

Jármű vázszerkezetek elemzése végeselem módszerrel

Dr. Beleznai Róbert
Egyetemi adjunktus

Miskolci Egyetem
Energetikai és Vegyipari Gépészeti Intézet
Vegyipari Gépészeti Intézeti Tanszék

Végeselem modellezés

- Gépészeti tervezés legelterjedtebb módszere
 - Bonyolult feladatok is megoldhatóak
 - Mai kereskedelmi forgalomban kapható szoftverek
 - felhasználóbarát felület
 - gyors megoldás
- Veszélyek
 - Nem megfelelő modell alkalmazása
 - Eredmények nem megfelelő kiértékelése

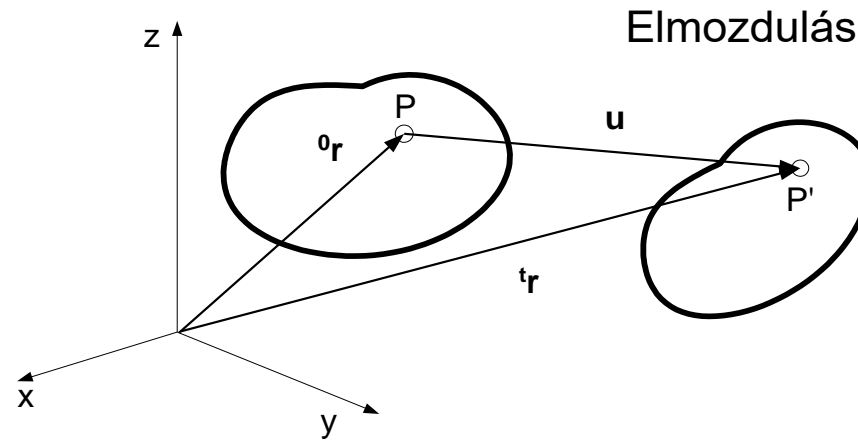
Geometriai modellezés

- A valóság mindig 3D-s, de modellezéskor igyekszünk a feladattól függően csökkenteni a dimenziók számát (amennyiben lehetséges)
- A modell egyszerűsítésének célja a feladat megoldhatóságának biztosítása és a megoldáshoz szükséges idő csökkentése (modell építés időszükséglete, számítás időszükséglete)
- Geometriai modellezés
 - A valós szerkezet lehető legpontosabb leképezése
 - Szimmetria viszonyok kihasználása
 - Elhanyagolások
 - Az eredeti geometria egyszerűsített modelljének elkészítése

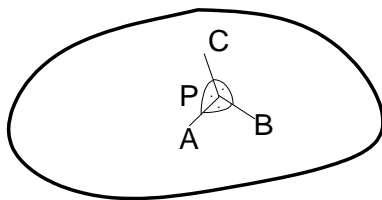
Egyszerűsítés

Egyszerűsítés típusa	Előny	Hátrány
1D modell alkalmazása	<ul style="list-style-type: none">• Nagyon gyors rajzolás• Könnyű és gyors módosítások• Nagyon kis számítási igény• Nagy szerkezetekre alkalmas	<ul style="list-style-type: none">• Csatlakozásokat nem modellezi• Sarkokat nem modellezi• Nehézkes modellezés excentrikus terhelés esetén• Speciális geometriai modellt igényel (nem alkalmazható kész 3D modell)
2D modell alkalmazása	<ul style="list-style-type: none">• Közepes számítási igény• Nagy szerkezetekre alkalmas	<ul style="list-style-type: none">• Speciális geometriai modellt igényel (nem alkalmazható kész 3D modell)• Állandó falvastagságot modellez
3D modell alkalmazása	<ul style="list-style-type: none">• Valós geometriát modellez• Minden igénybevétel és hatás modellezhető	<ul style="list-style-type: none">• Nehézkes bármilyen geometriai jellemző megváltoztatása (új rajz szükséges)• Nagy számítási igény• Nagy szerkezetekre nem vagy korlátozottan alkalmas

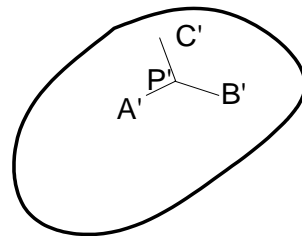
Mechanikai alapfogalmak



Alakváltozás

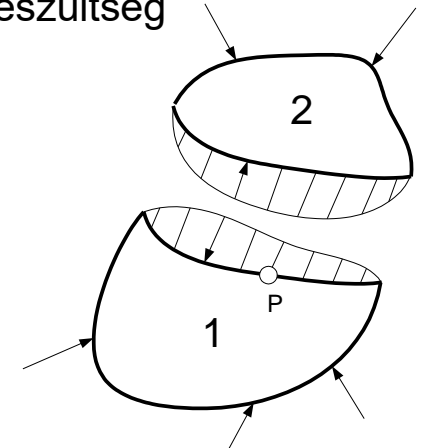
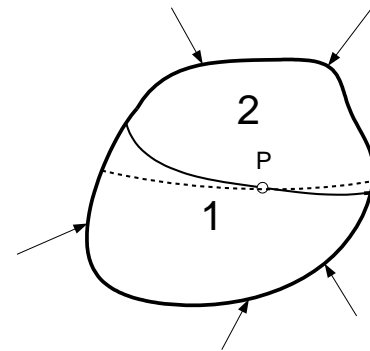


$PA=1$
APB szög= 90 fok

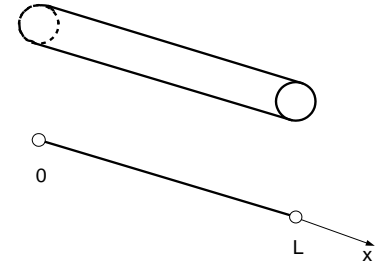


$P'A' \sim 1$
A'P'B' szög már nem 90 fok

Feszültség



Hipotézisek



- **Bernoulli-féle hipotézis**

Három alapvető geometriai feltételezés:

- 1. a keresztmetszet alakja a saját síkjában (y, z) nem változik,
- 2. a keresztmetszet a mozgás során sík marad, és
- 3. a keresztmetszet síkja mindig merőleges a rúd görbült tengelyére.

Nem veszi figyelembe a nyírási alakváltozásokat

- **Timoshenko-féle rúdmodell (1916)**

Két alapvető geometriai feltételezés:

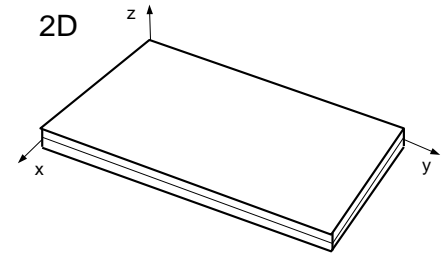
- 1. a keresztmetszet alakja a saját síkjában (y, z) nem változik,
- 2. a keresztmetszet a mozgás során sík marad

A nyíró feszültséget a keresztmetszetben állandónak tekinti.

- **Szabad (St. Venant, 1855) és gátolt csavarás (Vlaszov, 1936)**

- prizmatikus, egyenes rudak csavarása
- A *St. Venant* féle, vagy szabad csavarási modell alapvető feltételezése, hogy a rúd keresztmetszetében csak csúsztató feszültségek jönnek létre. A szabad jelző itt arra utal, hogy ebben a modellben a keresztmetszet tengely irányú mozgását, a csavarási vetemedést semmi sem gátolja.

Hipotézisek



- **Kirchhoff-féle hipotézis (1850)**

- Hajlításnál a középfelület/középsík normálisai az alakváltozás után is normálisai lesznek az alakváltozott középfelületnek/középsíknak és a normálisokon levő pontok távolsága nem változik.
- Nem veszi figyelembe a nyírási alakváltozást.
- Ezt az elméletet szokás vékony héjak/lemezek elméletének is nevezni
- A geometriai hipotézis következménye: $\gamma_{xz}=\gamma_{yz}=0$ és $\epsilon_z=0$
- Feszültségi hipotézis: $\sigma_z \approx 0$.

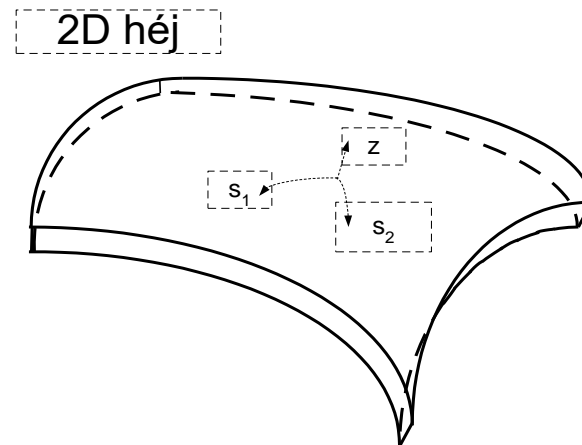
- **Reissner-Mindlin (1945,1951)**

- Hajlításnál a középfelület/középsík normálisai az alakváltozásnál egyenesek maradnak, de nem lesznek merőlegesek az alakváltozott középfelületre és a normálisokon levő pontok távolsága nem változik.
- Figyelembe veszi a nyírási alakváltozást.
- Ezt az elméletet szokás vastag héjak/lemezek elméletének is nevezni.
- A geometriai hipotézis következménye: $\gamma_{xz}=\text{áll.}$, $\gamma_{yz}=\text{áll.}$ a vastagság mentén és $\epsilon_z=0$
- Feszültségi hipotézis: $\sigma_z \approx 0$.

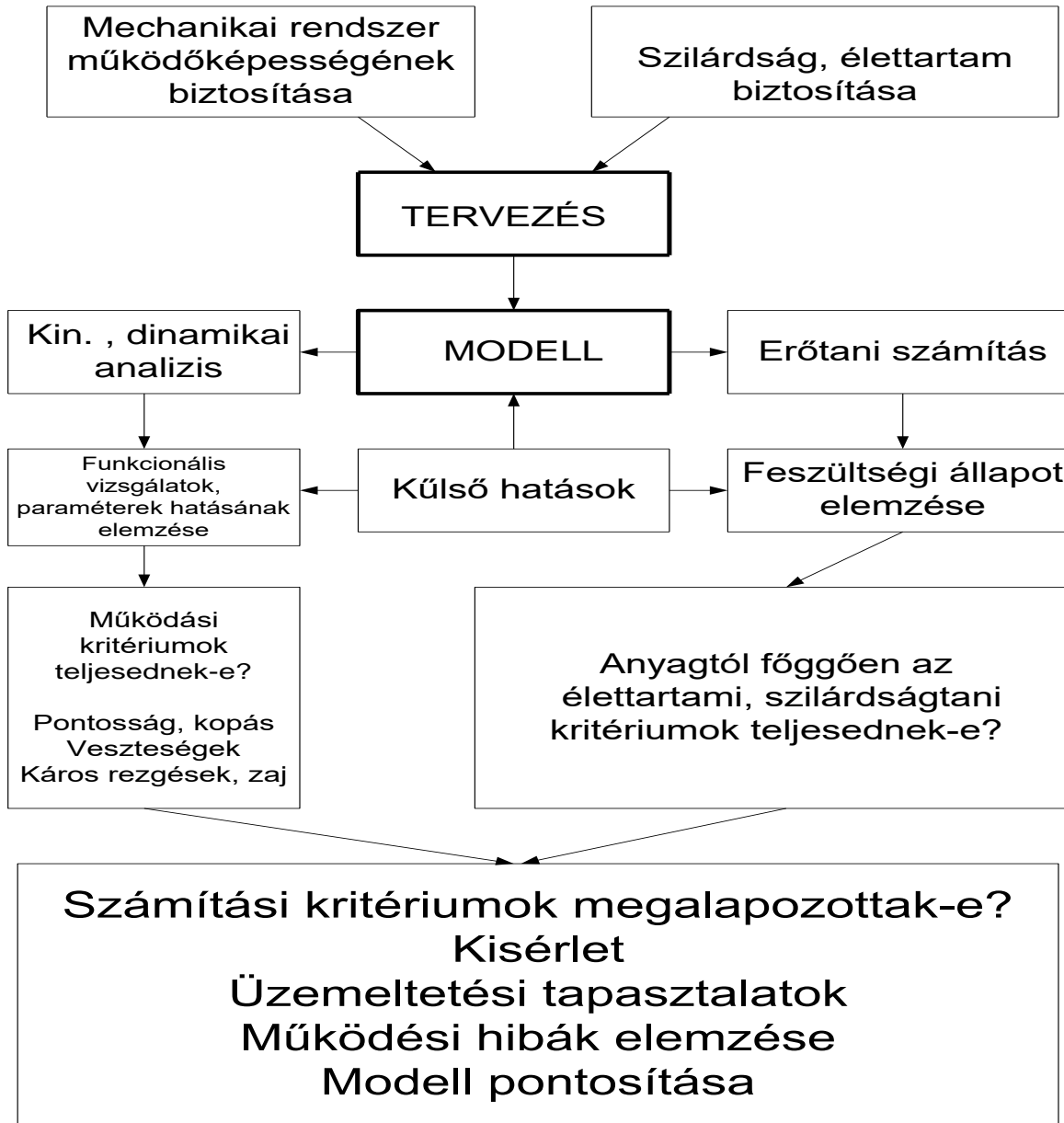
Hipotézisek

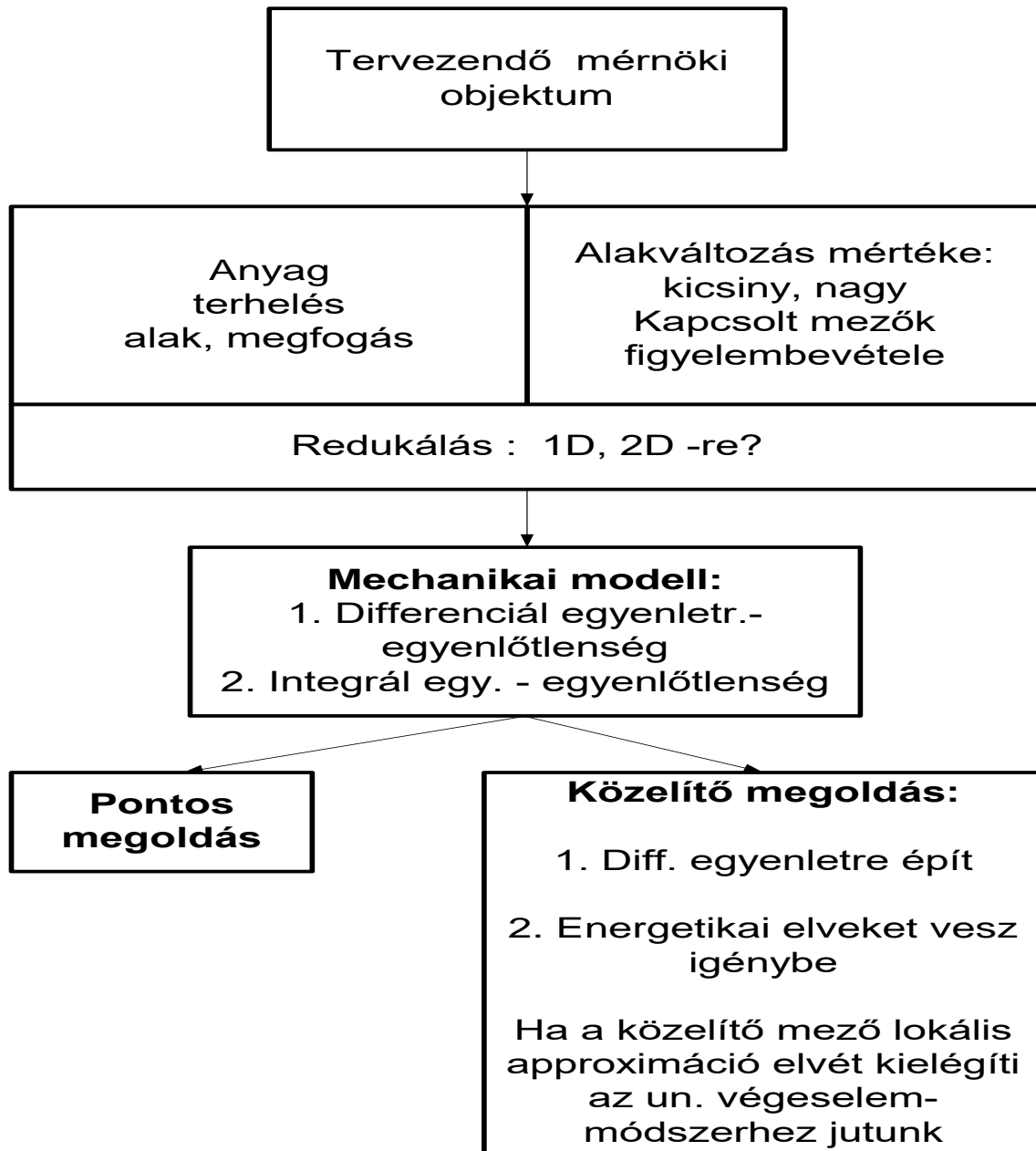
- **Love-féle hipotézis (1906)**

- Az a sugarú, állandó vastagságú, homogén és izotróp anyagú körhenger héj kicsiny rugalmas alakváltozásainak differenciálegyenlet-rendszerét azzal a feltételezéssel vezette le, hogy a héj feszültség- és alakváltozás-állapotát egyértelműen meghatározzák a középfelület pontjainak eltolódását leíró függvények. Ehhez a feszültségeknek a héj vastagsága mentén kialakuló eloszlására önkényes, de a valóságot jól közelítő feltételezést tett, amely analóg a tárcsaelméletben, ill. a lemezelméletben alkalmazott közelítéssel. Ezt a feltételezést a felületszerkezetek elméletében Kirchhoff-Love hipotézis néven emlegetik



Modellezés





Terhelés

- Időtől független, állandó, statikus
- Időben változik:
 1. determinisztikus:
 - 1a. Harmónikus (trigonometrikus f.)
 - 1b. Tetszőleges lefutású
 2. sztohasztikus (forgácsolás)

Terhelés

- A test térfogatán oszlik meg, pl. nehézségi erő, forgómozgásnál fellépő járulékos erő
- A test felületének egy részén hat
- A testek között lép fel, általában előre nem ismert az értéke
- A test egy felületén adott elmozdulásból származik, pl. földrengésnél fellépő erők

Elmozdulás

- **Kicsiny**, a test méretéhez mérten elhanyagolhatóan kicsiny, pl. épületek mozgása
- **Nagy**, a test méretéhez képest jelentős, pl. szivacs kifacsarása

Adatbázisok

Vizsgálatok

- <http://www.axelproducts.com/index.html>

Anyagok

- <http://www.matweb.com/>
- <http://matdata.net/index.jsp>

Anyagmodellek

- Az elmozdulásmezőn alapuló végelem módszer legegyszerűbb esetben is használ anyagmodellt.
- A legegyszerűbb a lineárisan rugalmas, homogén izotróp anyagmodell, amelyet a Hooke-törvény ír le:

$$\underline{\underline{\sigma}} = 2G \left(\underline{\underline{\varepsilon}} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_1 \underline{\underline{E}} \right), \text{ ahol}$$

$\underline{\underline{\sigma}}$: a feszültségtenzor mátrixa,

G : csúsztató rugalmassági modulus,

$\underline{\underline{\varepsilon}}$: alakváltozási tenzor mátrixa,

ν : Poisson-tényező,

ε_1 : alakváltozási tenzor első skalár invariánsa,

$\underline{\underline{E}}$: egységmátrix.

Anyagmodellek

Hooke-törvény

- Sok esetben alkalmazható
- Szerkezeti anyagok nagy része rugalmas, vagy van rugalmasan viselkedő szakasza
- Tervezés során a bennük lévő feszültségek rugalmas tartományban maradnak
- Ezt meghaladó feszültségértékek képlékeny tartományba esnek (valóságosnál nagyobb feszültségértékek számítása)

A VEM egy lehetséges definíciója

A módszer a testben kialakuló pl. elmozdulásmezőt kis altartományok (végelemek) felett oly módon közelíti, hogy az elemek között az folytonos, az ismeretlen paramétereknek véges számú ponthoz rendelt elmozdulások felelnek meg.

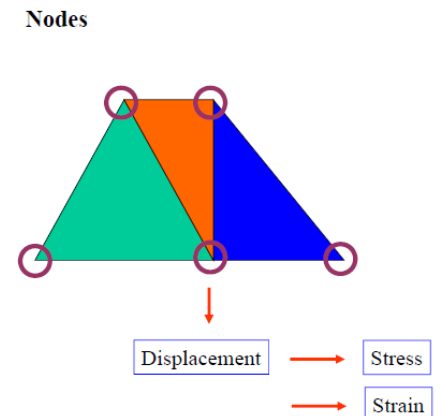
Ezen csomópontok elmozdulását a potenciális energia minimumából határozzuk meg, algebrai egyenletrendszer megoldásán keresztül.

A VEM másik definíciója

A végelem módszer egy olyan számítógéppel segített mérnöki módszer, ahol közelítő numerikus megoldók segítségével meghatározhatjuk a fizikai rendszerek külső erők hatására adott válaszát. Alapja a virtuális munka elve. A szerkezeteket nagyszámú, kisméretű idealizált diszkrét részekre (végelemekre) bontjuk, melyek csomópontokon keresztül csatlakoznak egymáshoz.

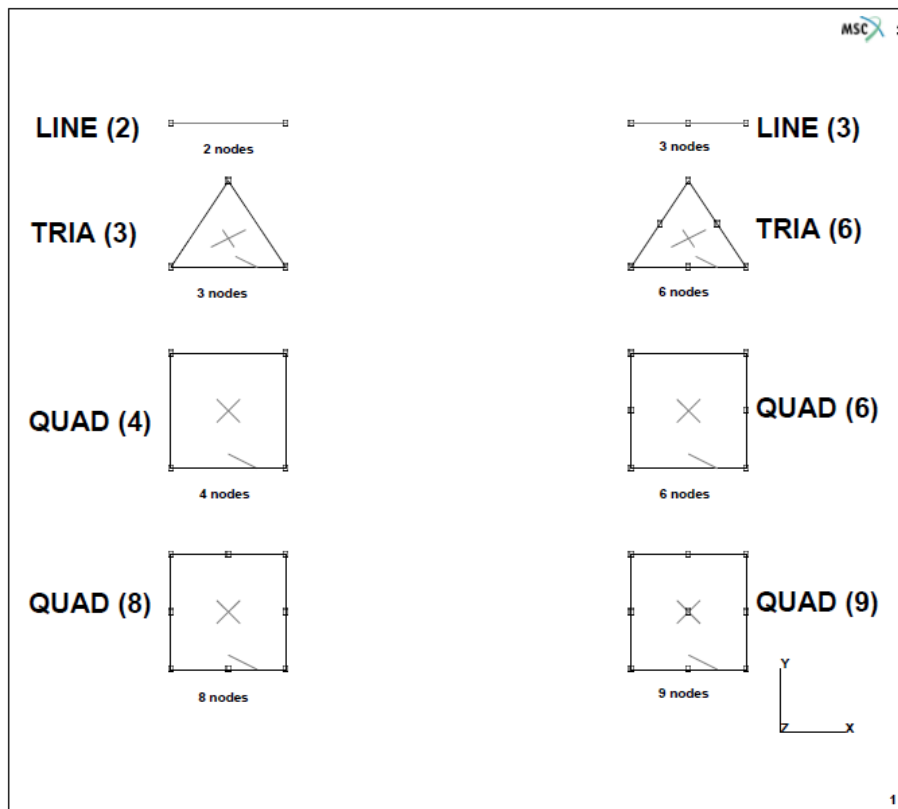
Egy végelelemes analízis során általában több ezer egyenletet oldunk meg számítógépek segítségével egyidejűleg, azért hogy például egy szerkezeti analízis során meghatározzuk az ismeretlen mennyiségeket (a csomópontok szabadságfokait), mint az elmozdulás, szögelfordulás (elsődleges csomóponti mennyiségek), vagy a alakváltozás és feszültség (másodlagos mennyiségek).

Nagyszerű eszköz, amikor bonyolult geometria, terhelési eset, anyagi viselkedés esetén nem áll rendelkezésre analitikus megoldás.

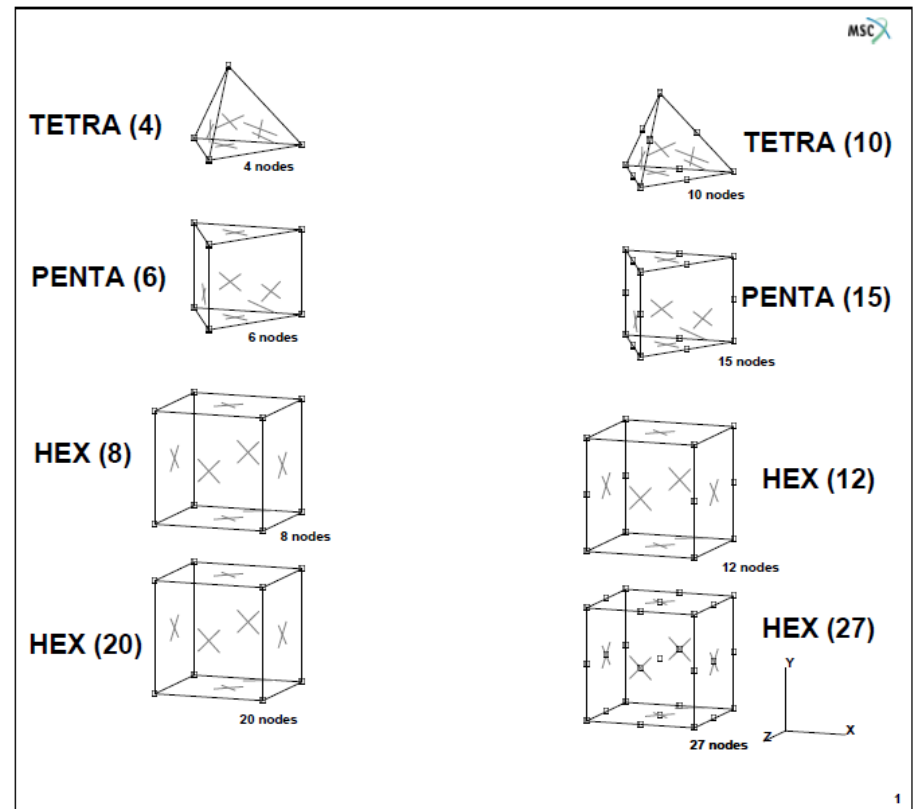


Elem típusok

1D&2D



3D



VEM program általános jellemzői

- Geometria kényelmes leírása (saját rendszerbeli programmal vagy más rendszerből átvett adatokra támaszkodva)
- Bő elemkészlet (alacsony és magas-fokszámú elemek)
- Automatikus elemfelosztás lehetősége
- Megfogások, egyéb külső hatások egyszerű megadása
- Speciális modellezési fogások lehetősége (pl. alszerkezettechnika)
- Anyagtörvények bő választéka
- Lineáris, nemlineáris elméletek használati lehetősége
- Terhelések széles választéka
- Gyors számítás (többprocesszoros algoritmus, hatékony egyenletrendszer megoldók: egzakt, iterációval)
- Hibaanalízis
- Számítás pontosításának lehetősége
- Eredmények kombinálása, grafikus szemléltetés

VEM program alkalmazási területei

- Mechanika (gépészet, repülőipar, autóipar, stb.)
- Szerkezeti/feszültség analízis
 - Statikus/dinamikus
 - Lineáris/nemlineáris
- Folyadékáramlás
- Hőtani feladatok
- Elektromágneses mezők
- Talaj mechanika
- Akusztika
- Bio-mechanika

A végeselem analízis felépítése

- **Pre-processzálás - előkészítés**
 - Geometria definiálása
 - Elemtípusok definiálása
 - Anyagjellemzők definiálása
 - Geometriai jellemzők definiálása (hossz, terület, vastagság, stb)
 - Hálózás
 - Peremfeltételek (megfogások, terhelések, stb.) definiálása
- **Megoldás**
 - az elsődleges mezőváltozók ismeretlen értékeinek meghatározása
 - további, származtatott értékek meghatározása az elsődleges mező változók számított értékeinek felhasználásával (reakció erők, feszültségek, hőáram)
- **Poszt-processzálás**
 - Az eredmények megjelenítése grafikus, diagram, táblázatos vagy egyéb formában

Az eredmény pontossága

Függ

- A probléma fizikai hátterének megértésétől
- Az alkalmazott elemek viselkedésétől
 - Elemtípus
 - Elemméret
 - Eloszlás
- Az alkalmazott egyszerűsítésektől és feltételezésektől
 - Csak terheletlen elemet lehet elhagyni
 - alul vagy túlméretezett szerkezet

Eredmény

- Becsüljük meg az eredményt, és ellenőrizzük, hogy amit a számítással kaptunk, az összhangban van-e a becslésünkkel, reális-e az eredmény
- Hasonlítsuk össze a számítást analitikus számítási eredménnyel, méréssel vagy más egyéb rendelkezésre álló eredménnyel, ha lehetséges
- Ellenőrizzük a modellünket, hogy nincs-e benne hézag, szétnyílás, egyéb hiba

Elemtípus választás

A lineáris elemeknek a sarokpontjain található csomópont

A másodfokú elemek esetén az oldalfelező pontokban is vannak csomópontok

A lineáris és másodfokú elemeken kívül léteznek még az ún. p -verziós elemek. Az elemek fokszáma a másodfokútól a 8- adfokúig terjed, tehát ez elmozdulás mező leírása ennyied fokú polinommal történik egy elemen belül. A p -verziós elemeket használó szoftverek automatikus konvergencia ellenőrzéssel együtt végzik a számítást.

Lineáris és másodfokú elemek

Lineáris elemek

- Az elmozdulás lineáris módon történő változásának leírására (állandó értékű feszültség egy elemen belül) szolgál
- Nagyon érzékeny az elem torzulásra
- Névleges feszültség értékek meghatározásához elfogadható
- A magas feszültség gradiens elkerülése érdekében nagy elemszám használata szükséges

Másodfokú elemek

- Az elmozdulás másodfokú módon történő változásának leírására (a feszültség lineáris változására egy elemen belül) szolgál
- Görbült élek és felületek pontosabb leírása, mint lineáris elemmel; Nem annyira érzékeny a torzulásra
- Pontosabb feszültség értékek meghatározásához
- Jobb eredményt ad, mint a lineáris elemek, sok esetben kevesebb elemmel és szabadságfokkal

Végeselem háló

- Egyszerű összehasonlító számítás esetén elegendő egy durva háló
 - Pontos feszültség értékek kiértékeléséhez finomabb háló szükséges
 - Kifáradás számításhoz szintén finom háló szükséges
 - A torzult elemek rontják a számítás pontosságát
 - Minél nagyobb a torzulás mértéke, annál nagyobb a lehet a hiba nagysága
 - Elemtorzulás 4 típusa
 - Oldalarány
 - Szögtorzulás
 - Térfogati torzulás
 - Oldalfelező csomópont pozíciójának torzulása
 - A szoftverekben van beépített torzulás ellenőrző modul
 - Adott hálóval történt számítás után, finomabb hálóval ismételjük meg a számítást.
- Ha az eredmény 1%-on belül van, akkor konvergált eredményt kaptunk.
- Ha az eltérés nagyobb a két háló esetén, akkor tovább kell finomítani a hálót

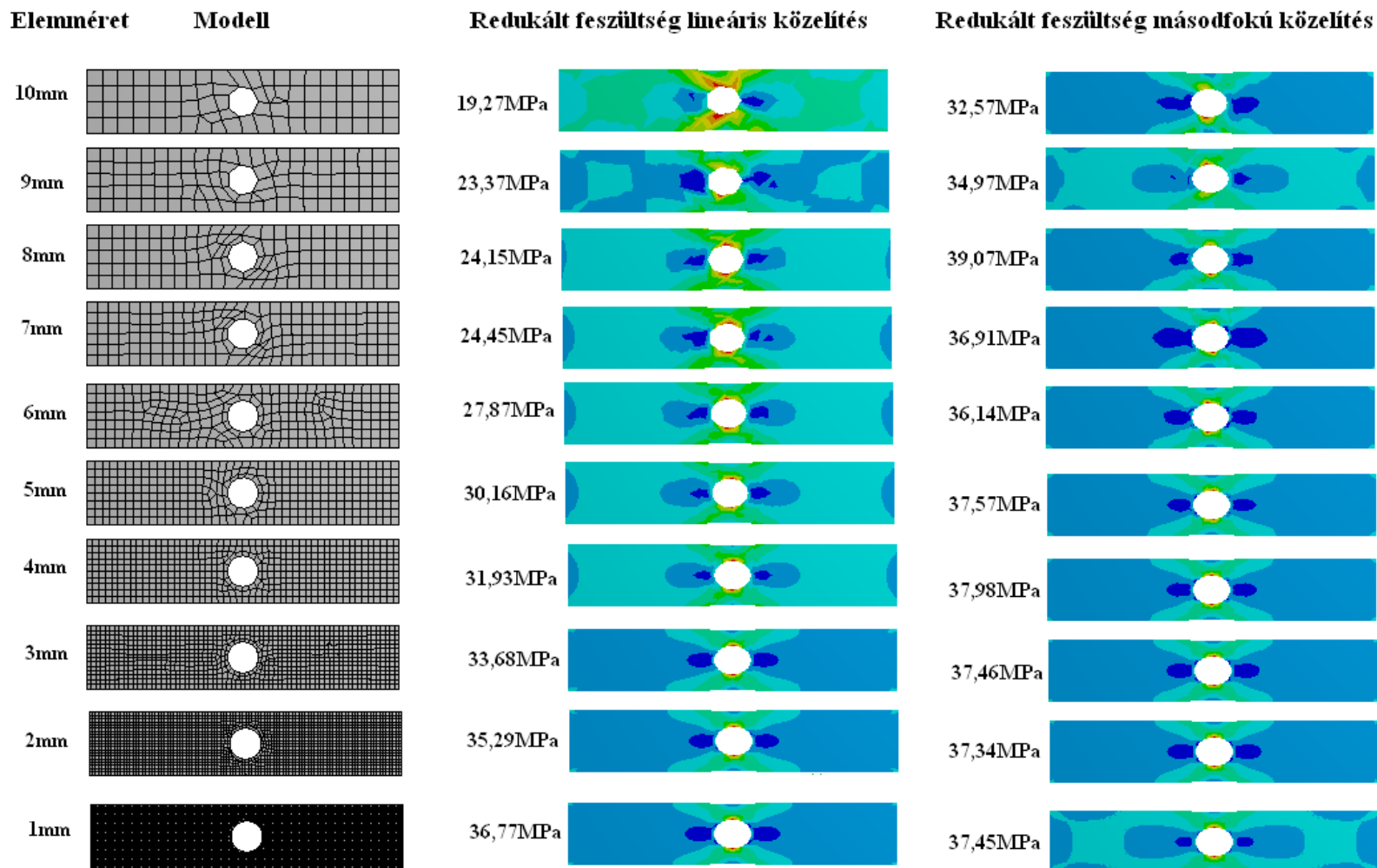
Háló finomítás

A megoldás pontosságának megítélését a háló finomítás konvergenciája alapján lehet eldönteni, tehát a háló finomításával, hogyan változik a megoldás pontossága. A háló finomításra három lehetőség van:

- *h*-verziós sűrítés: az elemek számának növelése, azaz az elemméret csökkentése
 - *p*-verziós sűrítés: az interpolációs függvény polinom fokszámát növeljük, az elemméret nem változik
 - *hp*-verziós sűrítés: mind az elemméret, mind a polinom fokszám egyidejű növelése
-
- A háló finomítás célja, hogy a fokozatos finomítás hatására a közelített értékek asszimptótikusan közelítik a pontos megoldás értékét (konvergencia).
 - A végeelem modellt legalább két elemmérettel el kell készíteni, ahhoz hogy meg tudjuk állapítani a számítás hibáját.
 - Az elemméret csökkentése nem szükségszerű a teljes modellre vonatkozóan, elegendő a kritikus részek környezetében elvégezni a hálósűrítést.

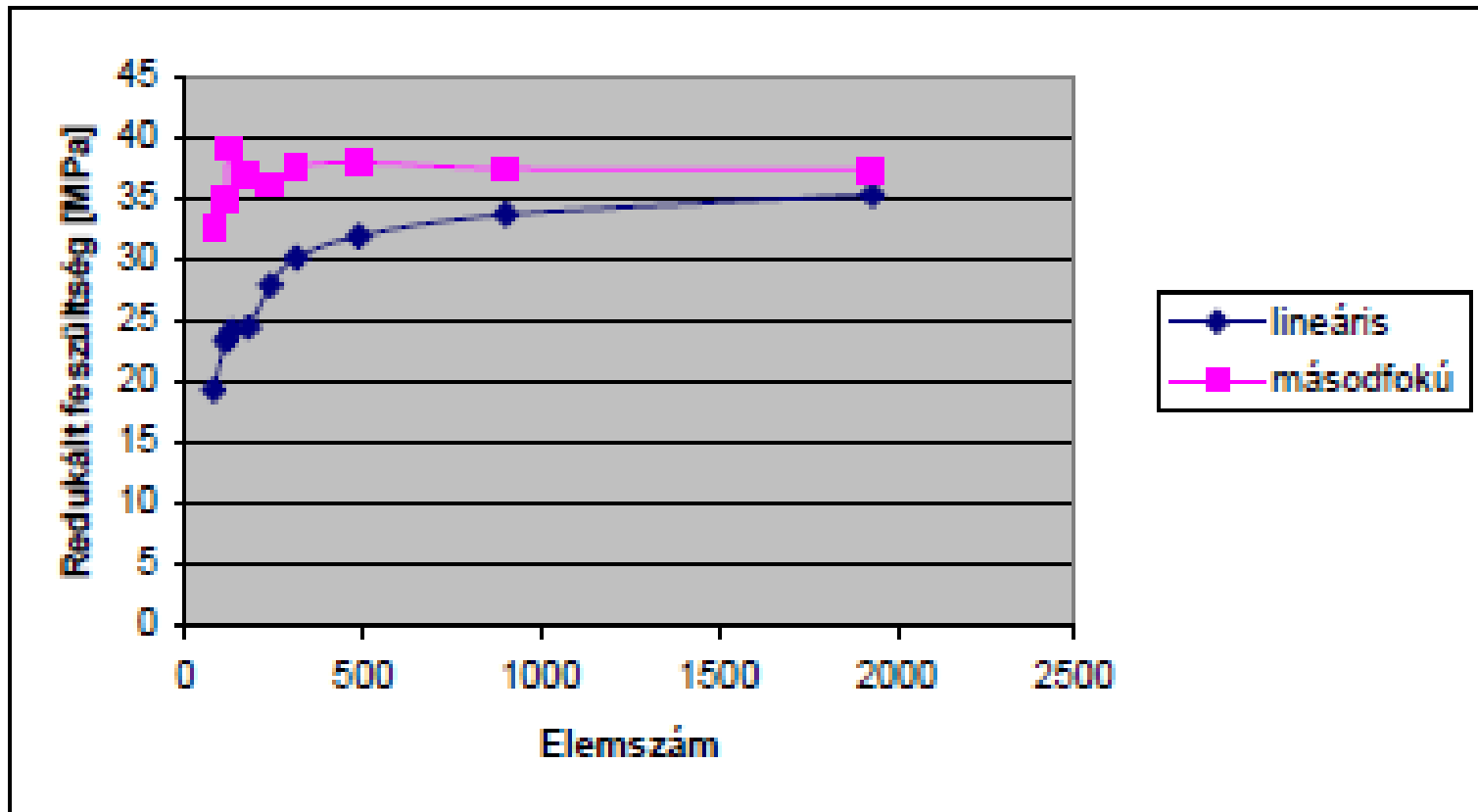
Háló finomítás – húzott lemez

2D-s modell, síkfeszültségi állapot



Háló finomítás – húzott lemez

2D-s modell, sík feszültségi állapot



Szimmetria viszonyok

- Tengelyszimmetria
- Forgási szimmetria
- Síkbeli szimmetria
- Ismétlődő szimmetria

- Ha a **test és a terhelés is szimmetrikus**
→ elegendő a test egyik felét modellezni és a szimmetriai sík elmozdulását megakadályozni a síkra merőleges irányban

- Ha a geometria és a terhelés is kétszeresen szimmetrikus, akkor a kettős szimmetria kihasználásával tovább egyszerűsíthető a modell → negyedmodell

Héjelemek

Alkalmazása

- Amikor a megfogás nélküli rész hossza legalább a falvastagság 10-szerese
- Vékony panelek vagy csőszerű elemek esetén
- Vastag héjak esetén a keresztirányú nyírást figyelembe vesszük, vékony héjak esetén elhanyagoljuk
- Vékonynak tekintjük a héjat, ha $t/L \leq 0.1$

A héjaknak van alja, közepe és teteje (bottom, middle and top)

Vastagság mentén történő hajlításnál fontos az elem iránya

Pozitív nyomás iránya ellentétes az elem normálisának irányával (az elembe befelé mutat)

Szingularitások

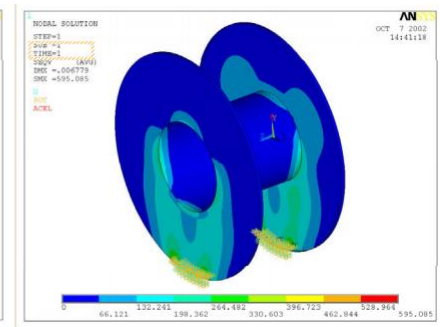
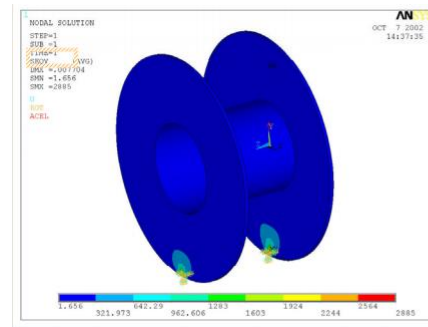
Feszültség=erő/felület

- Lineárisan rugalmas anyagok esetén
 - Ha a felület kicsi ($\rightarrow 0$), akkor a feszültség $\rightarrow \infty$
 - Általánosságban elmondható, ha növeljük a háló sűrűségét, akkor egyre jobban közelítjük az elméleti feszültséget
 - Singularitás esetén, egyre nagyobb feszültség értéket kapunk, konvergálunk a végtelenbe (divergálunk)!

Szingularitások

Példák szinguláris helyekre

- Pont terhelés helye
- Pontszerű megfogási hely, ahol a reakció erő pontszerű terhelésként jelentkezik
- Éles bemetszés, sarok (zérus sugarú lekerekítés)



Szingularitások

Hogyan kerülhetjük el?

- Amennyiben messze van a vizsgálat tárgyát képező résztől, arra már nem terjed ki a hatása, akkor nincs teendő
- Amennyiben befolyással van a vizsgált területre, úgy
 - Adjunk lekerekítést a sarkokhoz, bemetszésekhez
 - Pontterhelés helyett adjunk meg azzal egyenértékű felületen megoszló terhelést
 - Adjunk meg rugalmas-képlékeny anyagmodellt
 - Alkalmazzuk a feszültség linearizálási módszert

A szingularitások általában a modellezés következményei, a valóságban nem fordul elő valódi szingularitás. (pl. az éles saroknak a valóságban nem zérus a sugara)

Fogalmak

- **Alakváltozásról** beszélünk, ha terhelés hatására a test pontjai egymáshoz képest elmozdulnak és anyagi geometriai alakzatai (pl. hossz, szög, ..) megváltoznak.
- **Rugalmas az alakváltozás**, ha a terhelés hatására alakváltozott test a terhelés megszüntetése után visszanyeri eredeti alakját.
- **Képlékeny az alakváltozás**, ha a terhelés hatására alakváltozott test a tehermentesítés után nem nyeri vissza eredeti alakját.
- **Kis elmozdulás** esetén a test pontjainak elmozdulása nagyságrendekkel kisebb a test jellemző geometriai méreteinél.
- **Kis alakváltozások** esetén a test alakváltozását jellemző mennyiségek lényegesen kisebbek, mint 0.01: $\varepsilon \ll 0.01$, $\gamma \ll 0.01$
- **Feszültség**: a testben terhelés hatására fellépő, felület mentén megoszló belső erőrendszer sűrűségvektora (intenzitásvektora)

Engineering strain matrix

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \varepsilon_{yy} & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

Plane strain matrix

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \gamma_{xy} & 0 \\ \gamma_{yx} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Fogalmak

- **Sík feszültségi állapot:** Síkfeszültségi állapot alakulhat ki egy sík középfelületű, vékony testben, ha a külső terhelések eredője is a középfelület síkjában van és az alakváltozás során a test középfelülete sík marad, nem görbül.
- A nem zérus feszültségek mátrixa:

$$\boldsymbol{\sigma}^T = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_y & \tau_{xy} \end{bmatrix}$$

- A síkbeli alakváltozási mennyiségek:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_y & \gamma_{xy} \end{bmatrix},$$
$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}$$

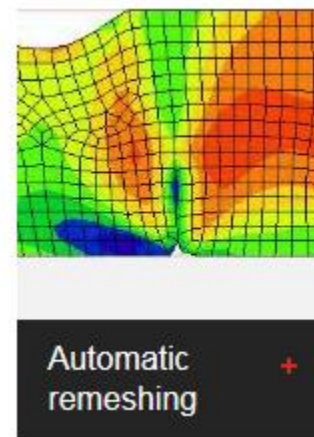
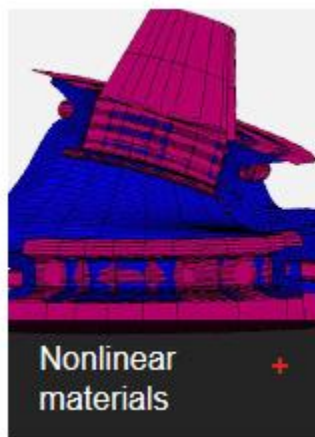
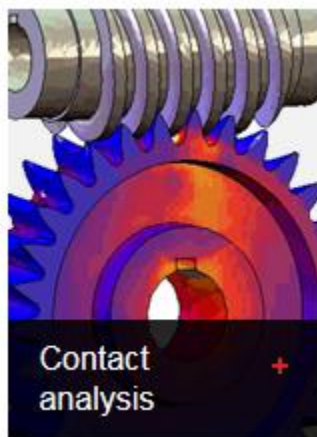
- A feszültségek a t vastagság mentén nem változnak, értékük állandó, és nincs hajlítás. Ezért gyakran nevezik a hajlításmentes síkfeszültségi állapotot *membrán feszültségi állapotnak*.
- **Sík alakváltozási állapot:** Síkbeli alakváltozási állapot alakul ki egy z tengelyű hengeres testben, ha a középfelület síkjával párhuzamos terhelések hatására a z irányú méretek nem változnak.
- A nem zérus alakváltozások mátrixa: $\boldsymbol{\varepsilon}^T = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_y & \gamma_{xy} \end{bmatrix}$

Fogalmak

- **Héj** - Olyan test, amelynek egyik mérete a másik két méretéhez képest kicsi. A legkisebb méret a vastagság. Értelmezhető középfelület, amely nem sík, hanem görbült felület. A középfelületet a vastagsági méret felezéspontjai alkotják.
 - A héj terhelése tetszőleges (középfelülettel párhuzamos és arra merőleges) erőrendszer lehet.
- **Lemez** - Olyan test, amelynek legkisebb (vastagsági) mérete lényegesen (sokkal) kisebb, mint a másik két jellemző mérete. Értelmezhető középfelület, amely sík.
 - A lemez terhelése a középsíkra merőleges erőrendszer lehet.

MARC szoftver

- Általános célú, nemlineáris végelem szoftver statikus, dinamikus és összetett terhelési esetek vizsgálatára.
- Gyártás és termék problémák egy környezetben való kezelése és megoldása



MARC szoftver

Nemlineáris és multi-fizikai megoldó

- Olyan nemlineáris feladatok megoldása, mint a gyártási folyamatok elemzése, teljes termék élettartam vizsgálata, üzemi terhelések elemzése, károsodás vizsgálata. A nemlinearitás előfordulhat anyag, geometria és peremfeltétel esetén.
 - Hőtani elemzés
 - Kapcsolt termo-mechanikus elemzés
 - Elektromágnesességi vizsgálatok
 - Piezoelektromos elemzések
 - Electro-Termo-Mechanikus elemzések
 - Kapcsolt elektro-sztatikus, magneto-sztatikus és szerkezeti elemzés
 - Gyártási folyamatok, mint a lemezalakítás, hidroform eljárás, extrudálás, fúvás, hegesztés, edzés, keményítés, forgácsolás, stb.



MARC szoftver

Kontakt analízis

- Érintkező testek kölcsönhatásának vizsgálata
- Önkontakt elemzése
- Súrlódásos érintkezési feladatok megoldása
- Kopás vizsgálat



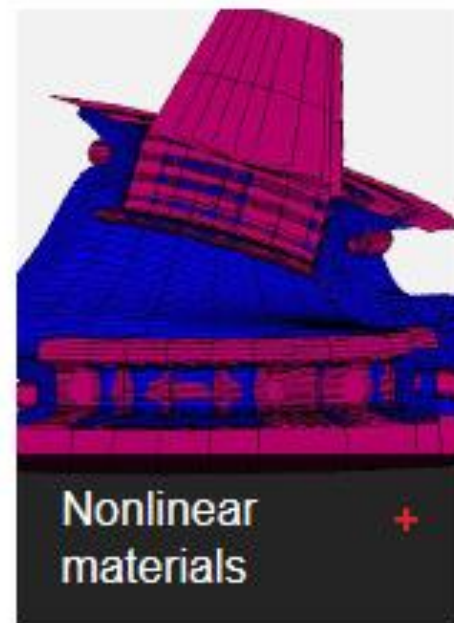
MARC szoftver

Nemlineáris anyagok

Fémes és nemfémes anyagok vizsgálata

Több, mint 200 különböző elemtípus a szerkezeti, hőtani, multi-fizikai és folyadék vizsgálatokhoz

- Izotróp, orthotróp és anizotróp rugalmas anyagok
- Izotróp és anizotróp képlékeny anyagok
- Hyperelasztikus anyagok (elasztomerek)
- Időtől függő és független viselkedés
- Fémporok, talaj, beton, alakemlékező ötvözetek
- Forraszanyag, viszko-plasztikus anyagok, kúszás
- Kompozitok
- Piezoelektromos anyagok
- Felhasználó által definiált anyagmodellek



MARC szoftver

Tönkremenetel és károsodás

Tönkremenetel modellek a fémek, beton, kompozitok és elasztomerek károsodásának vizsgálatára

- Képlékeny törés
- Károsodás halmozódás elasztomerekben
- Kompozitok tönkremenetelének vizsgálata
- Laminált anyagok szétválásának elemzése
- Kis feszültségű repedés és törés
- Törésmechanika
- Repedésterjedés monoton, alacsony ciklusú és nagy ciklusú terhelések esetén
- Felhasználó által definiált tönkremeneteli modellek

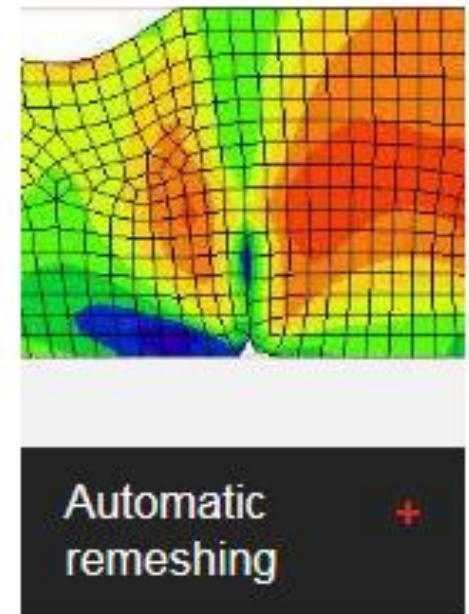


MARC szoftver

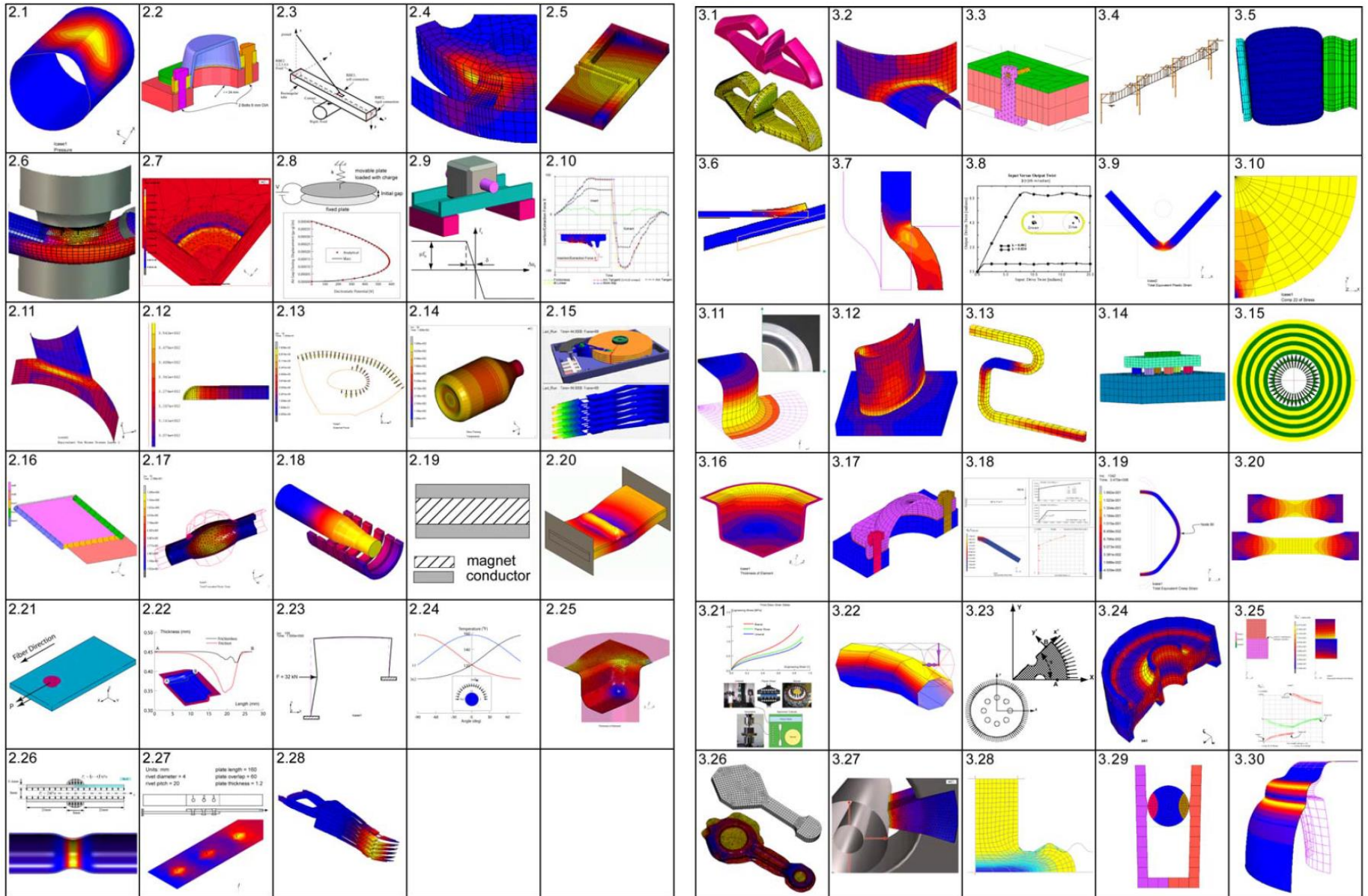
Automatikus újrahálózás

Nagy alakváltozások esetén használatos módszer, mely a számítás pontosságát javítja azzal, hogy a terhelés hatására deformálódott geometria alapján, a torzult háló helyett egy új (adott esetben sűrűbb) hálót hoz létre.

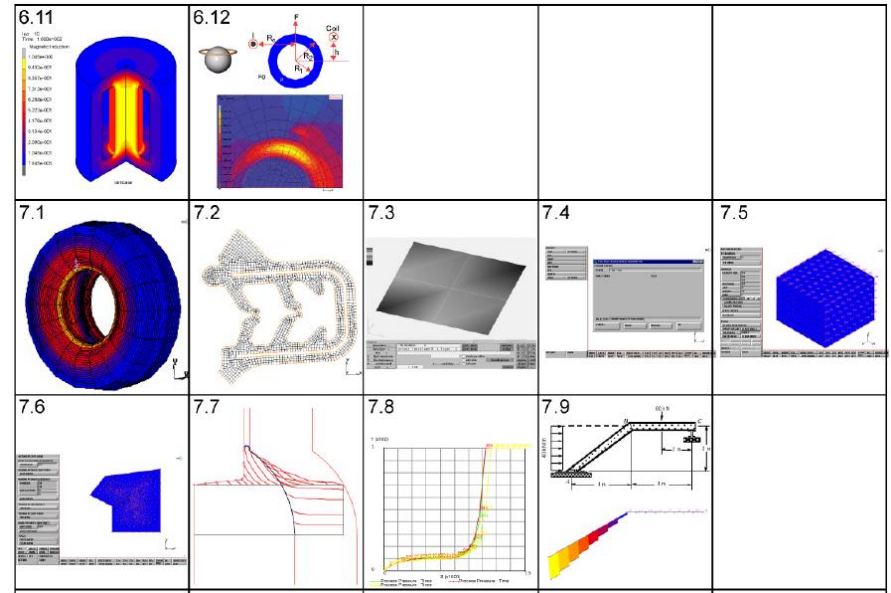
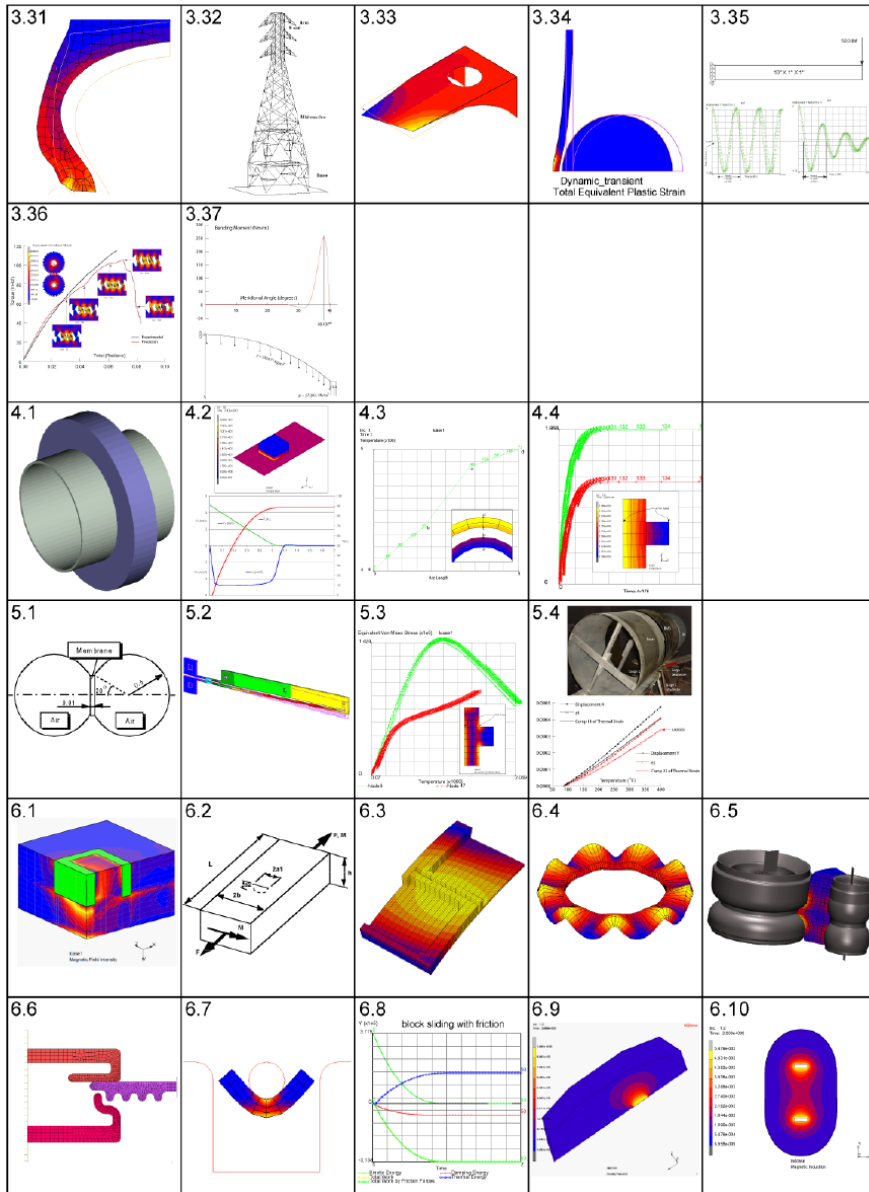
- Felhasználó által megadott feltételek alapján automatikusan történik
- Gyártási folyamatok esetén (képlékeny alakítás)
- Önkontakt esetén



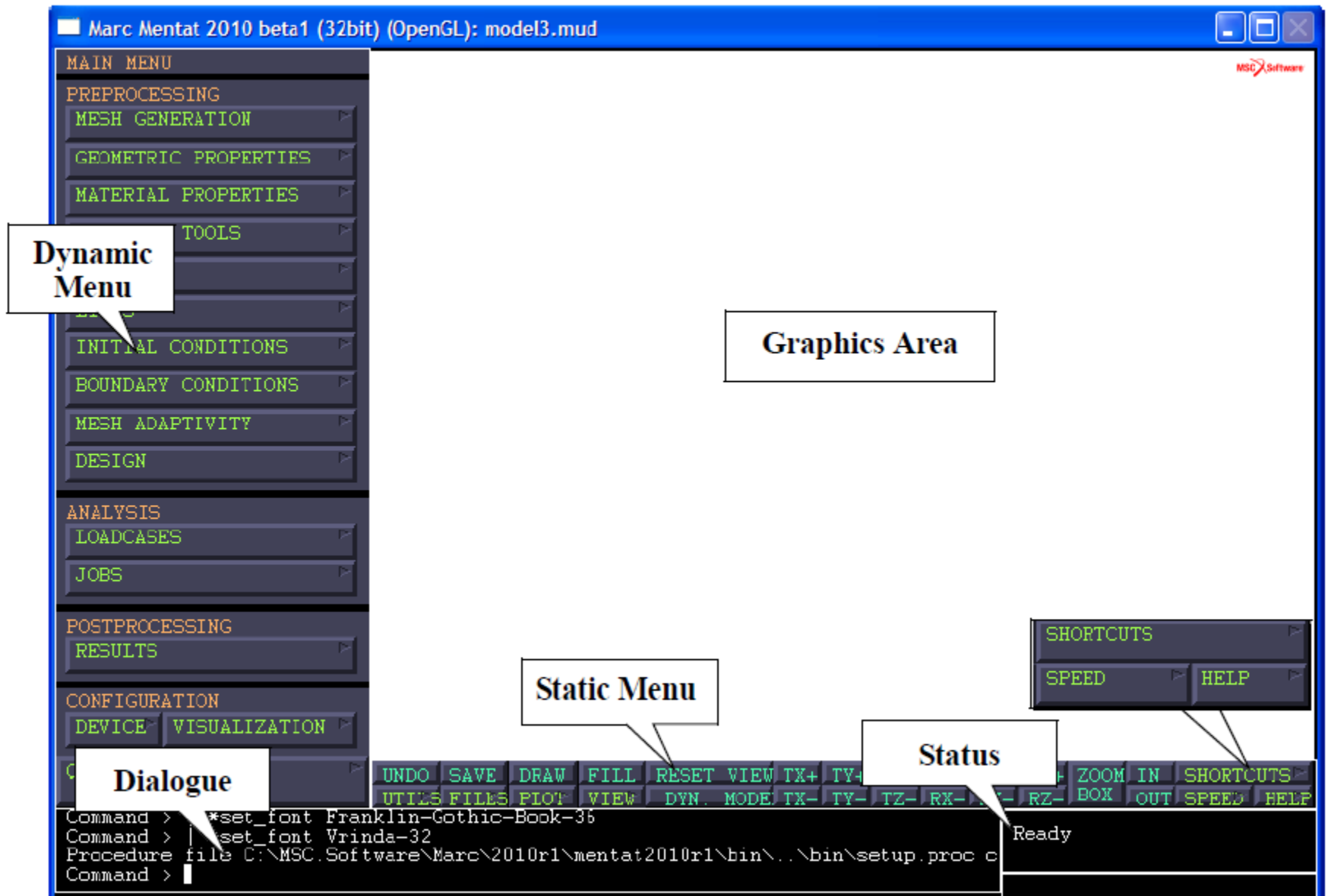
MARC szoftver



MARC szoftver

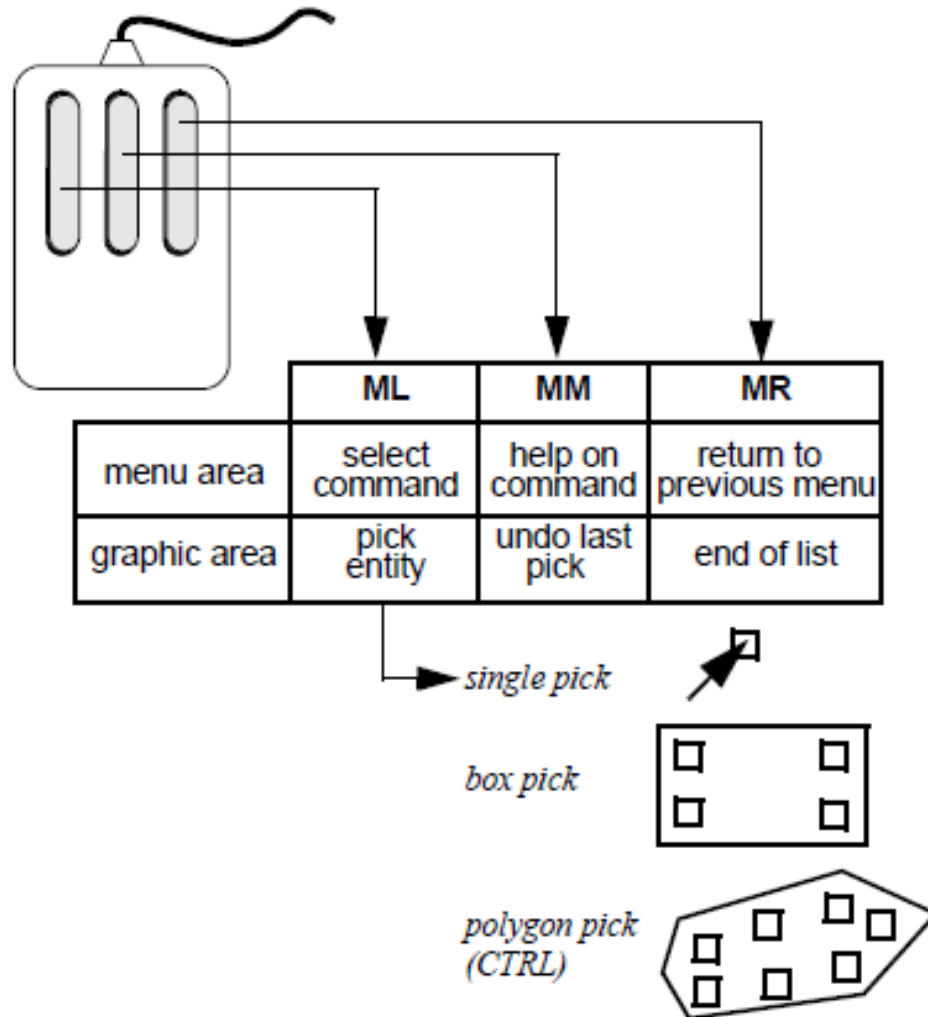


MARC/MENTAT



MARC/MENTAT

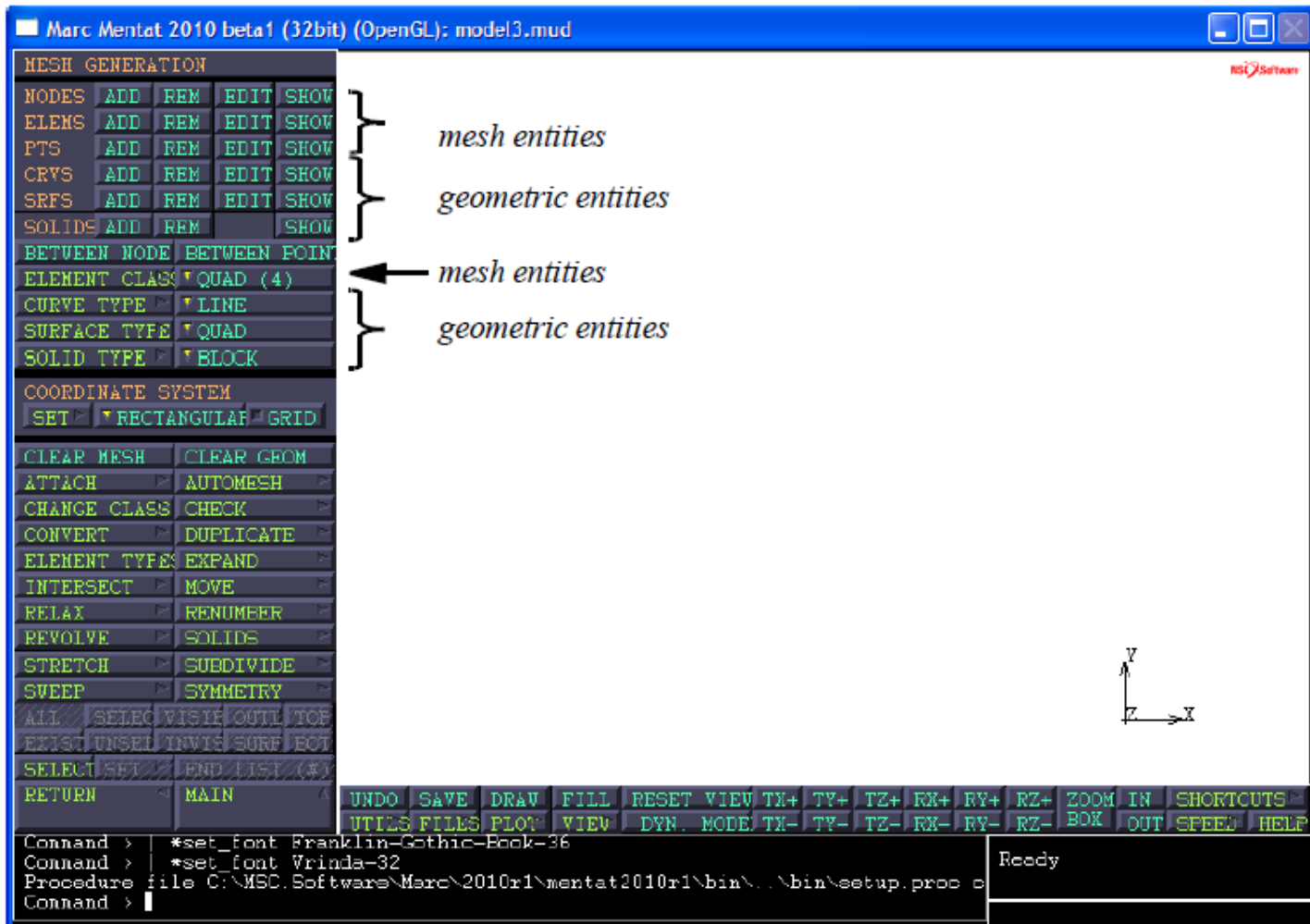
Egér billentyűk



MARC/MENTAT

Hálózás

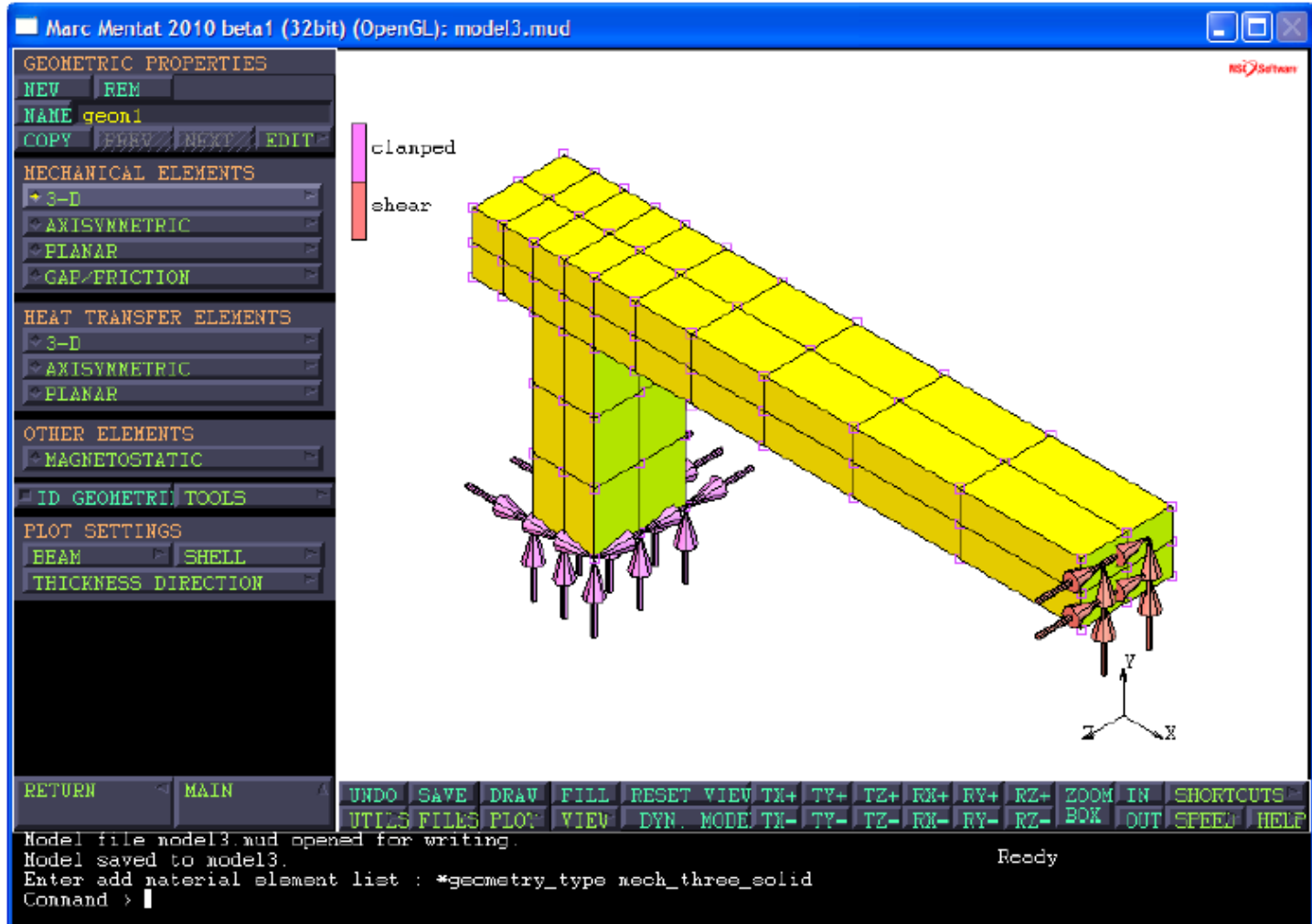
- Mesh generation: top menu



MARC/MENTAT

Geometriai jellemzők

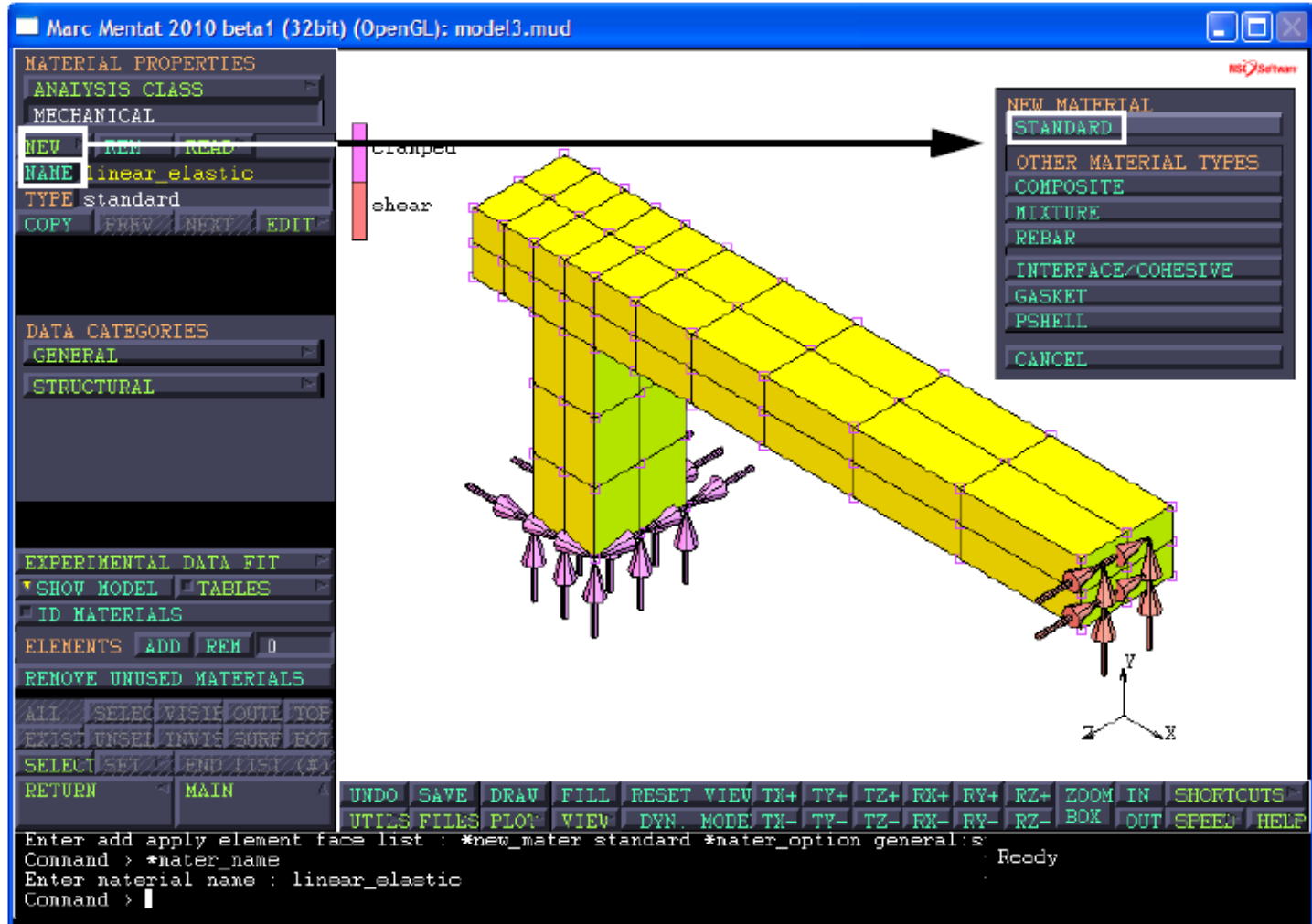
- Geometric properties: top menu



MARC/MENTAT

Anyagjellemzők

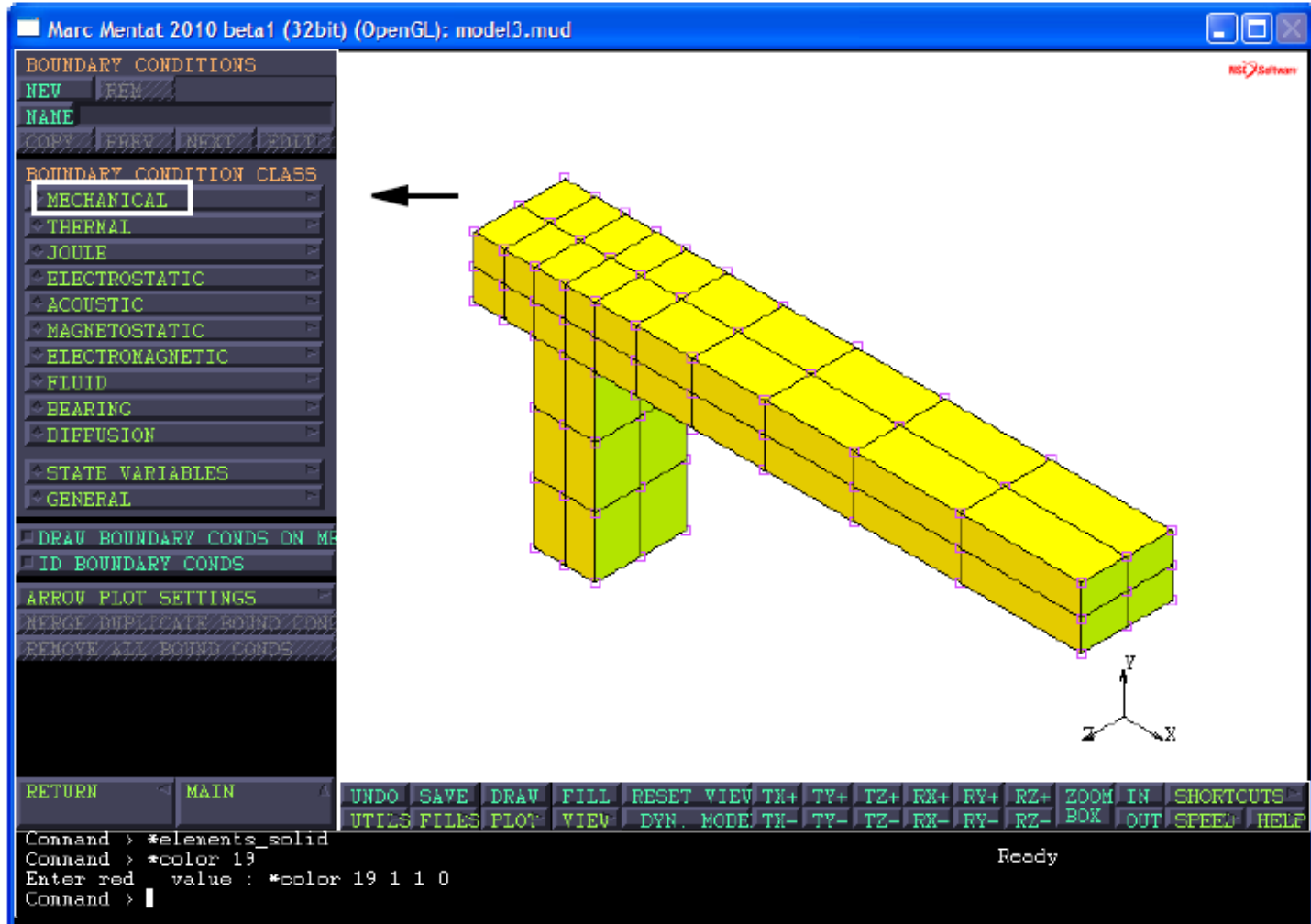
- Material properties: top menu



MARC/MENTAT

Peremfeltételek

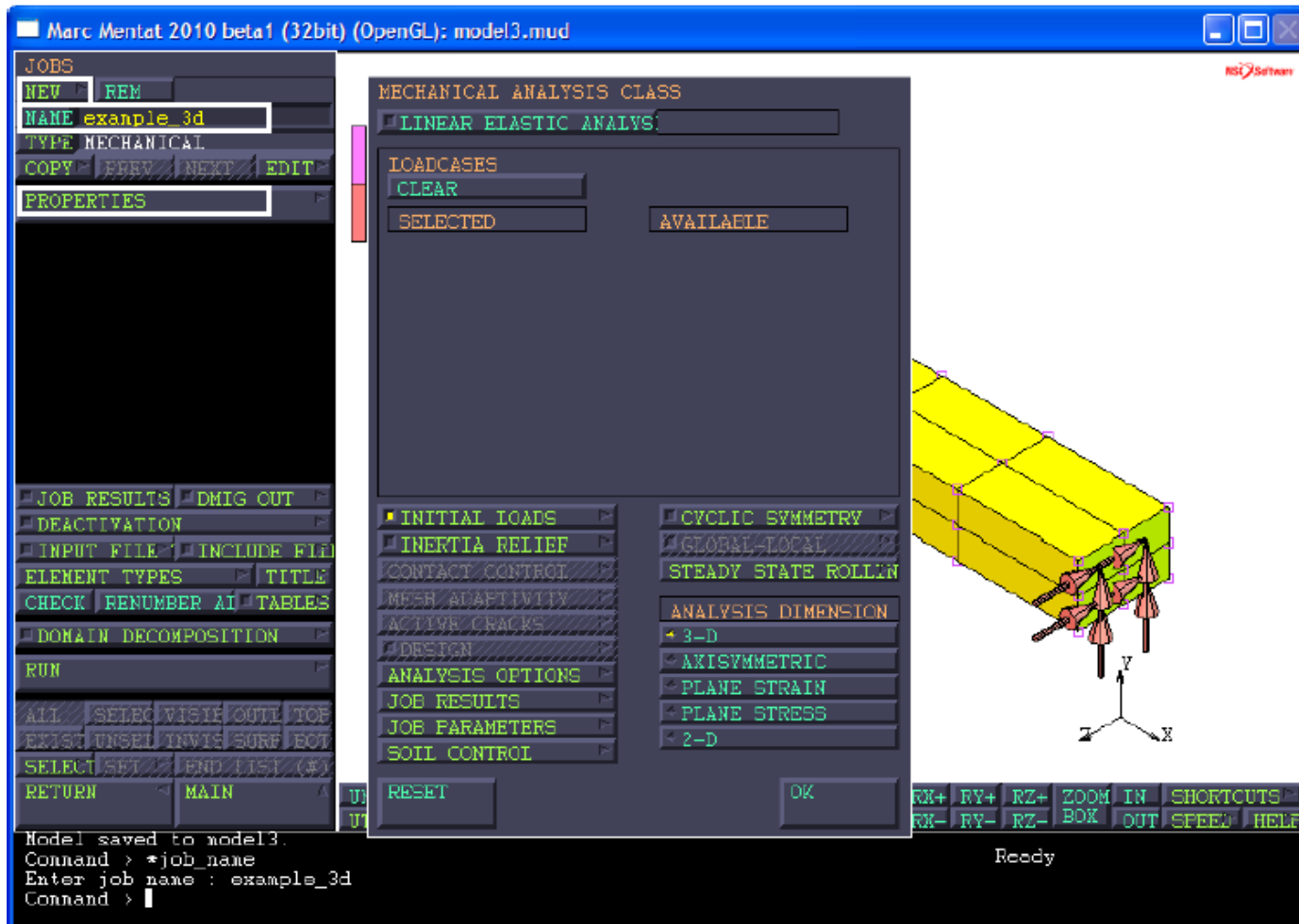
- Boundary conditions: top menu



MARC/MENTAT

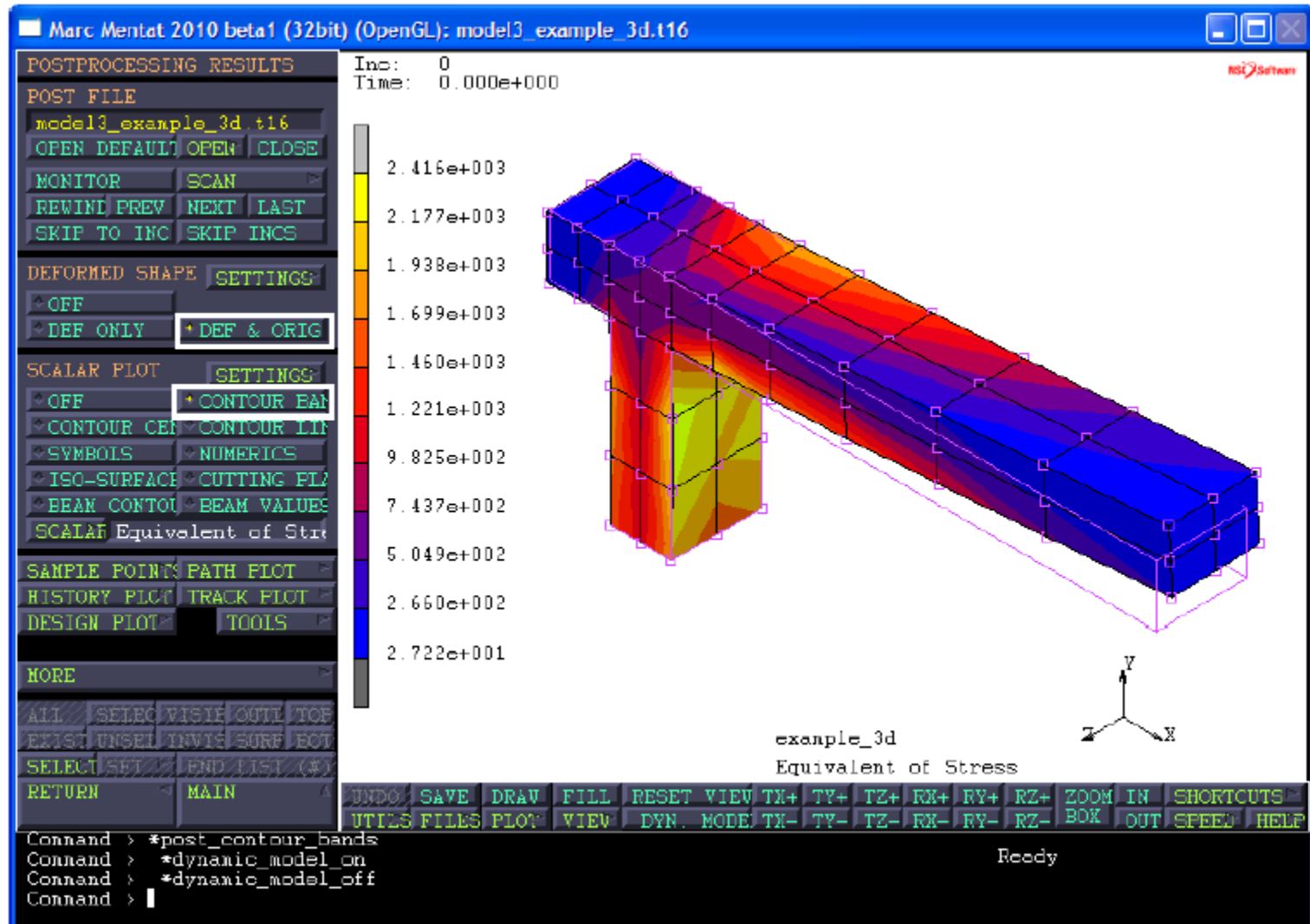
Számítás - Jobs

- **Jobs:** define mechanical analysis; for a single linear analysis no loadcases are necessary and the default analysis options can be used



MARC/MENTAT

Eredmények poszt-processzálása

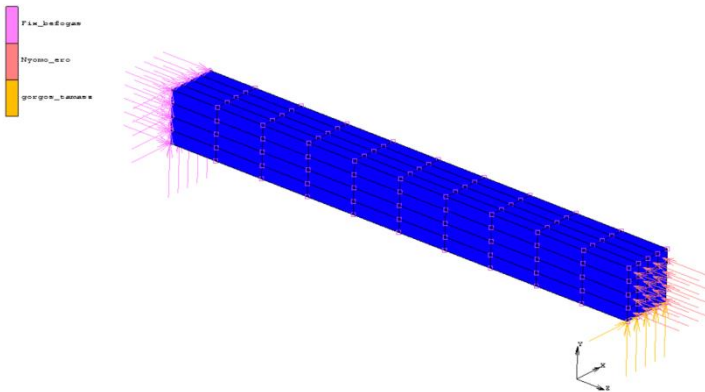


Állandó keresztmetszetű tartók

- Valós 3D-s geometria leképezése
 - Részletes elemzés, pontosabb eredmények
 - Azonban hosszabb számítási idő
- Egyszerűsített geometria alkalmazása (rúdmodell)
 - Keresztmetszetek középvonalának megrajzolása, 1D-s elemekkel történő leképezés
 - Gyors modell alkotás, kis számítási igény
 - Nagy, összetett, sok elemből álló szerkezeteknél
 - Előtervezés esetén, több változat elemzése kapcsán
 - Hátránya: csak középvonalában terhelt tartóra használható (általában ez a helyzet)
 - Ha nem a középvonalban terheljük a tartót, akkor a többlet igénybevétel meghatározása külön modellezést igényel (2D, 3D)

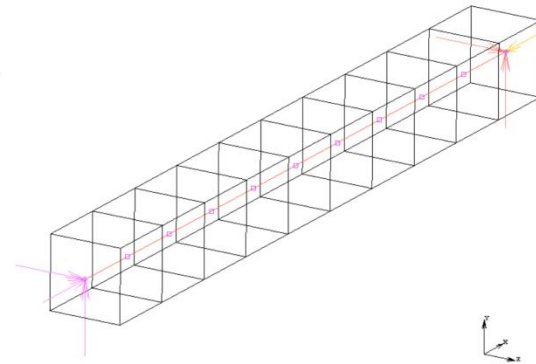
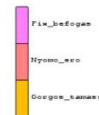
Állandó keresztmetszetű tartók

- Négyzet keresztmetszetű rúd modellezése
 - 10x10mm keresztmetszet
 - $L=100\text{mm}$ hosszúság
 - $F=1000\text{N}$ nyomóerő
 - Egyik vége fixen befogott, másik vége görgős támasz
 - $E=200\text{ GPa}$; $\nu=0.3$



Térbeli elemekkel

ANSYS

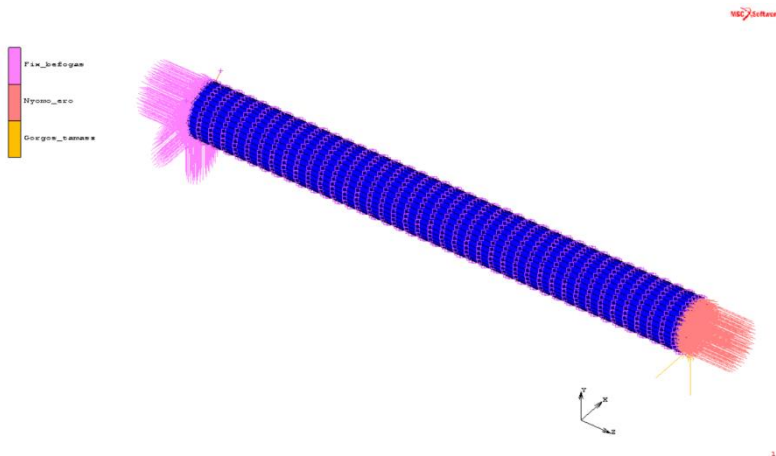


Rúdelemekkel

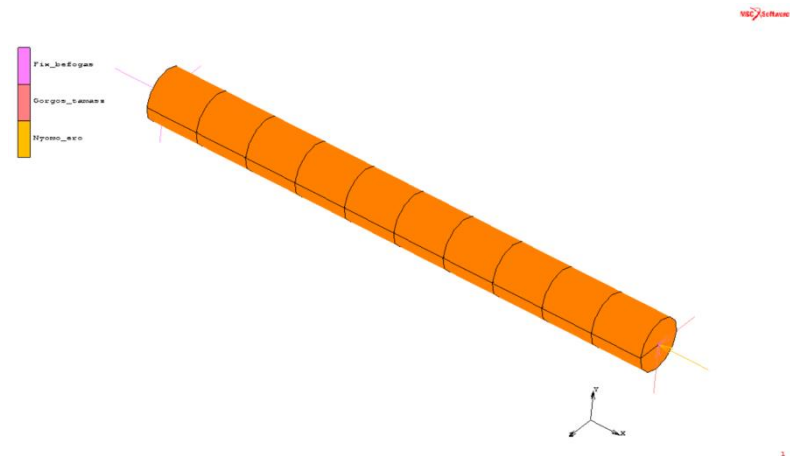
ANSYS

Állandó keresztmetszetű tartók

- Kör keresztmetszetű rúd modellezése
 - $D=10\text{mm}$ átmérő
 - $L=100\text{mm}$ hosszúság
 - $F=1000\text{N}$ nyomóerő
 - Egyik vége fixen befogott, másik vége görgős támasz
 - $E=200\text{ GPa}$; $\nu=0.3$



Térbeli elemekkel

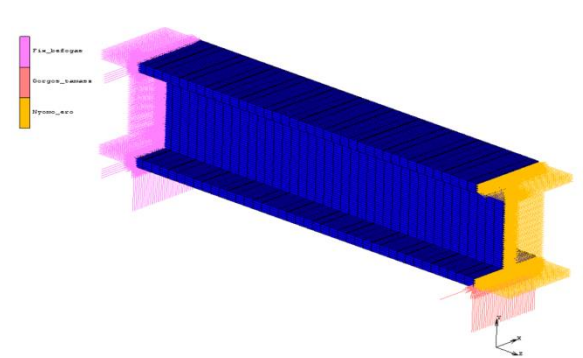


Rúdelemekkel

Állandó keresztmetszetű tartók

- I szelvényű rúd modellezése

- $L=500\text{mm}$ hosszúság
- $F=1000\text{N}$ nyomóerő
- Egyik vége fixen befogott, másik vége görgős támasz
- $E=200\text{ GPa}$; $\nu=0.3$

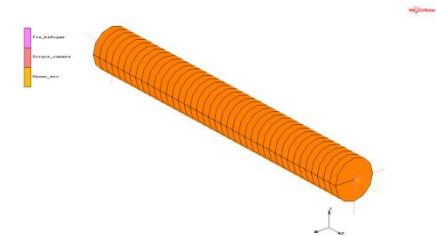


Térbeli elemekkel

The screenshot shows the SkyCiv I-Beam calculator interface. On the left, there is a diagram of an I-beam with dimensions: TFW (top flange width), TFI (top flange thickness), Wt (web thickness), Wh (web height), BFI (bottom flange thickness), and BFW (bottom flange width). Below the diagram are input fields for these dimensions, with a dropdown menu set to 'I-Beam'. The input values are: TFW: 100, TFI: 10, BFW: 100, BFI: 10, Wh: 100, Wt: 10, and r: 0. In the center, there is a 2D cross-section diagram of the I-beam with a coordinate system (y, z) and a centroid G. The dimensions 100mm are shown for the flange width and web height. Below the diagram are 'Calculate' and 'Clear' buttons, and a 'Units: mm' dropdown. On the right, there is a table of properties:

Notation	Value	Unit
A	3000	mm ²
I _z	6900000	mm ⁴
I _y	1675000	mm ⁴
C _z	50	mm
C _y	60	mm
Q _z	67500	mm ³
Q _y	26250	mm ³
Z _z	115000	mm ³
Z _y	33500	mm ³
J	100000	mm ⁴

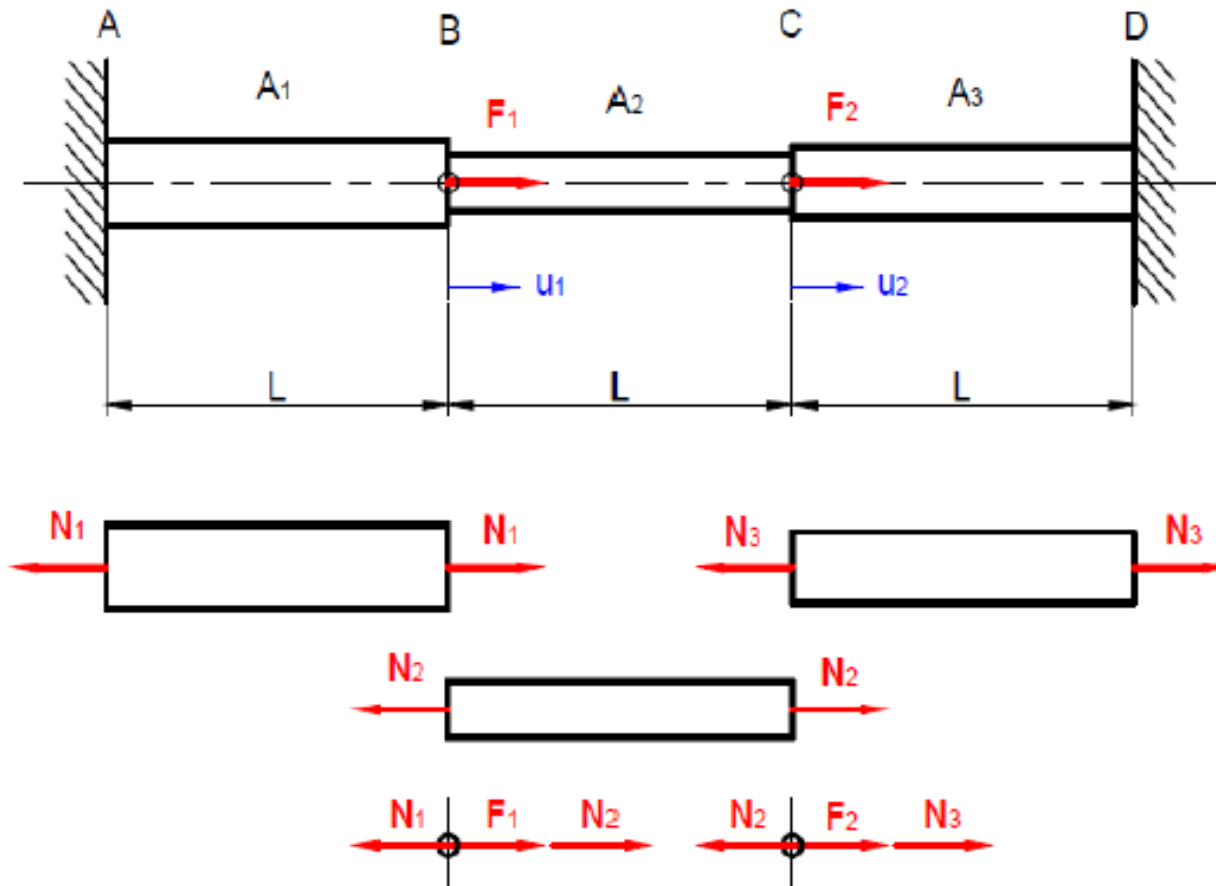
At the bottom of the table is the SkyCiv logo and the text 'CLOUD ENGINEERING SOFTWARE'.



Rúdelemekkel

Húzott-nyomott izotróp rúd

- Adott az alábbi összetett rúd tengelyirányú terheléssel!
Határozzuk meg a B és C keresztmetszetek elmozdulásait! [11]



Húzott-nyomott izotróp rúd

Minden egyes rúdelemre felírható a belső erők és a nyúlások közötti összefüggés az egyszerű Hooke-törvény szerint, ezek az ún. anyagegyenletek:

$$\sigma = \frac{N}{A} = E\varepsilon \quad \rightarrow \quad N = \sigma A = EA\varepsilon; \quad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

$$N_1 = \frac{EA_1}{L} \Delta L_1 \quad N_2 = \frac{EA_2}{L} \Delta L_2 \quad N_3 = \frac{EA_3}{L} \Delta L_3$$

A rúdelemek kapcsolódó B és C keresztmetszeteire felírhatóak az erőegyensúlyok

$$F_1 + N_2 - N_1 = 0$$

$$N_3 + F_2 - N_2 = 0$$

Húzott-nyomott izotróp rúd

Fejezzük ki a támadó erőket

$$N_1 - N_2 = F_1$$

$$N_2 - N_3 = F_2$$

Behelyettesítve az anyagegyenleteket az előző egyenletekbe

$$\frac{EA_1}{L} \Delta L_1 - \frac{EA_2}{L} \Delta L_2 = F_1$$

$$\frac{EA_2}{L} \Delta L_2 - \frac{EA_3}{L} \Delta L_3 = F_2$$

Húzott-nyomott izotróp rúd

A szerkezeti folytonosság miatt

$$\Delta L_1 = u_1 \qquad \Delta L_2 = u_2 - u_1 \qquad \Delta L_3 = -u_2$$

Behelyettesítve az előző egyenletekbe

$$\frac{EA_1}{L} u_1 - \frac{EA_2}{L} (u_2 - u_1) = F_1$$

$$\frac{EA_2}{L} (u_2 - u_1) - \frac{EA_3}{L} (-u_2) = F_2$$

u_1 , u_2 szerint rendezve

$$\left(\frac{EA_1}{L} + \frac{EA_2}{L} \right) u_1 - \frac{EA_2}{L} u_2 = F_1$$

$$-\frac{EA_2}{L} u_1 - \left(\frac{EA_2}{L} + \frac{EA_3}{L} \right) u_2 = F_2$$

Húzott-nyomott izotróp rúd

Mátrixos formában felírva

$$\begin{bmatrix} \frac{EA_1}{L} + \frac{EA_2}{L} & -\frac{EA_2}{L} \\ -\frac{EA_2}{L} & \frac{EA_2}{L} + \frac{EA_3}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

azaz

$$\underline{\underline{K}} \cdot \underline{u} = \underline{Q}$$

ahol $\underline{\underline{K}}$: a szerkezet merevségi mátrixa

\underline{u} : elmozdulás vektor

\underline{Q} : általános erők vektora (külső erő mező), NEM RÚDERŐK

Húzott-nyomott izotróp rúd

Oldjuk meg a következő adatokkal a feladatot

$$A_1=A; \quad A_2=A/4; \quad A_3=2A; \quad F_1=F; \quad F_2=0$$

$$A=4.000 \text{ mm}^2$$

$$L=500 \text{ mm}$$

$$F=30.000 \text{ N}$$

$$E=210 \text{ GPa}$$

$$\nu=0.3$$

$$a_1=80 \text{ mm}; \quad b_1=50 \text{ mm};$$

$$a_2=40 \text{ mm}; \quad b_2=25 \text{ mm};$$

$$a_3=100 \text{ mm}; \quad b_3=80 \text{ mm};$$

Húzott-nyomott izotróp rúd

Mátrixos formában felírva

$$\frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix}$$

A keresett elmozdulások

$$u_1 = \frac{9FL}{11AE} \qquad u_2 = \frac{FL}{11AE}$$

$$u_1 = \frac{9FL}{11AE} = \frac{9 \cdot 30.000N \cdot 500mm}{11 \cdot 4000mm^2 \cdot 210.000MPa} = 0.0146mm$$

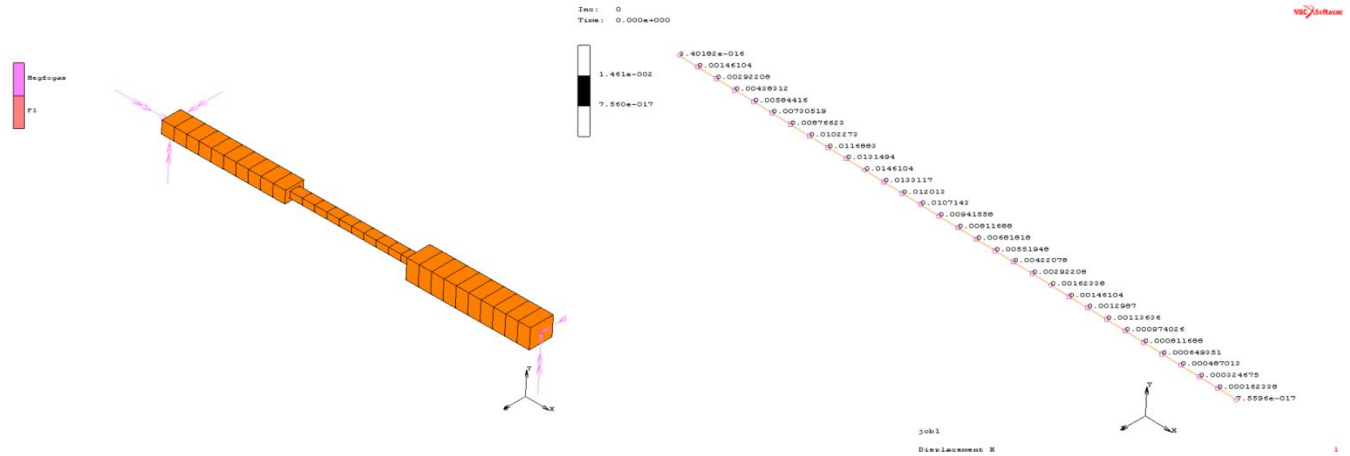
$$u_2 = \frac{FL}{11AE} = \frac{30.000N \cdot 500mm}{11 \cdot 4000mm^2 \cdot 210.000MPa} = 0.0016mm$$

Húzott-nyomott izotróp rúd

Rúdmodellel

$$u_1 = 0.0146 \text{ mm}$$

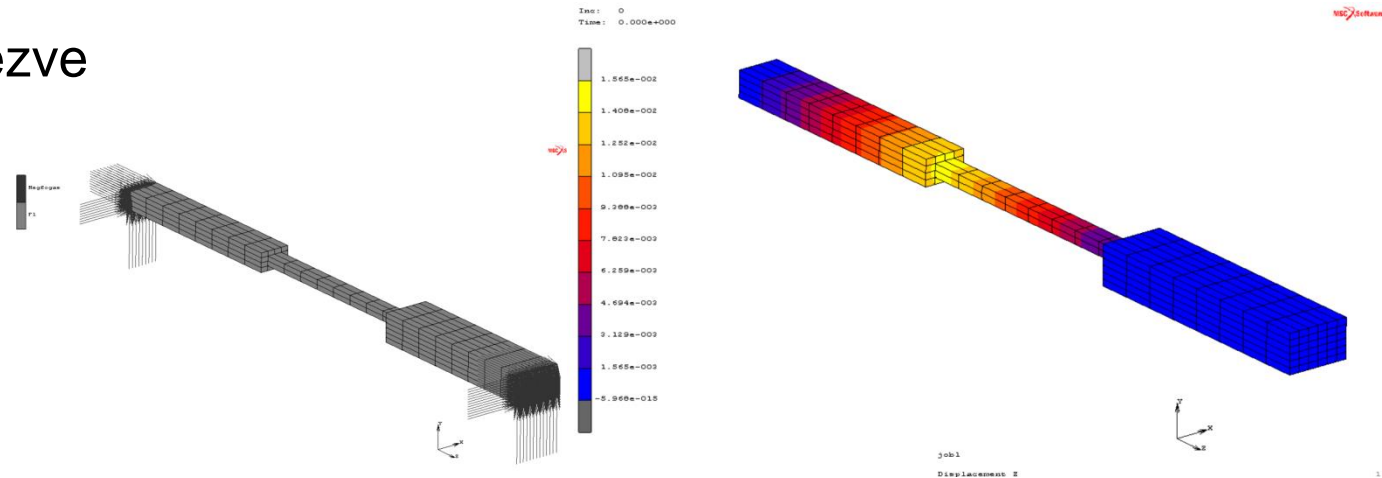
$$u_2 = 0.00162 \text{ mm}$$



Testként modellezve

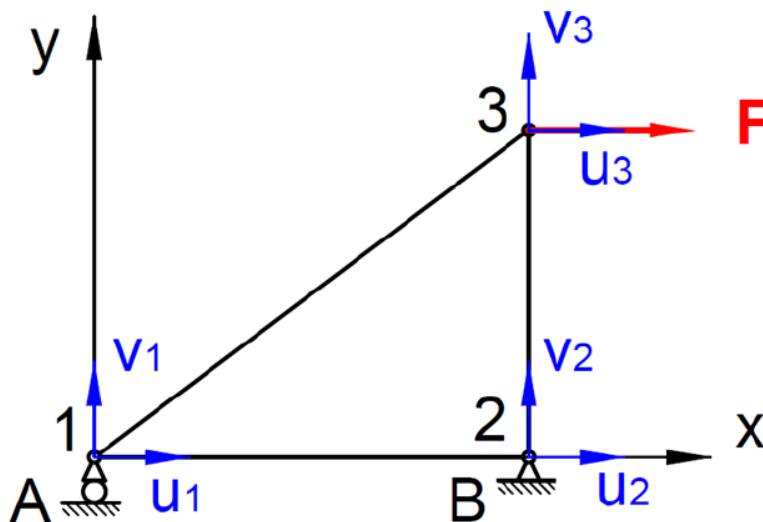
$$u_1 = 0.0156 \text{ mm}$$

$$u_2 = 0.00188 \text{ mm}$$



Rácsos tartó

Rácsos tartó (xy sík, csuklókkal kapcsolódó rudak, csuklókban ható koncentrált erők) [11]

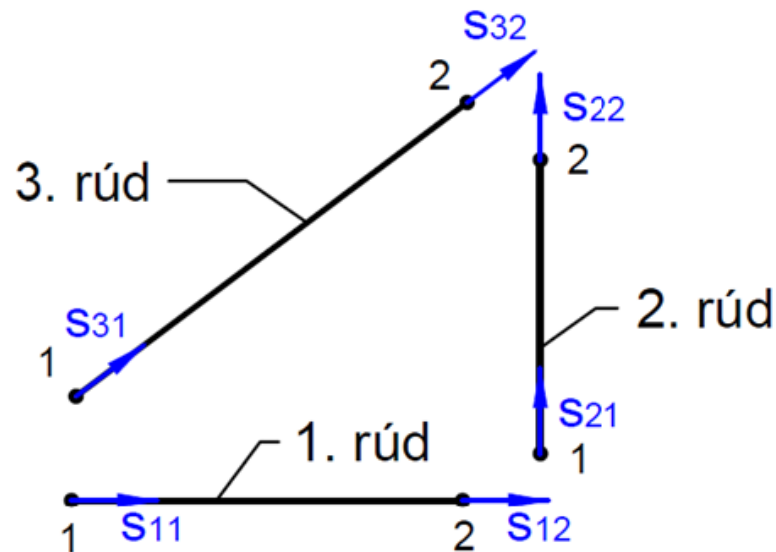


Állítsuk elő a szerkezet végeelem modelljét, merevségi mátrixát és határozzuk meg az adott terhelés hatására bekövetkező elmozdulásokat!

$F=1000$ N; $L_{1-2}=400$ mm; $L_{1-3}=500$ mm; $L_{2-3}=300$ mm; $A_1=A_2=A_3=50$ mm²; $E=210$ GPa

Rácsos tartó

A rudak csomópontjainak lokális elmozdulásai



Az i . rúd 1, 2 csomópontjának koordináta-transzformációja általános alakban:

$$\underline{x}_i = \begin{bmatrix} x_{i1} \\ y_{i1} \\ x_{i2} \\ y_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & 0 \\ \sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i \\ 0 & \sin \alpha_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{i1} \\ s_{i2} \end{bmatrix} = \underline{T}_i \underline{s}_i$$

Rácsos tartó

Ebből a transzformációs mátrixok rudanként a következők:

$$T_{=1} = \begin{bmatrix} \cos 0^\circ & 0 \\ \sin 0^\circ & 0 \\ 0 & \cos 0^\circ \\ 0 & \sin 0^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_{=2} = \begin{bmatrix} \cos 90^\circ & 0 \\ \sin 90^\circ & 0 \\ 0 & \cos 90^\circ \\ 0 & \sin 90^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{=3} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 \\ \sin \alpha & 0 \\ 0 & \cos \alpha \\ 0 & \sin \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,8 & 0 \\ 0,6 & 0 \\ 0 & 0,8 \\ 0 & 0,6 \end{bmatrix}$$

$$\cos \alpha = \frac{L_{1-2}}{L_{1-3}} = \frac{400\text{mm}}{500\text{mm}}$$

$$\sin \alpha = \frac{L_{2-3}}{L_{1-3}} = \frac{300\text{mm}}{500\text{mm}}$$

Rácsos tartó

A rudankénti merevségi mátrixokat a lokális koordináta-rendszerből globálisba transzformáljuk a következők szerint:

$$\underline{\underline{K}}_i = \underline{\underline{T}} \underline{\underline{K}}_{ei} \underline{\underline{T}}^T$$

azaz elemenként a következő eredményre jutunk:

1. rúd:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{K}}_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{EA_1}{L_1} & -\frac{EA_1}{L_1} \\ -\frac{EA_1}{L_1} & \frac{EA_1}{L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA_1}{L_1} & 0 & -\frac{EA_1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA_1}{L_1} & 0 & \frac{EA_1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \\ &= E \begin{bmatrix} \frac{50\text{mm}^2}{400\text{mm}} & 0 & -\frac{50\text{mm}^2}{400\text{mm}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{50\text{mm}^2}{400\text{mm}} & 0 & \frac{50\text{mm}^2}{400\text{mm}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} 0,125 & 0 & -0,125 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,125 & 0 & 0,125 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{mm} \end{aligned}$$

Rácsos tartó

2. rúd:

$$\underline{\underline{K}}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{EA_2}{L_2} & -\frac{EA_2}{L_2} \\ -\frac{EA_2}{L_2} & \frac{EA_2}{L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{EA_2}{L_2} & 0 & -\frac{EA_2}{L_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{EA_2}{L_2} & 0 & \frac{EA_2}{L_2} \end{bmatrix} =$$
$$= E \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{50mm^2}{300mm} & 0 & -\frac{50mm^2}{300mm} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{50mm^2}{300mm} & 0 & \frac{50mm^2}{300mm} \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1667 & 0 & -0,1667 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,1667 & 0 & 0,1667 \end{bmatrix} mm$$

Rácsos tartó

3. rúd:

$$\underline{\underline{K}}_3 = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 \\ \sin \alpha & 0 \\ 0 & \cos \alpha \\ 0 & \sin \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{EA_3}{L_3} & -\frac{EA_3}{L_3} \\ -\frac{EA_3}{L_3} & \frac{EA_3}{L_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix} =$$
$$= \begin{bmatrix} \frac{EA_3}{L_3} \cos^2 \alpha & \frac{EA_3}{L_3} \sin \alpha \cdot \cos \alpha & -\frac{EA_3}{L_3} \cos^2 \alpha & -\frac{EA_3}{L_3} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \frac{EA_3}{L_3} \sin \alpha \cdot \cos \alpha & \frac{EA_3}{L_3} \sin^2 \alpha & -\frac{EA_3}{L_3} \sin \alpha \cdot \cos \alpha & -\frac{EA_3}{L_3} \sin^2 \alpha \\ -\frac{EA_3}{L_3} \cos^2 \alpha & -\frac{EA_3}{L_3} \sin \alpha \cdot \cos \alpha & \frac{EA_3}{L_3} \cos^2 \alpha & \frac{EA_3}{L_3} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ -\frac{EA_3}{L_3} \sin \alpha \cdot \cos \alpha & -\frac{EA_3}{L_3} \sin^2 \alpha & \frac{EA_3}{L_3} \sin \alpha \cdot \cos \alpha & \frac{EA_3}{L_3} \sin^2 \alpha \end{bmatrix} =$$

Rácsos tartó

$$=E \begin{bmatrix} \frac{50mm^2}{500mm} 0,8^2 & \frac{50mm^2}{500mm} 0,8 \cdot 0,6 & -\frac{50mm^2}{500mm} 0,8^2 & -\frac{50mm^2}{500mm} 0,8 \cdot 0,6 \\ \frac{50mm^2}{500mm} 0,8 \cdot 0,6 & \frac{50mm^2}{500mm} 0,6^2 & -\frac{50mm^2}{500mm} 0,8 \cdot 0,6 & -\frac{50mm^2}{500mm} 0,6^2 \\ -\frac{50mm^2}{500mm} 0,8^2 & -\frac{50mm^2}{500mm} 0,8 \cdot 0,6 & \frac{50mm^2}{500mm} 0,8^2 & \frac{50mm^2}{500mm} 0,8 \cdot 0,6 \\ -\frac{50mm^2}{500mm} 0,8 \cdot 0,6 & -\frac{50mm^2}{500mm} 0,6^2 & \frac{50mm^2}{500mm} 0,8 \cdot 0,6 & \frac{50mm^2}{500mm} 0,6^2 \end{bmatrix} =$$

$$=E \begin{bmatrix} 0,064 & 0,048 & -0,064 & -0,048 \\ 0,048 & 0,036 & -0,048 & -0,036 \\ -0,064 & -0,048 & 0,064 & 0,048 \\ -0,048 & -0,036 & 0,048 & 0,036 \end{bmatrix} mm$$

Rácsos tartó

A rudak egyedi elmozdulás vektorai és erővektorai alkotják a szerkezet azonos típusú vektorait és ez határozza meg az egyedi merevségi mátrixok összeadási rendszerét is:

$$\underline{u}_1 = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{u}_2 = \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_3 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

$$\underline{u}_3 = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_3 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ 0 \\ u_3 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

$$\underline{U} = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_3 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

$$\underline{F}_1 = \begin{bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ F_{2x} \\ F_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_{Ay} \\ F_{Bx} \\ F_{By} \end{bmatrix}$$

$$\underline{F}_2 = \begin{bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \\ F_{3x} \\ F_{3y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{Bx} \\ F_{By} \\ F \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{F}_3 = \begin{bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ F_{3x} \\ F_{3y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_{Ay} \\ F \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ F_{2x} \\ F_{2y} \\ F_{3x} \\ F_{3y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_{Ay} \\ F_{Bx} \\ F_{By} \\ F \\ 0 \end{bmatrix}$$

Rácsos tartó

Az előzőek alapján a szerkezet merevségi mátrixa a globális koordináta-rendszerben:

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} k_{11}^1 + k_{11}^3 & k_{12}^1 + k_{12}^3 & k_{13}^1 & k_{14}^1 & k_{13}^3 & k_{14}^3 \\ k_{21}^1 + k_{21}^3 & k_{22}^1 + k_{22}^3 & k_{23}^1 & k_{24}^1 & k_{23}^3 & k_{24}^3 \\ k_{31}^1 & k_{32}^1 & k_{33}^1 + k_{11}^2 & k_{34}^1 + k_{12}^2 & k_{13}^2 & k_{14}^2 \\ k_{41}^1 & k_{42}^1 & k_{43}^1 + k_{21}^2 & k_{44}^1 + k_{22}^2 & k_{23}^2 & k_{24}^2 \\ k_{31}^3 & k_{32}^3 & k_{31}^2 & k_{32}^2 & k_{33}^2 + k_{33}^3 & k_{34}^2 + k_{34}^3 \\ k_{41}^3 & k_{42}^3 & k_{41}^2 & k_{42}^2 & k_{43}^2 + k_{43}^3 & k_{44}^2 + k_{44}^3 \end{bmatrix}$$

(a felső index a rúd sorszáma, az alsó index az egyedi merevségi mátrix sor-oszlop azonosítója)

Rácsos tartó

$$\underline{\underline{K}} \cdot \underline{u} = \underline{F}$$

$$\begin{bmatrix}
 k_{11}^1 + k_{11}^3 & k_{12}^1 + k_{12}^3 & k_{13}^1 & k_{14}^1 & k_{13}^3 & k_{14}^3 \\
 k_{21}^1 + k_{21}^3 & k_{22}^1 + k_{22}^3 & k_{23}^1 & k_{24}^1 & k_{23}^3 & k_{24}^3 \\
 k_{31}^1 & k_{32}^1 & k_{33}^1 + k_{11}^2 & k_{34}^1 + k_{12}^2 & k_{13}^2 & k_{14}^2 \\
 k_{41}^1 & k_{42}^1 & k_{43}^1 + k_{21}^2 & k_{44}^1 + k_{22}^2 & k_{23}^2 & k_{24}^2 \\
 k_{31}^3 & k_{32}^3 & k_{31}^2 & k_{32}^2 & k_{33}^2 + k_{33}^3 & k_{34}^2 + k_{34}^3 \\
 k_{41}^3 & k_{42}^3 & k_{41}^2 & k_{42}^2 & k_{43}^2 + k_{43}^3 & k_{44}^2 + k_{44}^3
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 u_1 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 u_3 \\
 v_3
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 F_{Ay} \\
 F_{Bx} \\
 F_{By} \\
 F \\
 0
 \end{bmatrix}$$

Rácsos tartó

Mivel három elmozdulásunk zérus értékű, viszont az ezekhez tartozó külső erők nem ismertek (bár adódnak, mivel kényszererők), csökkenthetjük a globális merevségi mátrixot a vonatkozó sorok és oszlopok elhagyásával:

$$\underline{\underline{K}} \cdot \underline{U} = \begin{bmatrix} k_{11}^1 + k_{11}^3 & k_{13}^3 & k_{14}^3 \\ k_{31}^3 & k_{33}^2 + k_{33}^3 & k_{34}^2 + k_{34}^3 \\ k_{41}^3 & k_{43}^2 + k_{43}^3 & k_{44}^2 + k_{44}^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_3 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{\underline{F}}$$

$$\begin{bmatrix} 0,189 & -0,064 & -0,048 \\ -0,064 & 0,064 & 0,048 \\ -0,048 & 0,048 & 0,2027 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_3 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1000N \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ez alapján kiszámoljuk a három ismeretlen elmozdulást, majd visszahelyettesítjük azokat az elhagyott három egyenletbe, s ezzel meqkapjuk a kényszererőket.

Rácsos tartó

1. egyenlet:

$$K_{11} \cdot u_1 + K_{12} \cdot u_3 + K_{13} \cdot v_3 = 0$$

$$E(0,189u_1 - 0,064u_3 - 0,048v_3) = 0$$

$$u_1 = -\frac{K_{12}}{K_{11}} \cdot u_3 - \frac{K_{13}}{K_{11}} \cdot v_3$$

2. egyenlet:

$$K_{21} \cdot u_1 + K_{22} \cdot u_3 + K_{23} \cdot v_3 = \frac{F}{E}$$

$$E(-0,064u_1 + 0,064u_3 + 0,048v_3) = 1000N$$

u_1 -et behelyettesítve az 1. egyenletből:

$$K_{21} \cdot \left(-\frac{K_{12}}{K_{11}} \cdot u_3 - \frac{K_{13}}{K_{11}} \cdot v_3\right) + K_{22} \cdot u_3 + K_{23} \cdot v_3 = \frac{F}{E}$$

$$\left(K_{22} - \frac{K_{21} \cdot K_{12}}{K_{11}}\right) \cdot u_3 + \left(K_{23} - \frac{K_{21} \cdot K_{13}}{K_{11}}\right) \cdot v_3 = \frac{F}{E}$$

Rácsos tartó

3. egyenlet:

$$K_{31} \cdot u_1 + K_{32} \cdot u_3 + K_{33} \cdot v_3 = 0$$

$$E(-0,48u_1 + 0,048u_3 + 0,2027v_3) = 0$$

$$u_1 = -\frac{K_{32}}{K_{31}} \cdot u_3 - \frac{K_{33}}{K_{31}} \cdot v_3$$

u_1 -et behelyettesítve az 1. egyenletből:

$$-\frac{K_{12}}{K_{11}} \cdot u_3 - \frac{K_{13}}{K_{11}} \cdot v_3 = -\frac{K_{32}}{K_{31}} \cdot u_3 - \frac{K_{33}}{K_{31}} \cdot v_3$$

$$u_3 = \frac{\frac{K_{33}}{K_{31}} - \frac{K_{13}}{K_{11}}}{\frac{K_{12}}{K_{11}} - \frac{K_{32}}{K_{31}}} \cdot v_3$$

$$u_3 = \frac{\frac{0,2027}{-0,048} + \frac{0,048}{0,189}}{\frac{-0,064}{0,189} + \frac{0,048}{0,048}} \cdot v_3 = 6 \cdot v_3$$

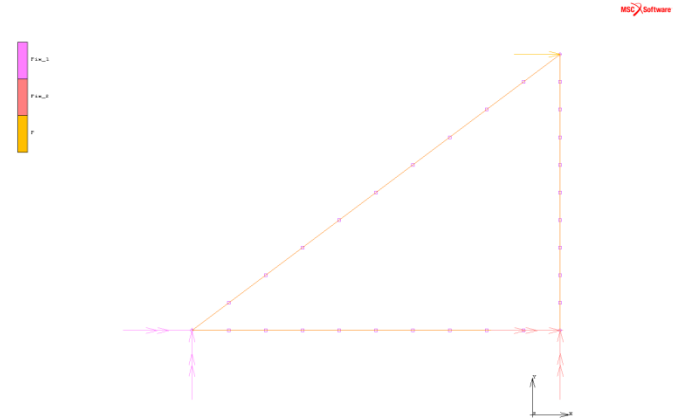
Rácsos tartó

Visszahelyettesítve a 2. egyenletbe kapjuk az elmozdulásokat

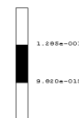
$$u_1 = 3,81 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$$

$$u_3 = 1,284 \cdot 10^{-1} \text{ mm}$$

$$v_3 = -2,14 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$$



Time: 0
Time: 0.000+000

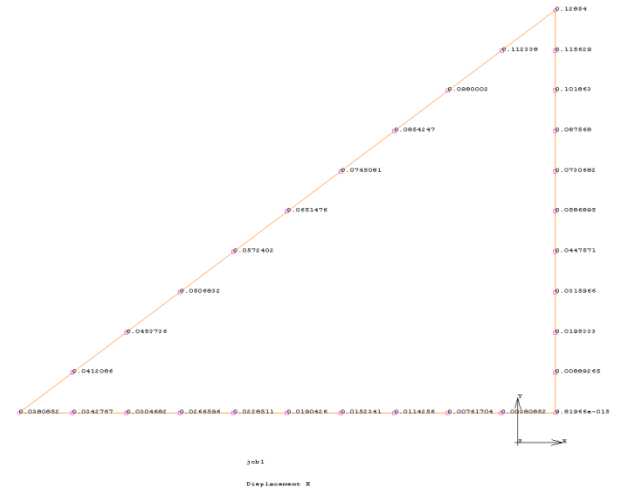


Rúdmodellel

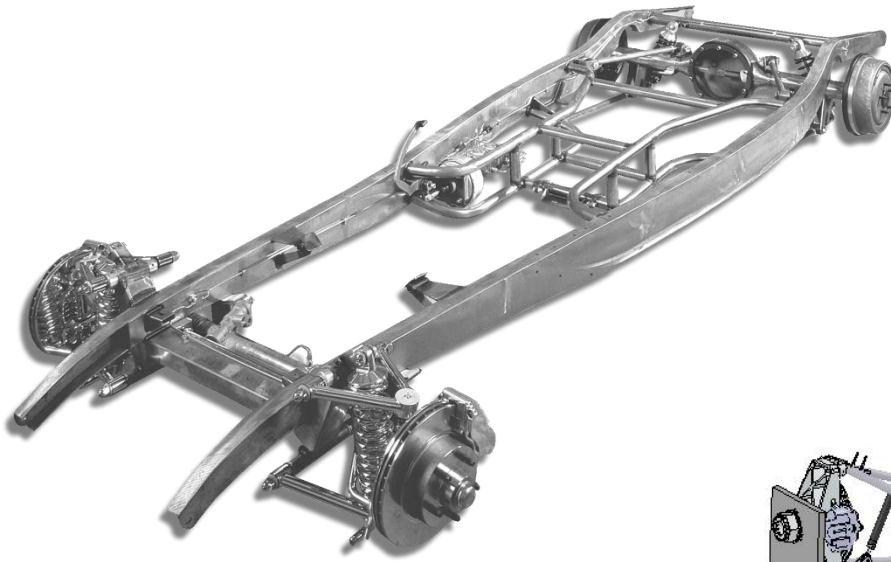
$$u_1 = -0.0381 \text{ mm}$$

$$u_3 = 0.1285 \text{ mm}$$

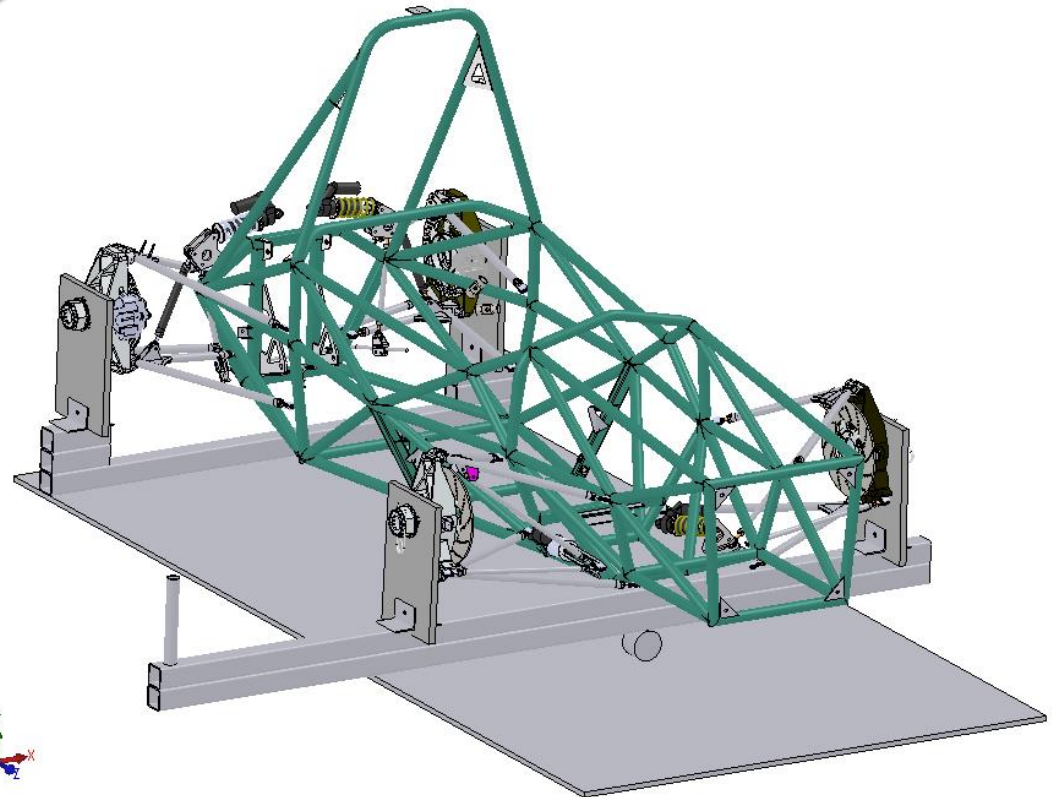
$$v_3 = -0.0214 \text{ mm}$$



Jármű alváz szerkezet elemzése



peteandjakes.com



finiteelementanalysis.com.au

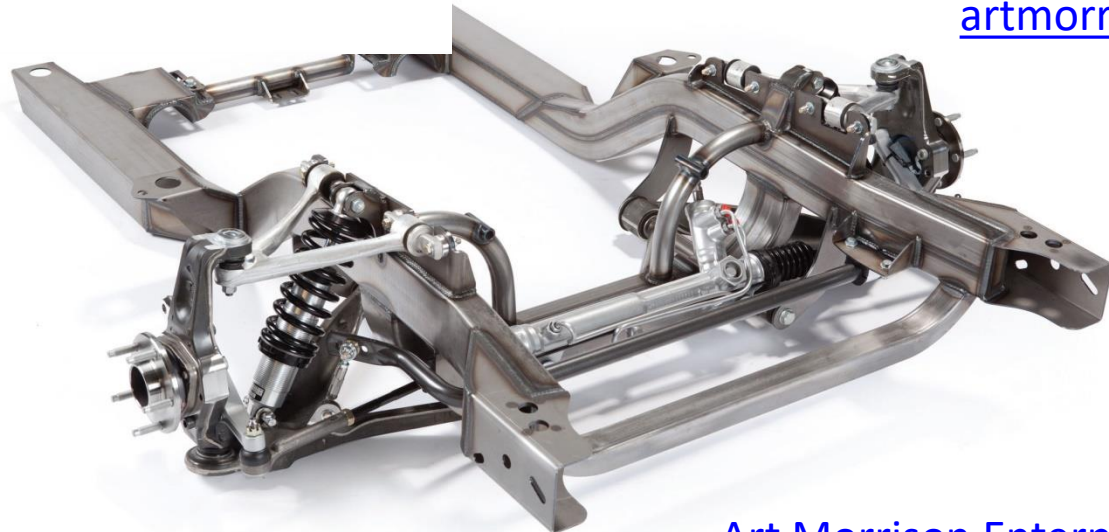
Jármű alváz szerkezet elemzése



corvetteonline.com



artmorrison.com



[Art Morrison Enterprises](http://ArtMorrisonEnterprises)

Jármű alváz szerkezet elemzése

Alvázszerkezet elemei

Főgerenda: 60x100 zártszelvény, 3 mm falvastagság

Keresztgerenda: 70x100 mm zártszelvény, 3 mm falvastagság

Anyagminőség: S355JR

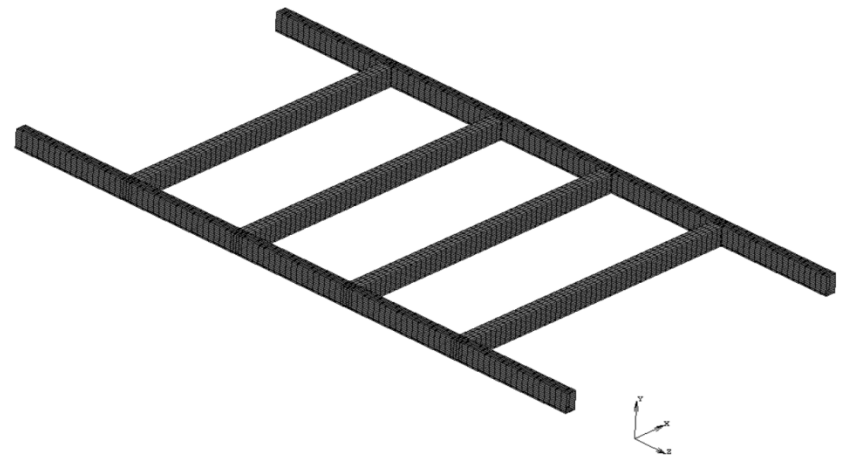
Folyáshatár: min. 355 MPa

Jármű súlya: 2975 kg

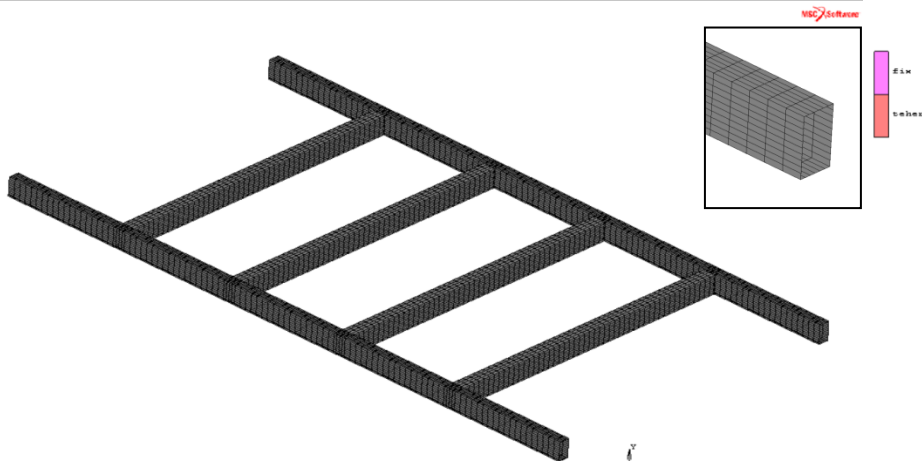
Jobb első kerék padkán áll

A többi kerék sík talajon áll

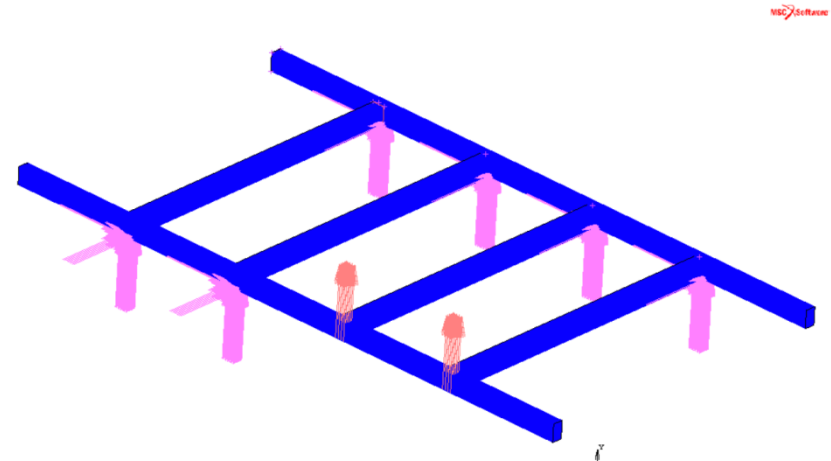
Statikus terhelés hatására a redukált feszültség és az elmozdulás meghatározása!



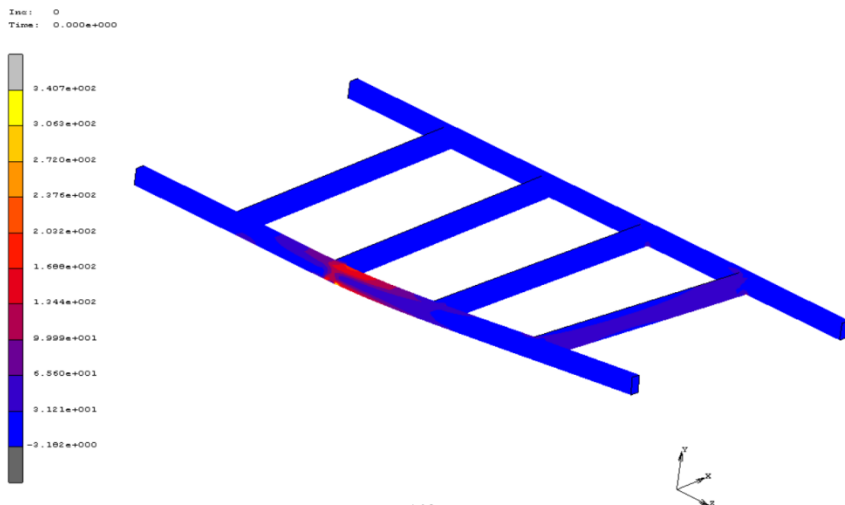
Jármű alváz szerkezet elemzése



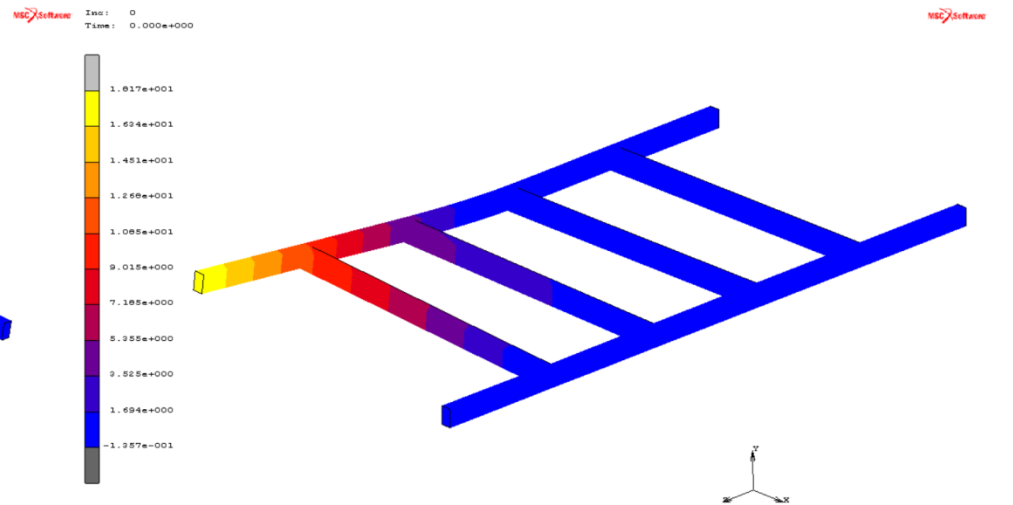
Alváz szerkezet végelem modellje



Megfogás és terhelés



Redukált feszültség



Elmozdulás

Hivatkozások

- [1] Prof. Dr. Páczelt István: Szimulációs eszközök a termék és berendezések tervezésében és megbízhatóságának értékelésében, Miskolci Egyetem, Mechanikai tanszék
- [2] Donald Mackenzie: The finite Element Method in Pressure Vessel Design by Analysis, University of Strathclyde, Glasgow, Scotland, UK
- [3] Marc 2010 User's Guide, MSC.Software, www.mscsoftware.com
- [4] Whitepaper, MSC.Software: Nonlinear Finite Element Analysis of Elastomers
- [5] Introduction to Finite Element Analysis (FEA) or Finite Element Method (FEM)
- [6] Vörös Gábor, Forberger Árpád: A végelem-módszer alapjai, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Közlekedésmérnöki Kar, 2012
- [7] Dr. Égert János, Dr. Pere Balázs, Dr. Keppler István, Végelem analízis, Széchenyi István Egyetem, Győr, 2011
- [8] ANSYS, FEA Best Practices,
http://innomet.ttu.ee/martin/MER0070/Loengud/FEA_Best_Practices.pdf
- [9] Dr. Tamás Péter, Bojtos Attila, Décsei-Paróczy Annamária, Dr. Fekete Róbert Tamás: Végelem módszerek, BME MOGI, Budapest, ISBN 978-963-313-145-9, 2014
http://www.mogi.bme.hu/TAMOP/vegelem_modszerek/ch06.html
- [10] Dr. Oldal István: Végelem-módszer alkalmazásának gyakorlata a gépészeti tervezésben, Új méretezési módszerek a gépészeti tervezésben I., Magyar Mérnöki Kamara, Gépészeti Tagozat, 2015
- [11] Szuchy Péter: Korszerű Géptervezési Alkalmazások, A Szegedi Tudományegyetem Mérnöki Karának Duális Képzései, 2015.11.13, TÁMOP-4.1.1.F-14/1/KONV-2015-0006, SZTE Mérnöki Kar, Műszaki Intézet