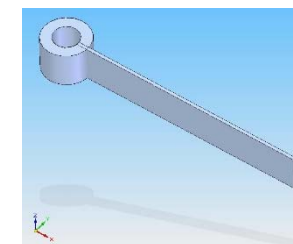
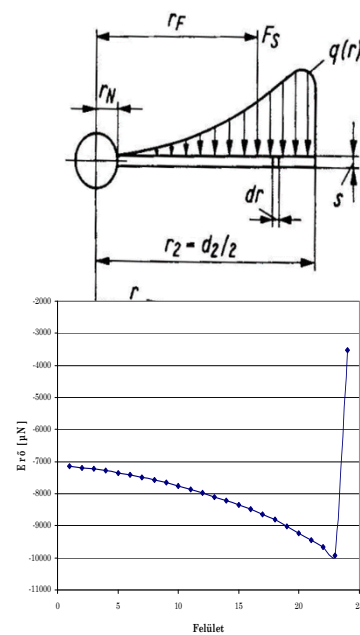
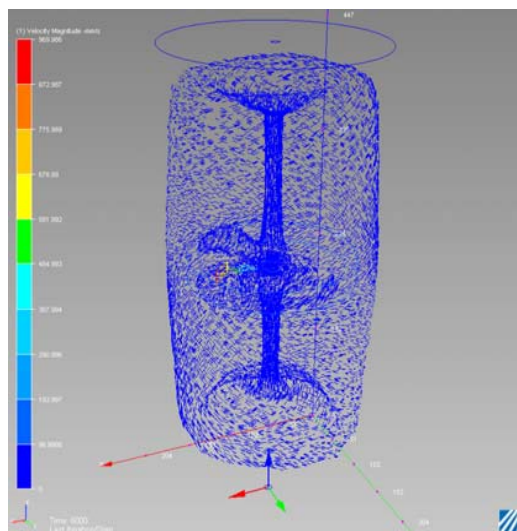
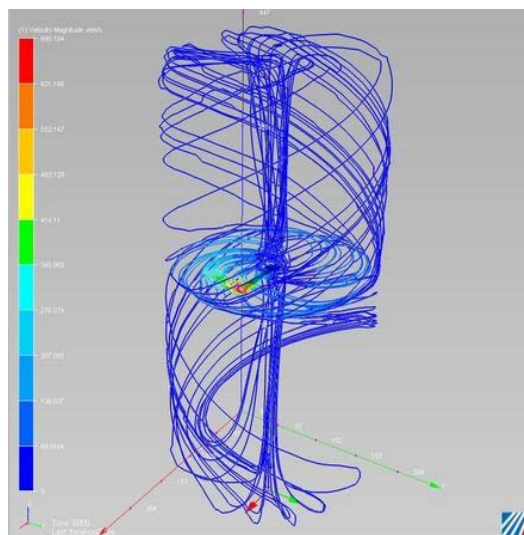
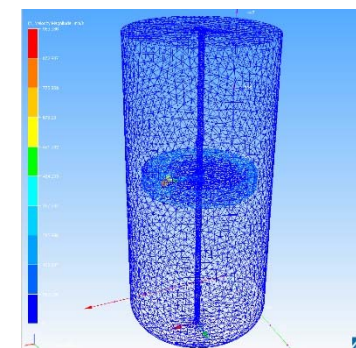
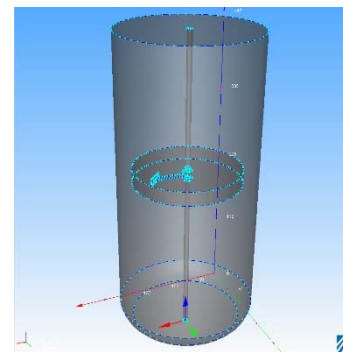
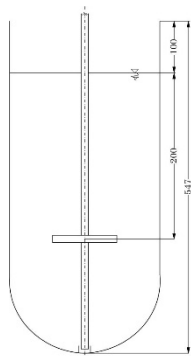
$$Eu_m = A \cdot Re^{-m} \cdot Fr^{-n}$$

Lamináris áramlás esetén $m=1$; $n=0$. Turbulens esetben $m=n=0$

Terelőlemez alkalmazása esetén a Froude-szám hatásától eltekintünk.

Keverés

Keverés vizsgálata mérés és CFD segítségével



Keverés

Indítási teljesítményszükséglet (Kaszatkin): $P_{\text{start}} = P \cdot (0,134 \cdot \text{Re}^{0,22} + 1)$

Méretnövelés

1. Térfogategységre vonatkoztatott teljesítmény azonos
Lamináris esetben:

$$\frac{P}{V} = \text{áll.}$$

Ugyanis: $P = A \cdot d^3 \cdot n^2 \cdot \eta$

$$Eu = \frac{P}{n^3 \cdot d^5 \cdot \rho} = A \cdot \text{Re}^{-1} \quad P = A \cdot \text{Re}^{-1} \cdot n^3 \cdot d^5 \cdot \rho = A \frac{\eta}{\rho \cdot n \cdot d^2} n^3 \cdot d^5 \cdot \rho = A \cdot n^2 \cdot d^3 \cdot \eta$$

A térfogat (V) arányos a D^3 -al, D^3 pedig d^3 -al arányos

$$\frac{A \cdot n^2 \cdot d^3 \cdot \eta}{d^3} = \frac{A \cdot n_{\text{km}}^2 \cdot d_{\text{km}}^3 \cdot \eta_{\text{km}}}{d_{\text{km}}^3} \quad \longrightarrow \quad n^2 \cdot \eta = n_{\text{km}}^2 \cdot \eta_{\text{km}}$$

Amennyiben a kismintában és az eredeti készülékben a viszkozitások azonosak:

$$n = n_{\text{km}}$$

Turbulens eset:

$$\frac{A \cdot n^3 \cdot d^5 \cdot \rho}{d^3} = \frac{A \cdot n_{\text{km}}^3 \cdot d_{\text{km}}^5 \cdot \rho}{d_{\text{km}}^3} \quad n^3 \cdot d^2 = n_{\text{km}}^3 \cdot d_{\text{km}}^2$$

$$n = n_{\text{km}} \left(\frac{d_{\text{km}}}{d} \right)^{\frac{2}{3}} = n_{\text{km}} k^{-\frac{2}{3}}$$

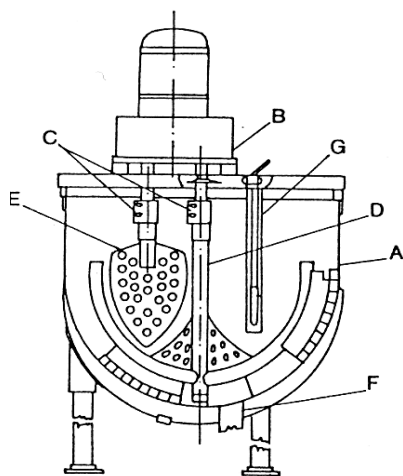
$$k = \frac{\text{ipari}}{\text{kis min ta}}$$

2. Kerületi sebesség állandó

Gázok diszpergálásánál a kerületi sebesség döntő fontosságú. Csak akkor használható ez a feltevés, ha a keverés hatásossága a kerületi sebességgel arányos.

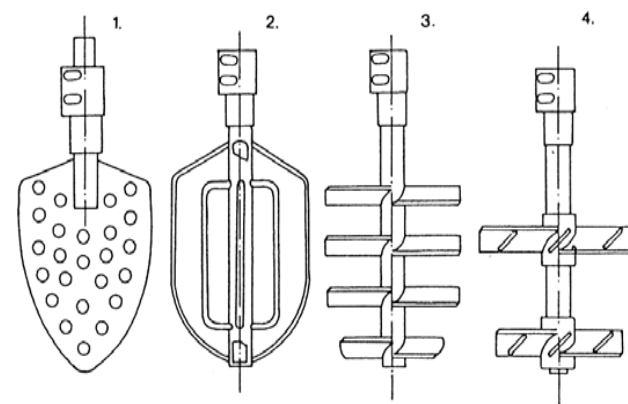
$$n \cdot \pi \cdot d = n_{km} \cdot \pi \cdot d_{km} \quad \longrightarrow \quad n = \left(\frac{d_{km}}{d} \right) n_{km} = \frac{n_{km}}{k}$$

2. Nagy viszkozitású folyadékok keverése

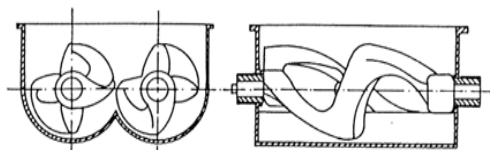
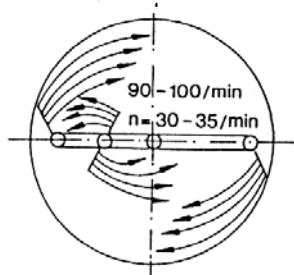


- A – ház
- B – hajtómű
- C – tengelykapcsoló
- D – horgonykeverő
- E – lapátkeverő
- F – leeresztő nyílás
- G – hőmérőtok

1 – nagylyukú lapátkeverő; 2 – kalitkás kavarázó (habosítás); 3-4 karos



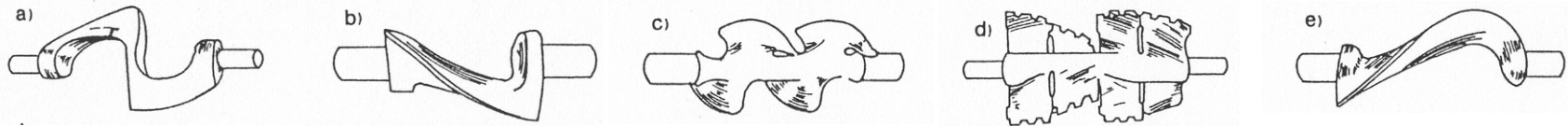
Dagasztók:



Keverés

Dagasztóelemek:

a – szigmakeverő b - diszpeziós keverő c - haluszonyos keverő d - fogazott lapátú keverő e - csavartlapátú



3. Porok keverése

A keveréket akkor tekintjük ideálisnak, ha belőle bárhogyan kiválasztva tetszőleges térfogatelemet, az ebben foglalt különböző alkotókból származó szemcsék aránya megegyezik az egész halmazban lévő alkotók arányával.

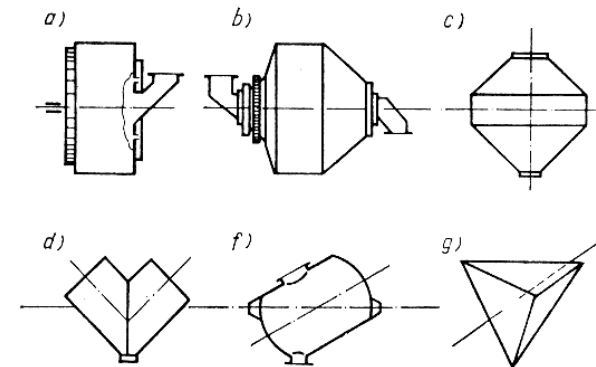
Szabad áramlásos keverők.

A keverendő anyag szabadesését használják ki.

Az anyag mozgását a centrifugális és nehézségi erők határozzák meg.

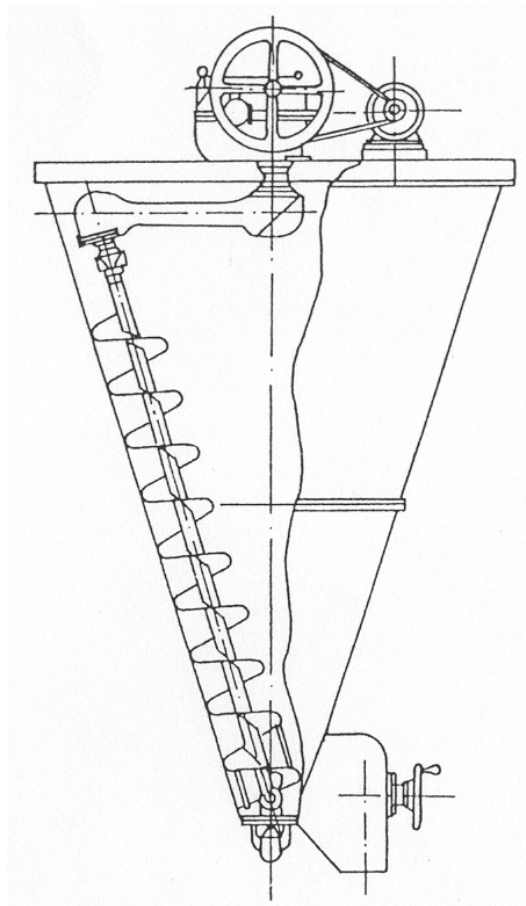
Egy kritikus fordulatszám fölött az anyag együtt mozog a dobbal.

$$n_{kr} = \frac{30}{\sqrt{R}}$$



a) hengeres; b) hengeres, kúpos toldattal; c) kettős kúpos; d) V alakú; f) ferden elhelyezett henger; g) tetraéder keverő

Alkalmazhatók terelőlapátok!



Nauta-féle keverő

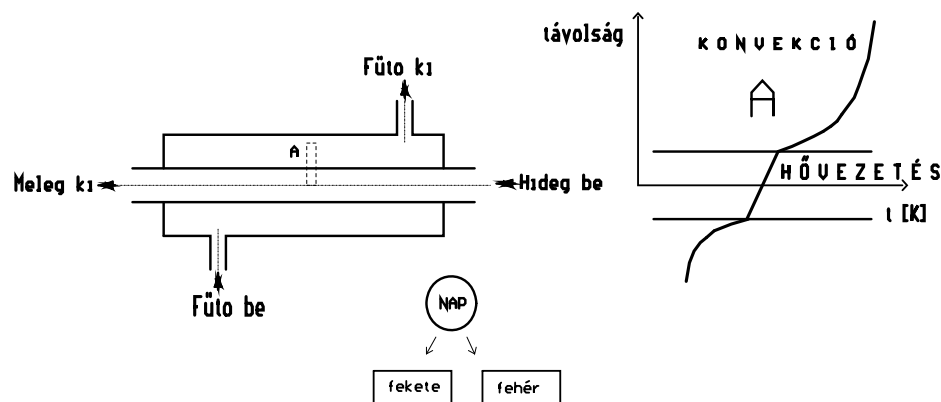
Köszönöm a figyelmet, egyelőre ennyi😊

**Hőtranszport alapjai: a hőátvitel megnyilvánulási formái.
Hővezetés sík és hengeres falon keresztül.**

Hőtranszport alapjai

Hőátviteli módok:

- vezetések hőátvitel, hővezetés (elemi részecskék hőmozgása, csak szilárd fázisban zavartalan(?) gáz és folyadék fázis esetén konvekció van)
- konvekciós hőátvitel (makroszkopikus részecskék áramlanak, a térben helyüket változtatják, az áramló közeg és a határoló fal közötti hőátmenet a hőátadás)
- sugárzásos hőátvitel (energiatranszport a molekulák, atomok rezgése következtében kibocsátott elektromágneses sugárzással. Egy test energiatartalmának egy része sugárzó energiává alakulva egy másik testbe ütközve részben(?) hőenergiává alakul vissza)



Alapfogalmak:

- **Hőmérsékletmező:** Egy tér ill. térrész minden pontjához hőmérséklet rendelhető. A hőmérséklet-eloszlás ha függ az időtől (instacionárius) $t = f(x, y, z, \tau)$,
ha időben állandósult (stacionárius) $t = f(x, y, z)$
függvénnyel írható le.

Hőtranszport alapjai

- Hőmérséklet gradiens a maximális hőmérséklet növekedést mutatja az eloszlás függvény normális irányában:

$$\frac{\partial t}{\partial n} = \text{grad } t$$

- Hőáram (időegység alatt áramló energia), mértékegysége: J/s, W, (régebben) kcal/s.
- Fajlagos hőáram, hőáramsűrűség (felület egységen áthaladó energia) mértékegysége: W/m², J/(m²s), kcal/(m²s)

A hővezetés tapasztalati egyenlete – Fourier I.

Ha egy fal vastagsága állandó, anyaga homogén és olyan méretű, hogy a vizsgált felületen (F) a hőáramlás csak a falra merőlegesen mehet végbe, akkor állandósult állapotban az átáramló hőmennyiség arányos a hőmérséklet gradienssel.

$$dQ = -\lambda F \frac{dt}{dx} d\tau$$

Q az áthaladt hőmennyiség [Ws],

λ a hővezető-képesség [W/(mK), J/(msK)],

dt/dx az x irányú a hőmérsékletesés [K/m],

F a keresztmetszet [m²].

Stacioner esetben:

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx}, \quad [\text{W}/\text{m}^2]$$

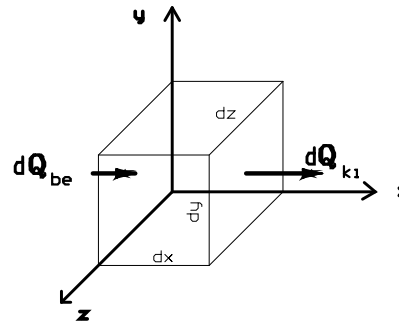
Néhány szerkezeti anyag hővezető képessége:

Anyag	λ W/(Km)	Anyag	λ W/(Km)
réz	395	sárgaréz	55-160
acél (ferrites)	30-60	acél (ausztenites)	20-25
titán	22	tégla	1,2
üveg	0,7-1,1	polipropilén	0,23
PVC	0,17	farostlemez	0,07-0,14

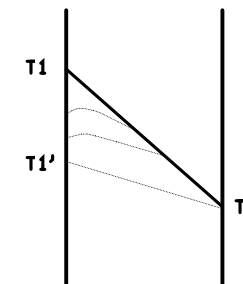
Hővezetés differenciálegyenlete – Fourier II. *(időben változó hővezetés)*

Feltételezés: az anyag izotróp és homogén

Az elemi térfogatú zárt térbe érkező és távozó energiák legyenek csak x irányúak.



Egy falban stacioner esetben a hőmérséklet-változás lineáris. Ha fal egyik oldalán hőmérséklet megváltozik, akkor a falban a hőmérséklet-eloszlás mindaddig változik, míg elegendő idő után az új stacioner állapot ki nem alakul.



Hőtranszport alapjai

Energiamérleg:

$$\text{Belépő: } dQ_{\text{bevx}} = -\lambda dydz \frac{\partial t}{\partial x} d\tau \qquad \text{Kilépő: } dQ_{\text{kivx}} = -\lambda dydz \frac{\partial t}{\partial x} d\tau - \lambda dydz \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right) dx d\tau$$

A vizsgált térben a be- és kilépő energia különbsége marad:

$$dQ_{\text{tér}} = dx dy dz \rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau$$
$$dQ_{\text{bevx}} - dQ_{\text{kivx}} = \lambda dydz \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right) dx d\tau = dx dy dz \rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau$$
$$\lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \rho c \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} \right)_x$$

Három irányú vezetés esetén a vizsgált térben maradó energia:

$$dQ_{\text{bev}} - dQ_{\text{kiv}} = \lambda dx dy dz \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) d\tau$$

a térben a változatlan formában felírható hőmennyiség változáshoz vezet, azaz:

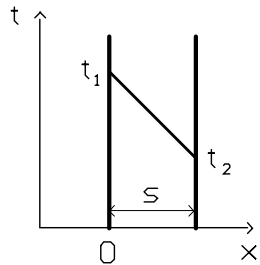
$$dQ_{\text{tér}} = dQ_{\text{bev}} - dQ_{\text{kiv}} = dx dy dz \rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau$$

A két egyenletből:

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) = \rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} \qquad a = \frac{\lambda}{\rho c} \qquad \longrightarrow \qquad \boxed{a \nabla^2 t = \frac{\partial t}{\partial \tau}}$$

Feladatok:

Stacioner hővezetés síkfal esetén:

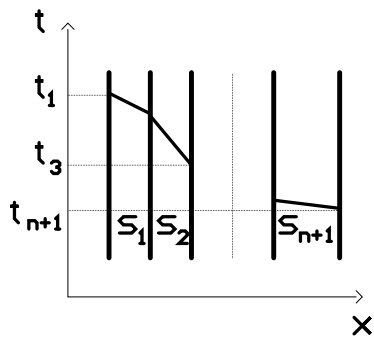


$$Q = -\lambda F \frac{dt}{dx} \tau$$

$$-\int_{t_1}^{t_2} dt = t_1 - t_2 = \int_0^s \frac{Q}{\lambda F \tau} dx$$

$$Q = \frac{\lambda}{s} F(t_1 - t_2) \tau = \frac{\lambda}{s} F \Delta t \tau$$

Többrétegű síkfal esetén:



$$q = \frac{\lambda_1}{s_1} (t_1 - t_2) \rightarrow t_1 - t_2 = q \frac{s_1}{\lambda_1}$$

$$q = \frac{\lambda_2}{s_2} (t_2 - t_3) \rightarrow t_2 - t_3 = q \frac{s_2}{\lambda_2}$$

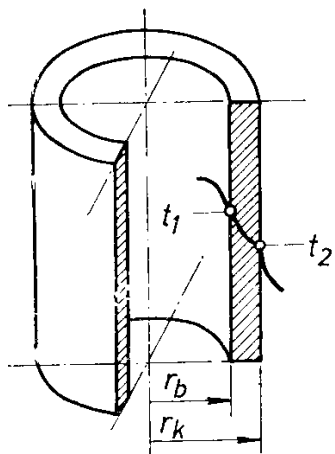
$$q = \frac{\lambda_n}{s_n} (t_n - t_{n+1}) \rightarrow t_n - t_{n+1} = q \frac{s_n}{\lambda_n}$$

$$\sum t_1 - t_{n+1} = q \left(\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{s_n}{\lambda_n} \right)$$

$$q = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{s_i}{\lambda_i}}$$

$$Q = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{s_i}{\lambda_i}} F \tau$$

Stacioner hővezetés hengeres fal esetén:



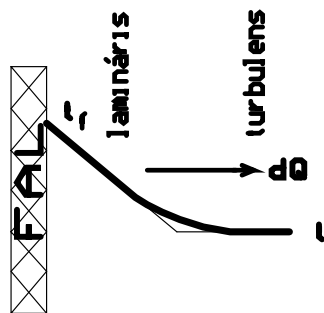
$$Q = -\lambda F \frac{dt}{dx} \tau \quad - \int_{t_1}^{t_2} dt = t_1 - t_2 = \Delta t = \int_{r_b}^{r_k} \frac{Q}{\tau \lambda F} dx \quad \Delta t = \frac{Q}{2\pi L \tau \lambda} \int_{r_b}^{r_k} \frac{dx}{x}$$

$$Q = \frac{2\pi L(t_1 - t_2)}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_k}{r_b}} \tau$$

$$Q = \frac{2\pi L(t_1 - t_{n+1})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_i}{r_{i+1}}} \tau$$

Együttes hővezetés és konvekció

Egy fal hőmérséklete t_f , a fal mellett áramló közeg átlagos hőmérséklete az adott keresztmetszetben t . A faltól az áramló közeg hőmérséklete monoton változik. A fal mellett, a lamináris határrétegben a hőmérsékletváltozás nagyobb mint a közeg belsejében, ahol az áramlási turbulencia miatt a hőmérséklet gyorsabban kiegyenlítődik. A lamináris határrétegben hővezetés van.



Az elemi felületen átmenő hőmennyiség Newton tapasztalati törvényével írható fel:

$$dQ = \alpha dF(t_f - t)d\tau$$

Hőtranszport alapjai

A hővezetésre vonatkozó egyenlet a konvekciót figyelembe vevő résszel bővül.

x irányba konvekcióval (anyag áramlik a térbe) érkező energia:

$$Q_{\text{bekx}} = w_x dy dz c \rho t d\tau$$

A dx távolság után a távozó:

$$Q_{\text{kikx}} = Q_{\text{bekx}} + dy dz \frac{\partial (c \rho w_x t)}{\partial x} dx d\tau$$

A vizsgált térben bekövetkező változás állandónak tekinthető fajhő (c) esetén:

$$Q_{\text{bekx}} - Q_{\text{kikx}} = - dx dy dz c \frac{\partial (\rho w_x t)}{\partial x} d\tau, \quad \text{ha } \rho = \text{állandó}$$

$$\frac{\partial (\rho w_x t)}{\partial x} d\tau = t \rho \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho w_x \frac{\partial t}{\partial x}$$

Mindhárom irány esetén

$$t \rho \left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + \rho \left(w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} \right)$$

Feltételezve, hogy forrás ill. nyelő a térben nincs (div w=0) konvektív áramlás következtében a vizsgált térben maradó energia:

$$Q_{\text{bek}} - Q_{\text{kik}} = - dx dy dz c \rho \left(w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} \right) d\tau$$

Összevonva a vezetési taggal, egyszerűsítve:

$$\boxed{a \nabla^2 t = \frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\partial t}{\partial \tau} + w \nabla t}$$

Hasonlósági kritériumok hőátviteli feladatoknál

A Fourier-Kirchhoff egyenletet általában nem lehet integrálni, a megoldáshoz szükséges feltételek megfogalmazási nehézségei miatt. A műszaki gyakorlatban hőátviteli berendezések esetén méretezésnél, ellenőrzésnél hasonlósági kritériumokkal dolgoznak.

A hasonlóság elmélet (módszer) lehetővé teszi, hogy kísérleti jelenségek általánosítása révén, a vizsgált határok között, hasonló jelenségekre integrális megoldást nyerjünk integrálás nélkül. (Ha a kiindulás pontatlan a végeredmény is!)

A hasonlóság elmélet II. tétele (Federman-Buckingham) szerint:

Valamely jelenséget leíró differenciálegyenlet integrálja hasonlósági kritériumok függvényeként előállítható. Ezt a függvényt kritériális egyenletnek nevezik. A kritériális egyenlet állandóit kísérleti úton kell meghatározni.

Két jelenség hasonló, ha a jelenséget egyértelműen meghatározó differenciálegyenletek azonosak és amelyek esetében az egyértelműségi feltételek (matematikailag a differenciálegyenletek megoldásához szükséges feltételek: értelmezési tartomány, peremfeltétel, kezdeti feltétel, állapotegyenlet) hasonlósága teljesül. Az egyértelműségi feltételek hasonlóságának a hasonlóságot meghatározó kritériumok egyenlősége felel meg.

Tömören: Azonos differenciálegyenletek, azonos hasonlósági kritériumok.

Konvektív hőátadásnál a hőáram: $q = \alpha \cdot \Delta t$

Nyilvánvaló, hogy ez a hőáram halad a lamináris határrétegen keresztül és így felírható a Fourier féle összefüggés:

$$q = -\lambda \frac{dt}{dl}$$

A vizsgált jelenségre felírható:

$$\alpha \Delta t = -\lambda \frac{dt}{dl}$$

A modellre azonos egyenlet vonatkozik, jelölésben az m a modellre utal:

$$\alpha_m \Delta t_m = -\lambda_m \frac{dt_m}{dl_m}$$

A vizsgált jelenség és modell különböző, de egynemű mennyiségei között a hasonlósági léptékek, hasonlósági állandók teremtenek kapcsolatot. A hasonlósági lépték fontos tulajdonsága, hogy az egynemű mennyiségek aránya helyettesíthető a növekmények arányával.

$$c_w = \frac{w}{w^*} = \frac{w_1 - w_2}{w_1^* - w_2^*} = \frac{dw}{dw^*}$$

Hasonlósági állandók a jelenség és modell között:

$$c_\alpha = \frac{\alpha}{\alpha_m} \quad c_t = \frac{\Delta t}{\Delta t_m} \quad c_\lambda = \frac{\lambda}{\lambda_m} \quad c_l = \frac{l}{l_m}$$

A hasonlósági állandókat behelyettesítve az eredeti egyenletbe:

$$c_\alpha c_t \alpha_m \Delta t_m = -\frac{c_\lambda c_t}{c_l} \lambda_m \frac{dt_m}{dl_m}$$

A modellre vonatkozó egyenlettel azonos egyenletet kapunk:

$$\frac{c_\alpha c_l}{c_\lambda} \alpha_m \Delta t_m = -\lambda_m \frac{dt_m}{dl_m}$$

Ha a hasonlósági állandókból képzett kifejezés, a hasonlósági indikátor hasonlósági invariáns, értéke 1:

$$\frac{c_\alpha c_l}{c_\lambda} = 1$$

A hasonlósági invariánsból meghatározható hasonlósági kritérium a Nusselt-szám:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}$$

A *Fourier-Kirchhoff* összefüggésből:

$$a \cdot \nabla^2 t = \frac{\partial t}{\partial \tau} + w \nabla t$$

Azonos egyenlet állítható elő a hasonlósági léptékekkel:

$$\frac{c_a c_t}{c_l^2} a \cdot \nabla^2 t = \frac{c_t}{c_\tau} \frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{c_w c_t}{c_l} w \nabla t$$

Ha az együtthatók megegyeznek, azaz:

$$\frac{c_a c_t}{c_l^2} = \frac{c_t}{c_\tau} = \frac{c_w c_t}{c_l}$$

A három kifejezésből két független hasonlósági kritérium állítható elő:

$$\text{Fo} = \frac{\tau \cdot a}{l^2} \quad \text{Pe} = \frac{w \cdot l}{a}$$

Hőátadásnál a fluidum részecskéi mozognak, konvekció van. A fluidumot összenyomhatatlannak tekintve felírható Navier-Stokes egyenlet:

$$\rho g - \text{grad}p + \eta \Delta w = \rho \frac{\partial w}{\partial \tau} + \rho w \text{ grad}w$$

$$\rho g \quad \Delta p/l \quad \eta w/l^2 \quad \rho w/\tau \quad \rho w^2/l$$

A differenciálegyenletek azonosságára vonatkozó előírás miatt négy hasonlósági kritérium állítható elő a külső erőterre, a nyomó, a súrlódási, a tehetetlenségi erőre és az instacioneritásra vonatkozó kifejezések figyelembevételével:

Froude-szám	$Fr = \frac{\rho w^2}{l \rho g} = \frac{w^2}{lg}$	Euler-szám	$Eu = \frac{\Delta p l}{l \rho w^2} = \frac{\Delta p}{\rho w^2}$
Reynolds-szám	$Re = \frac{\rho w^2 l^2}{l \eta w} = \frac{\rho w l}{\eta} = \frac{w l}{\nu}$	Homokronitás	$Ho = \frac{\rho w^2}{l} / \frac{\rho w}{\tau} = \frac{\tau w}{l}$

A levezetett hasonlósági kritériumokból új kritériumok is előállíthatók:

$$Pr = \frac{Pe}{Re} = \frac{\frac{w l}{a}}{\frac{w l}{\nu}} = \frac{\nu}{a}$$

$$St = \frac{Nu}{Pr Re}$$

Köszönöm a figyelmet, egyelőre ennyi😊