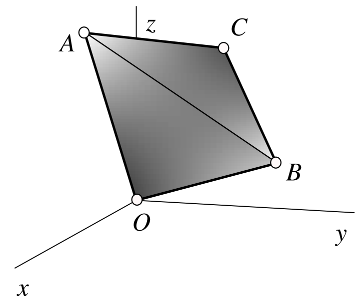
1. Vektoranalízis. Vektor értelmezése, tulajdonságai, megadása. Műveletek vektorokkal, külön hangsúlyt fektetve a szorzásokra (skalárral való, skaláris, vektoriális, kétszeres vektoriális, vegyes szorzás).



$A(2;0;5)$ [m]; $B(-1;4;0)$ [m]; $C(-3;0;4)$ [m]

$\vec{r}_A = ?$ $\quad \vec{r}_B = ?$ $\quad \vec{r}_C = ?$

$\vec{r}_A + \vec{r}_B = ?$ $\quad \vec{r}_C - \vec{r}_A = ?$ $\quad \vec{r}_B - \vec{r}_A = ?$

$\vec{r}_{AB} \cdot \vec{r}_{AC} = ?$

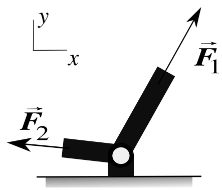
$\vec{r}_{AB} \times \vec{r}_{AC} = ?$

Megoldás: $\vec{r}_A = (2\vec{e}_x + 5\vec{e}_z)$ [m]; $\vec{r}_B = (-\vec{e}_x + 4\vec{e}_y)$ [m]; $\vec{r}_C = (-3\vec{e}_x + 4\vec{e}_z)$ [m]; $\vec{r}_A + \vec{r}_B = (\vec{e}_x + 4\vec{e}_y + 5\vec{e}_z)$ [m]; $\vec{r}_{AB} = (-3\vec{e}_x + 4\vec{e}_y - 5\vec{e}_z)$ [m]; $\vec{r}_{AC} = (-5\vec{e}_x - \vec{e}_z)$ [m]; $\vec{r}_{AB} \cdot \vec{r}_{AC} = 20$ [m^2]; $\vec{r}_{AB} \times \vec{r}_{AC} = (-4\vec{e}_x + 22\vec{e}_y + 20\vec{e}_z)$ [m^2].

---

2. Adott az $\vec{F}_0$ erőnek $\vec{F}_1$ és $\vec{F}_2$ komponense.

(MPt.I. 1.4 alapján)



$\vec{F}_1 = (40\,\vec{e}_x + 50\vec{e}_y)$ [N] $\quad \vec{F}_2 = (-20\,\vec{e}_x + 4\vec{e}_y)$ [N]

(a) Számítsuk ki az $\vec{F}_0$ erőt és az erő F_0 abszolút értékét!

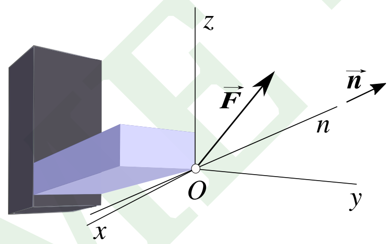
(b) Határozzuk meg az $\vec{F}_0$ erő irányát jelölő $\vec{e}$ egységvektort!

Megoldás: $\vec{F}_0 = (20\vec{e}_x + 54\vec{e}_y)$ [N]; $F_0 = 57,58$ [N]; $\vec{e} = (0,3473\vec{e}_x + 0,9377\vec{e}_y)$ [–].

---

3. Számítsuk ki az $\vec{F}$ erő n egyenes irányába eső és erre merőleges összevőit!

(MPt.I. 1.15 alapján)



$\vec{F} = (-4\vec{e}_x + 10\vec{e}_y + 5\vec{e}_z)$ [N]

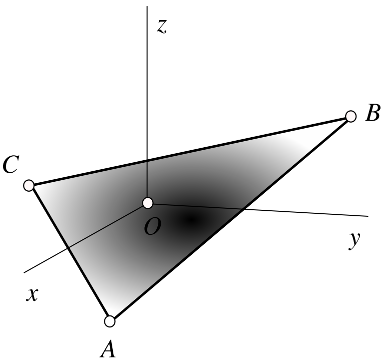
$\vec{n} = (3\vec{e}_y + 4\vec{e}_z)$ [–]

Megoldás: $\vec{F}_\parallel = (6\vec{e}_y + 8\vec{e}_z)$ [N]; $\vec{F}_\perp = (-4\vec{e}_x + 4\vec{e}_y - 3\vec{e}_z)$ [N].

---

4. Az xyz koordináta-rendszerben adott három pont.

(MPt.I. 1.26 alapján)



$A(2;0;-3)$ [m]; $B(-4;3;0)$ [m]; $C(4;-1;1)$ [m]

(a) Mi a feltétele annak, hogy az origóból e három pontba mutató helyvektor egy síkban legyen?

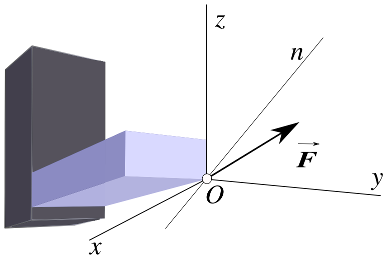
(b) Változtassuk meg a C pont z koordinátáját úgy, hogy az előző feltétel teljesüljön!

Megoldás: $(\vec{r}_A, \vec{r}_B, \vec{r}_C) \stackrel{?}{=} 0$; $\vec{r}_C \cdot \vec{e}_z = -4$ [m].

---

5. Az xyz koordináta-rendszerben adott az $\vec{\boldsymbol{F}}$ erővektor és az n egyenes $\vec{\boldsymbol{n}}$ irányvektora!

(MPt.I. 1.9 alapján)



$$\vec{\boldsymbol{F}} = (20\vec{\boldsymbol{e}}_x + 60\vec{\boldsymbol{e}}_y - 90\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{N}]$$

$$\vec{\boldsymbol{n}} = (-2\vec{\boldsymbol{e}}_x + 2\vec{\boldsymbol{e}}_y + 1\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[-]$$

(a) Számítsuk ki az $\vec{\boldsymbol{F}}$ erővektor $\vec{\boldsymbol{n}}$ irányába eső vetületét!

(b) Számítsuk ki a két vektor ($\vec{\boldsymbol{F}}$ és $\vec{\boldsymbol{n}}$) által bezárt α szöget!

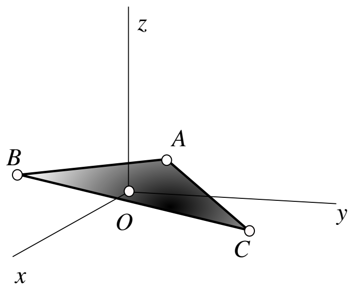
(c) Számítsuk ki az $\vec{\boldsymbol{F}} \times \vec{\boldsymbol{n}}$ vektoriális szorzatot!

Megoldás: $F_n = -3,\dot{3}\,[\mathrm{N}]$; $\alpha = 91,7365°$; $\vec{\boldsymbol{F}} \times \vec{\boldsymbol{n}} = (240\vec{\boldsymbol{e}}_x + 160\vec{\boldsymbol{e}}_y + 160\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{N}]$.

---

6. Adottak az xyz koordináta-rendszerben a következő helyvektorok.

(MPt.I. 1.13 alapján)



$$\vec{\boldsymbol{r}}_A = (2\vec{\boldsymbol{e}}_x + 3\vec{\boldsymbol{e}}_y + 2\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{m}]$$
$$\vec{\boldsymbol{r}}_B = (3\vec{\boldsymbol{e}}_x - 1\vec{\boldsymbol{e}}_y + 2\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{m}]$$
$$\vec{\boldsymbol{r}}_C = (-2\vec{\boldsymbol{e}}_x + 2\vec{\boldsymbol{e}}_y - 2\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{m}]$$

(a) Számítsuk ki a három vektor végpontjára fektethető sík normálisának egységvektorát!

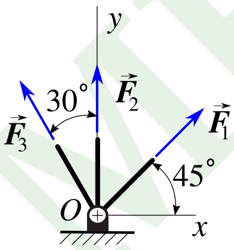
(b) Mekkora az $OABC$ tetraéder térfogata?

Megoldás: $\vec{\boldsymbol{n}} = (0,67\vec{\boldsymbol{e}}_x + 0,16\vec{\boldsymbol{e}}_y - 0,71\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[-]$; $V_{OABC} = \frac{10}{6}\,[\mathrm{m}^3]$.

---

7. Határozzuk meg az $\vec{\boldsymbol{F}}_1$, $\vec{\boldsymbol{F}}_2$ és $\vec{\boldsymbol{F}}_3$ erőkből álló erőrendszer $\vec{\boldsymbol{F}}$ eredőjét, annak F nagyságát és $\vec{\boldsymbol{e}}$ egységirány vektorát, valamint a támaszban ébredő $\vec{\boldsymbol{F}}_O$ támasztó erőt!

(N.F. 1 alapján)



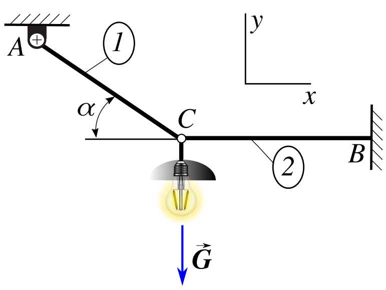
$$F_1 = 20\,[\mathrm{N}]$$
$$F_2 = 30\,[\mathrm{N}]$$
$$F_3 = 10\,[\mathrm{N}]$$

Megoldás: $\vec{\boldsymbol{F}} = (9,1421\vec{\boldsymbol{e}}_x + 52,8023\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{N}]$; $F_0 = 53,5879\,[\mathrm{N}]$;
$\vec{\boldsymbol{e}} = (0,1706\vec{\boldsymbol{e}}_x + 0,9853\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[-]$; $\vec{\boldsymbol{F}}_O = (-9,1421\vec{\boldsymbol{e}}_x - 52,8023\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{N}]$.

---

8. Egy lámpa az ábrán látható módon van elhelyezve. Modellezzük tömegpontként a lámpatestet!

(N.F. 2 alapján)



$$G = 800\,[\mathrm{N}]$$
$$\alpha = 30°$$

(a) Határozzuk meg a lámpatestre ható $\vec{\boldsymbol{F}}_1$ és $\vec{\boldsymbol{F}}_2$ erőt!

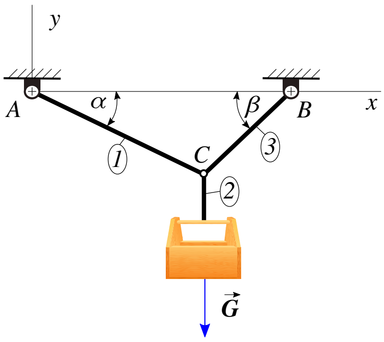
(b) Mekkorák a kötelekben ébredő F_1 és F_2 kötélerők?

Megoldás: $\vec{\boldsymbol{F}}_1 = (-1385,64\vec{\boldsymbol{e}}_x + 800\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{N}]$; $\vec{\boldsymbol{F}}_2 = (1385,64\vec{\boldsymbol{e}}_x)\,[\mathrm{N}]$; $F_1 = 1600\,[\mathrm{N}]$; $F_2 = 1385,64\,[\mathrm{N}]$.

---

9. A $G = 800\,[\mathrm{N}]$ súlyú terhet kötelek segítségével tartjuk a magasban.

(N.F. 3 alapján)



$\alpha = 30\,°;\ \beta = 45°$

(a) Tekintve a C pontba találkozó köteleket, határozzuk meg a három kötélben ébredő $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ és $\vec{F}_3$ erőt!

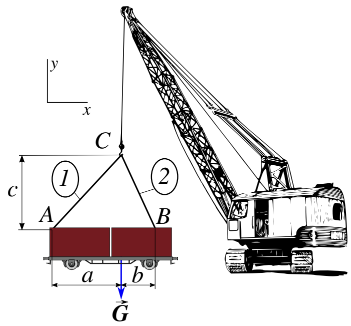
(b) Mekkora nagyságúak a kötélerők?

Megoldás:
$\vec{F}_1 = (-507,17\vec{e}_x + 292,82\vec{e}_y)\,[\mathrm{N}]$; $\vec{F}_2 = (-800\vec{e}_y)\,[\mathrm{N}]$; $\vec{F}_3 = (507,17\vec{e}_x + 507,17\vec{e}_y)\,[\mathrm{N}]$;
$F_1 = 585,64\,[\mathrm{N}]$; $F_2 = 800\,[\mathrm{N}]$; $F_3 = 717,26\,[\mathrm{N}]$.

---

10. Egy $G = 2,5\,[\mathrm{kN}]$ súlyú terhet két kábellel erősítünk egy darura.

(N.F. 4 alapján)



$a = 3\,[\mathrm{m}]$, $b = 2\,[\mathrm{m}]$, $c = 5\,[\mathrm{m}]$

(a) Határozzuk meg a terhet tartó két kábelágban ébredő $\vec{F}_1$, és $\vec{F}_2$ erőt!

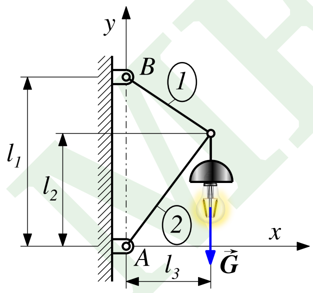
(b) Mekkora a kábelágakban ébredő erők nagysága?

Megoldás:
$\vec{F}_1 = (600\vec{e}_x + 1000\vec{e}_y)\,[\mathrm{N}]$; $\vec{F}_2 = (-600\vec{e}_x + 1500\vec{e}_y)\,[\mathrm{N}]$;
$F_1 = 1166,19\,[\mathrm{N}]$; $F_2 = 1615,55\,[\mathrm{N}]$.

---

11. Adott az ábrán látható lámpa rudas megtámasztása.

(K. I. 2-6 alapján)



$G = 600\,[\mathrm{N}]$, $l_1 = 3\,[\mathrm{m}]$, $l_2 = 2,7\,[\mathrm{m}]$, $l_3 = 1\,[\mathrm{m}]$

(a) Határozzuk meg az 1-es és a 2-es rudakban ébredő erők nagyságát!

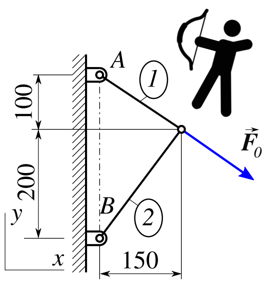
(b) Írjuk fel az $\vec{F}_A$ és $\vec{F}_B$ támasztóerőket!

Megoldás:
$F_1 = 208,81\,[\mathrm{N}]$; $F_2 = 575,85\,[\mathrm{N}]$; $\vec{F}_A = (200\vec{e}_x + 540\vec{e}_y)\,[\mathrm{N}]$; $\vec{F}_B = (-200\vec{e}_x + 60\vec{e}_y)\,[\mathrm{N}]$.

---

12. Adott az ábrán látható $\vec{F}_0$ erővel megfeszített húr.

(K.I. 5 alapján)



$\vec{F}_0 = (900\vec{e}_x - 300\vec{e}_y)\,[\mathrm{N}]$

(a) Írjuk fel az $\vec{F}_1$ és $\vec{F}_2$ húrokban ébredő erőket!

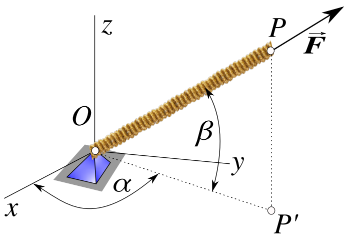
(b) Határozzuk meg az 1-es és a 2-es húrokban ébredő erők nagyságát!

Megoldás:
$\vec{F}_1 = (-750\vec{e}_x + 500\vec{e}_y)\,[\mathrm{N}]$; $\vec{F}_2 = (-150\vec{e}_x - 200\vec{e}_y)\,[\mathrm{N}]$;
$F_1 = 901,39\,[\mathrm{N}]$; $F_2 = 250\,[\mathrm{N}]$.

---

13. Tekintsük az ábrán látható (súlytalan!) kötél terhelését.

(N.F. 5 alapján)



$\alpha = 45°,\ \beta = 45°,\ F = 100\,[\mathrm{N}]$

(a) Írjuk fel az $\vec{\boldsymbol{F}}$ vektor x, y és z irányú komponenseit!

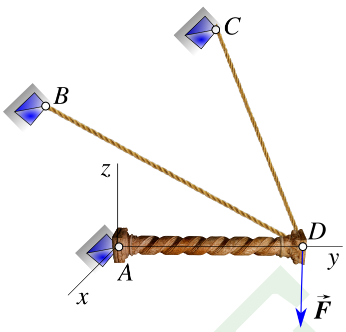
(b) Határozzuk meg a talaj által az O pontban kifejtett $\vec{\boldsymbol{F}}_O$ reakcióerőt!

Megoldás:
$F_x = 50\,[\mathrm{N}];\ F_y = 50\,[\mathrm{N}];\ F_z = 70,71\,[\mathrm{N}];\ F_O = (-50\vec{e}_x - 50\vec{e}_y - 70,71\vec{e}_z)\,[\mathrm{N}]$.

---

14. Az AD súlytalan (!) oszlop a B illetve a C pontokhoz csatlakozó kötelek segítségével az $\vec{\boldsymbol{F}}$ súlyú terhet egyensúlyozza.

(N.F. 6 alapján)



$\vec{\boldsymbol{F}} = (-80\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{kN}]$;
$A(0;0;0)\,[\mathrm{m}];\ B(5;0;5)\,[\mathrm{m}];\ C(-4;0;3)\,[\mathrm{m}];\ D(0;8;0)\,[\mathrm{m}]$

(a) Határozza meg az A, B és C támaszokban ébredő erőket!

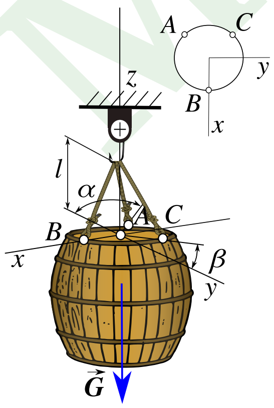
(b) Melyik a nagyobb kötélerő, miért?

Megoldás:
$\vec{\boldsymbol{F}}_A = (164,5714\,\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{kN}];\ \vec{\boldsymbol{F}}_B = (45,7143\vec{\boldsymbol{e}}_x - 73,1429\vec{\boldsymbol{e}}_y + 45,7143\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{kN}]$;
$\vec{\boldsymbol{F}}_C = (-45,7143\vec{\boldsymbol{e}}_x - 91,4286\vec{\boldsymbol{e}}_y + 34,2857\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{kN}]$;
$F_B = 97,6190\,[\mathrm{kN}];\ F_C = 107,8169\,[\mathrm{kN}]$.

---

15. Egy hordót az A, B és C helyeken erősítünk egy kampó emelőköteleihez. Az emelőkampó $l = 1\,[\mathrm{m}]$-re helyezkedik el a hordó $r = 1\,[\mathrm{m}]$ sugarú felső peremének közepe (origó) fölött.

(N.F. 7 alapján)



$\alpha = 45°;\ \beta = 45°;\ \vec{\boldsymbol{G}} = (-3\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{kN}]$

(a) Írjuk fel a kötelek által a hordóra kifejtett erőket ($\vec{\boldsymbol{F}}_A$; $\vec{\boldsymbol{F}}_B$; $\vec{\boldsymbol{F}}_C$)!

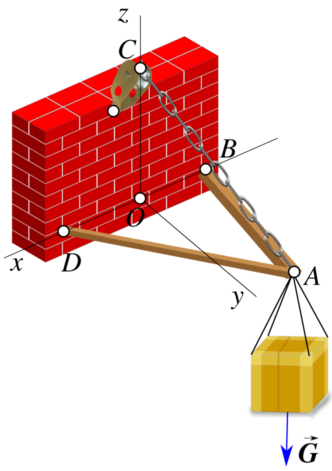
(b) Mekkora a kötelekben ébredő erők nagysága?

Megoldás: $\vec{\boldsymbol{F}}_A = (621,32\vec{\boldsymbol{e}}_x + 621,32\vec{\boldsymbol{e}}_y + 878,67\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{N}]$;
$\vec{\boldsymbol{F}}_B = (-1242,64\vec{\boldsymbol{e}}_x + 1242,64\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{N}];\ \vec{\boldsymbol{F}}_C = (621,32\vec{\boldsymbol{e}}_x - 621,32\vec{\boldsymbol{e}}_y + 878,67\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{N}]$;
$F_A = 1242,63\,[\mathrm{N}];\ F_B = 1757,35\,[\mathrm{N}];\ F_C = 1242,63\,[\mathrm{N}]$.

---

16. Egy $\vec{\boldsymbol{G}} = (-12\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{kN}]$ súlyú testet a DA és BA rudakkal, valamint a CA lánc segítségével tartunk egyensúlyban. Az A, B, C és D helyeken egy-egy gömbcsukló található. Az A helyen mindhárom tartóelem össze van kapcsolva.

(N.F. 8 alapján)



$\vec{\boldsymbol{r}}_A = (4\vec{\boldsymbol{e}}_y + \vec{\boldsymbol{e}}_z)$ [m]; $\vec{\boldsymbol{r}}_B = (-4\vec{\boldsymbol{e}}_x)$ [m]; $\vec{\boldsymbol{r}}_C = (4\vec{\boldsymbol{e}}_z)$ [m]; $\vec{\boldsymbol{r}}_D = (2\vec{\boldsymbol{e}}_x)$ [m].

(a) Határozzuk meg a rudak támasztóerejét!

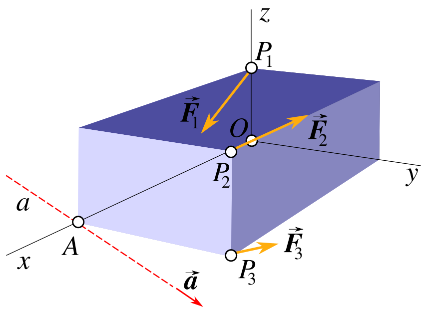
(b) Mekkora a láncban ébredő húzóerő nagysága?

Megoldás:
$\vec{\boldsymbol{F}}_B = (4\vec{\boldsymbol{e}}_x + 4\vec{\boldsymbol{e}}_y + \vec{\boldsymbol{e}}_z)$ [kN]; $\vec{\boldsymbol{F}}_D = (-4\vec{\boldsymbol{e}}_x + 8\vec{\boldsymbol{e}}_y + 2\vec{\boldsymbol{e}}_z)$ [kN]; $F_C = 15$ [kN].

17. Ismertek az ábrán vázolt téglatestre ható erők, valamint az a jelű egyenes.

(MPt.I. 1.61. alapján)

$\vec{\boldsymbol{F}}_1 = (4\vec{\boldsymbol{e}}_x - 4\vec{\boldsymbol{e}}_z)$ [N]; $\vec{\boldsymbol{F}}_2 = (-2\vec{\boldsymbol{e}}_x)$ [N]; $\vec{\boldsymbol{F}}_3 = (2\vec{\boldsymbol{e}}_x + 3\vec{\boldsymbol{e}}_y + 4\vec{\boldsymbol{e}}_z)$ [N];
$\vec{\boldsymbol{a}} = (-2\vec{\boldsymbol{e}}_x + 4\vec{\boldsymbol{e}}_y - 4\vec{\boldsymbol{e}}_z)$ [−]; $P_2(8,6,4)$ [m];



(a) Határozzuk meg az erőrendszer eredőjét!

(b) Mekkora az erőrendszer O és A pontokra számított nyomatéka?

(c) Határozzuk meg az erőrendszer x, y és z koordináta-tengelyekre számított nyomatékát!

(d) Mekkora az erőrendszer a tengelyre számított nyomatéka?

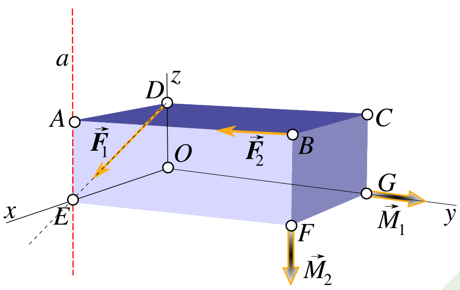
Megoldás:
$\vec{\boldsymbol{F}} = (4\vec{\boldsymbol{e}}_x + 3\vec{\boldsymbol{e}}_y)$ [N]; $\vec{\boldsymbol{M}}_O = (24\vec{\boldsymbol{e}}_x - 24\vec{\boldsymbol{e}}_y + 24\vec{\boldsymbol{e}}_z)$ [Nm]; $\vec{\boldsymbol{M}}_A = (24\vec{\boldsymbol{e}}_x - 24\vec{\boldsymbol{e}}_y)$ [Nm];
$M_x = 24$ [Nm]; $M_y = -24$ [Nm]; $M_z = 24$ [Nm]; $M_a = -24$ [Nm]

---

18. Adott az ábrán vázolt téglatestre működő erőrendszer.

$F_1 = F_2 = 5$ [MN]; $M_1 = M_2 = 20$ [MNm]; $\vec{\boldsymbol{r}}_B = (4\vec{\boldsymbol{e}}_x + 8\vec{\boldsymbol{e}}_y + 3\vec{\boldsymbol{e}}_z)$ [m];

(MPt.I. 1.63. alapján)



(a) Mekkora az erőrendszer $\vec{\boldsymbol{F}}$ eredője?

(b) Határozzuk meg az erőrendszer O és A pontokra számított $\vec{\boldsymbol{M}}_O$ és $\vec{\boldsymbol{M}}_A$ nyomatékát!

(c) Mekkora az erőrendszer a tengelyre számított nyomatéka?

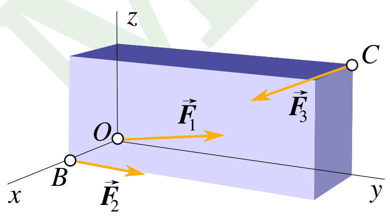
Megoldás:
$\vec{\boldsymbol{F}} = (4\vec{\boldsymbol{e}}_x - 5\vec{\boldsymbol{e}}_y - 3\vec{\boldsymbol{e}}_z)$ [MN]; $\vec{\boldsymbol{M}}_O = (15\vec{\boldsymbol{e}}_x + 32\vec{\boldsymbol{e}}_y - 40\vec{\boldsymbol{e}}_z)$ [MNm];
$\vec{\boldsymbol{M}}_A = (8\vec{\boldsymbol{e}}_y - 20\vec{\boldsymbol{e}}_z)$ [MNm]; $M_a = -20$ [MNm].

---

19. Az xyz koordináta-rendszerben adott az alábbi téglatestre ható erőrendszer.

$B(2;0;0)$ [m]; $C(0;8;4)$ [m]; $\vec{\boldsymbol{F}}_1 = (-10\vec{\boldsymbol{e}}_x + 20\vec{\boldsymbol{e}}_y)$ [N]; $\vec{\boldsymbol{F}}_2 = (40\vec{\boldsymbol{e}}_y)$ [N]; $\vec{\boldsymbol{F}}_3 = (10\vec{\boldsymbol{e}}_x - 40\vec{\boldsymbol{e}}_y - 20\vec{\boldsymbol{e}}_z)$ [N].

(MPt.I. 1.70d. alapján)



(a) Határozzuk meg a téglatestre ható erőrendszer O pontba redukált vektorkettősét!

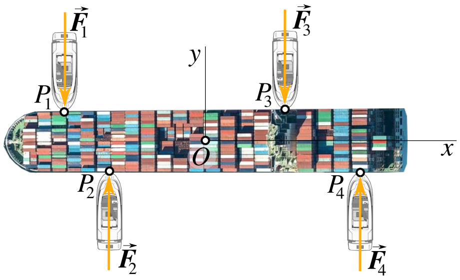
(b) Döntsük el, hogy a kapott erőrendszer melyik osztályozási csoportba tartozik!

Megoldás:
$\vec{\boldsymbol{F}} = (20\vec{\boldsymbol{e}}_y - 20\vec{\boldsymbol{e}}_z)$ [N]; $\vec{\boldsymbol{M}}_O = (40\vec{\boldsymbol{e}}_y)$ [Nm]; II.b erőcsavar.

---

20. Egy teherhajót négy tolóhajó mozgat. A tolóerők ($\vec{F}_i, i = 1, ..., 4$) az alábbi ábra szerint adottak.

(MPt.I. 1.77 alapján)



$P_1(-60; 20)$ [m]; $P_2(-40; -20)$ [m];
$P_3(30; 20)$ [m]; $P_4(60; -20)$ [m];
$F_1 = 2$ [kN]; $F_2 = 8$ [kN]; $F_3 = 4$ [kN]; $F_4 = 3$ [kN];

(a) Redukáljuk az erőrendszert az O pontba!

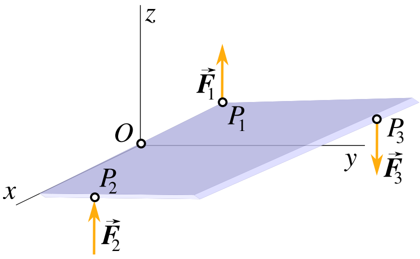
(b) Határozzuk meg a K erőközéppontot!

Megoldás:
$\vec{F} = (5\vec{e}_y)$ [kN]; $\vec{M}_O = (-140\vec{e}_z)$ [kNm]; $\vec{r}_K = (-28\vec{e}_x - 68\vec{e}_y)$ [m].

---

21. Adott az xy síkban elhelyezkedő lemezre ható párhuzamos erőrendszer.

(MPt.I. 1.78 alapján)



$P_1(-4; 0; 0)$ [m]; $P_2(4; 3; 0)$ [m]; $P_3(-2; 8; 0)$ [m];
$F_1 = 5$ [kN]; $F_2 = 4$ [kN]; $F_3 = 3$ [kN]

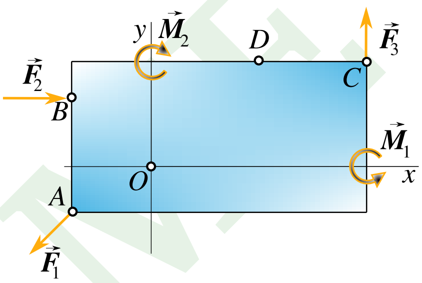
(a) Határozzuk meg az erőrendszer K erőközéppontját!

Megoldás:
$\vec{r}_K = (0,\dot{3}\vec{e}_x - 2\vec{e}_y)$ [m]

---

22. Adott az alábbi ábrán vázolt testre ható erőrendszer.
$\vec{F}_1 = (-2\vec{e}_x - 3\vec{e}_y)$ [N]; $\vec{F}_2 = (3\vec{e}_x)$ [N]; $\vec{F}_3 = (\vec{e}_y)$ [N]; $\vec{M}_1 = (2\vec{e}_z)$ [Nm]; $\vec{M}_2 = (-4\vec{e}_z)$ [Nm];
$A(-4; -2)$ [m]; $B(-4, 2)$ [m]; $C(8, 4)$ [m]; $D(4, 4)$ [m]

(MPt.I. 1.55. alapján)



(a) Számítsuk ki az erőrendszer nyomatékát az O, illetve a D pontra!

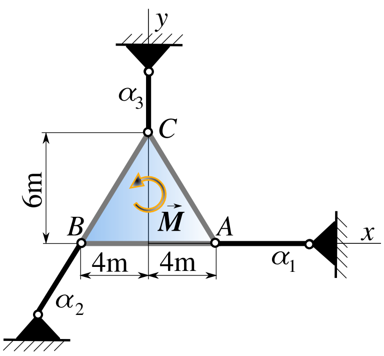
(b) Helyettesítse az erőrendszert az eredőjével: először x tengely G, majd az y tengely H pontjában!

Megoldás:
$\vec{M}_O = (8\vec{e}_z)$ [Nm]; $\vec{M}_D = (20\vec{e}_z)$ [Nm]; $\vec{r}_G = (-4\vec{e}_x)$ [m]; $\vec{r}_H = (-8\vec{e}_y)$ [m];

---

23. Az alábbi testre a rudas megtámasztásokon átmenő α_i hatásvonalakon működő ismeretlen $\vec{F}_i$ támasztóerők, valamint az ismert $\vec{M}$ erőpár hat ($i = 1, 2, 3$).

(N.F. 14 alapján)



$\vec{M} = (12\vec{e}_z)$ [Nm]

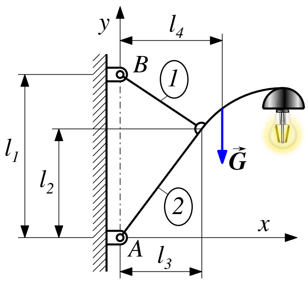
(a) Számítsuk ki az $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ és $\vec{F}_3$ ismeretlen erőket!

Megoldás:
$\vec{F}_1 = (-2\vec{e}_x)$ [N]; $\vec{F}_2 = (2\vec{e}_x + 3\vec{e}_y)$ [N]; $\vec{F}_3 = (-3\vec{e}_y)$ [N];

---

24. Adott az ábrán látható lámpa terhelése és felfüggesztése.

(K. I. 2-6 alapján)



$G = 600$ [N], $l_1 = 3$ [m], $l_2 = 2,7$ [m], $l_3 = 1$ [m], $l_4 = 1,2$ [m]

(a) Határozzuk meg az 1-es és a 2-es rudak által az A illetve a B támaszokra kifejtett erők nagyságát!

(b) Írjuk fel az $\vec{F}_A$ és $\vec{F}_B$ támasztóerőket!

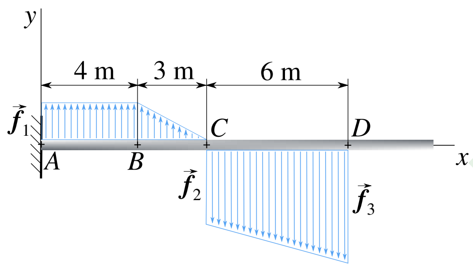
Megoldás:
$F_A = 579,99$ [N]; $F_B = 250,57$ [N]; $\vec{F}_A = (240\vec{e}_x + 528\vec{e}_y)$ [N]; $\vec{F}_B = (-240\vec{e}_x + 72\vec{e}_y)$ [N].

---

25. Adott az $ABCD$ vízszintes gerenda geometriája és megoszló terhelése.

(N.F. 15 alapján)

$\vec{f}_1 = (2\vec{e}_y)\,[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}]$; $\vec{f}_2 = (-4\vec{e}_y)\,[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}]$; $\vec{f}_3 = (-6\vec{e}_y)\,[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}]$;



(a) Redukáljuk az x-tengely mentén megoszló erőrendszert az A pontba!

(b) Határozzuk meg a megoszló erőrendszer centrális egyenesének x_E koordinátáját!

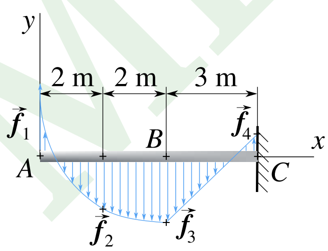
(c) Számítsuk ki a támasztó erőket!

Megoldás:
$\vec{F} = (-19\vec{e}_y)$ [N]; $\vec{M}_A = (-275\vec{e}_z)$ [Nm]; $x_E = 14,47$ [m];
$F_{Ay} = 19$ [N]; $M_{\alpha A} = 275$ [Nm].

---

26. Adott az ábrán látható megoszló erőrendszer, mely az AB szakaszon másodfokú parabola, míg a BC szakaszon lineárisan változik.
$\vec{f}_1 = (4\vec{e}_y)\,[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}]$; $\vec{f}_2 = (-2\vec{e}_y)\,[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}]$; $\vec{f}_3 = (-3\vec{e}_y)\,[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}]$; $\vec{f}_4 = (\vec{e}_y)\,[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}]$;

(N.F. 16 alapján)



(a) Redukálja az erőrendszert a C pontba!

(b) A C pontnál lévő rögzítés helyett hol és milyen helyzetű rúddal lehet megtámasztani a tartót?

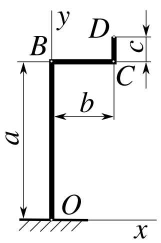
(c) Mekkorák lesznek az A és B pontoknál a támasztóerők, ha ezeken a helyeken a tartót egy-egy y-irányú rúddal megtámasztjuk, és a tartó egyensúlyban van?

Megoldás: $\vec{F} = (-7,\dot{6}\vec{e}_y)$ [N]; $\vec{M}_C = (21,5\vec{e}_z)$ [Nm];
$\vec{r}_{CE} = (-2,8043\vec{e}_x)$ [m]; y-irányú; $F_{Ay} = 0,375$ [N]; $F_{By} = 8,042$ [N].

---

27. Ismert az $OBCD$ törtvonal a következő adatokkal: $a = 120$ [mm], $b = 50$ [mm], $c = 20$ [mm].

(MPt.I. 152 alapján)



(a) Határozzuk meg a törtvonal O pontra számított $\vec{S}_O$ statikai nyomatékát!

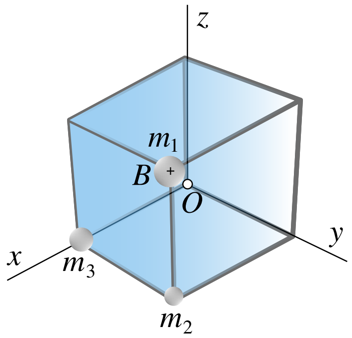
(b) Határozzuk meg a B pontra számított $\vec{S}_B$ statikai nyomatékot!

(c) Adjuk meg a törtvonal súlypontjának x_S és y_S koordinátáit!

Megoldás:
$\vec{S}_O = (2\,250\vec{e}_x + 15\,800\vec{e}_y)$ [mm^2]; $\vec{S}_B = (2\,250\vec{e}_x - 7\,000\vec{e}_y)$ [mm^2];
$x_S = 11,84$ [mm]; $y_S = 83,16$ [mm].

---

28. Adott egy anyagi pontokból álló skalárrendszer. (N.F. 17 alapján)



$m_1 = 5\,[\text{kg}]$; $m_2 = 2\,[\text{kg}]$; $m_3 = 3\,[\text{kg}]$;
$\vec{\boldsymbol{r}}_B = (4\vec{\boldsymbol{e}}_x + 4\vec{\boldsymbol{e}}_y + 3\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\text{m}]$;

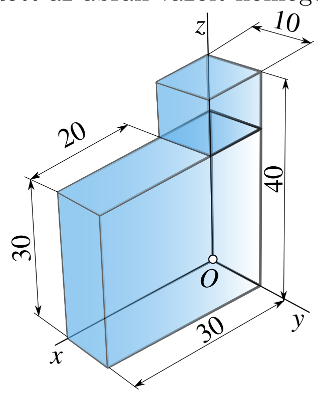
(a) Számítsuk ki a tömegpontrendszer O, illetve B pontokra vonatkozó $\vec{\boldsymbol{S}}_O$, illetve $\vec{\boldsymbol{S}}_B$ statikai nyomatékát!

(b) Határozzuk meg a tömegközéppont helyét!

Megoldás:
$\vec{\boldsymbol{S}}_O = (40\vec{\boldsymbol{e}}_x + 28\vec{\boldsymbol{e}}_y + 15\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\text{kgm}]$; $\vec{\boldsymbol{S}}_B = (-12\vec{\boldsymbol{e}}_y - 15\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\text{kgm}]$;
$\vec{\boldsymbol{r}}_T = (4\vec{\boldsymbol{e}}_x + 2,8\vec{\boldsymbol{e}}_y + 1,5\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\text{m}]$.

---

29. Adott az ábrán vázolt homogén test. (N.F. 18 alapján)



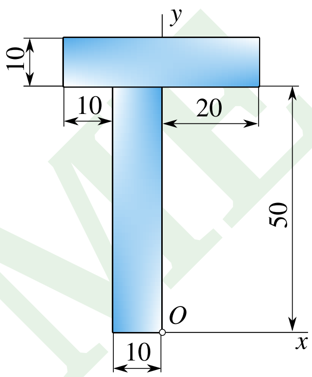
(a) Határozzuk meg a homogén test súlypontját!

(b) Hogyan változik a súlypont helye, ha a test $10 \times 10 \times 10$-es felső kocka része a többihez képest kétszerakkora sűrűségű anyagból készül?

Megoldás:
$\vec{\boldsymbol{r}}_S = (14\vec{\boldsymbol{e}}_x + 5\vec{\boldsymbol{e}}_y + 17\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\text{mm}]$;
$\tilde{\vec{\boldsymbol{r}}}_S = (13,\dot{1}\dot{8}\vec{\boldsymbol{e}}_x + 5\vec{\boldsymbol{e}}_y + 18,\dot{6}\dot{3}\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\text{mm}]$.

---

30. Ismert az ábrán vázolt homogén síkbeli alakzat. (N.F. 19 alapján)



(a) Számítsuk ki a keresztmetszet x-tengelyre számított S_x és y-tengelyre számított S_y statikai nyomatékát!

(b) Határozzuk meg az O pontra számított $\vec{\boldsymbol{S}}_O$ statikai nyomatékot!

(c) Adjuk meg a keresztmetszet súlypontjának $\vec{\boldsymbol{r}}_S$ helyvektorát!

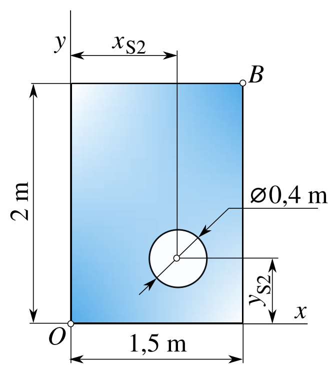
Megoldás:
$S_x = 34\,500\,[\text{mm}^3]$; $S_y = -2\,500\,[\text{mm}^3]$; $\vec{\boldsymbol{S}}_O = (-2\,500\vec{\boldsymbol{e}}_x + 34\,500\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\text{mm}^3]$;
$\vec{\boldsymbol{r}}_S = (-2,\dot{7}\vec{\boldsymbol{e}}_x + 38,\dot{3}\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\text{mm}]$.

---

31. Ismert a köralakú furattal gyengített homogén test síkmetszetének O pontra számított statikai nyomatéka.

$$\vec{\boldsymbol{S}}_O = (2,1118\vec{\boldsymbol{e}}_x + 2,9246\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\text{m}^3]$$

(MPt.I. 150 alapján)



(a) Határozzuk meg a körközéppont $\vec{\boldsymbol{r}}_{S2}$ súlypontjának koordinátáit!

(b) Határozzuk meg a B pontra számított $\vec{\boldsymbol{S}}_B$ statikai nyomatékot!

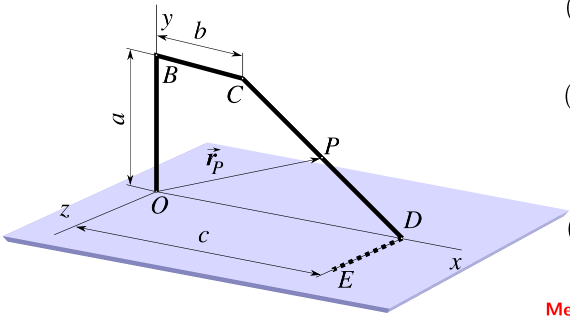
(c) Adjuk meg a keresztmetszet súlypontjának $\vec{\boldsymbol{r}}_S$ helyvektorát!

Megoldás:
$x_{S2} = 1\,100\,[\text{mm}]$; $y_{S2} = 600\,[\text{mm}]$; $\vec{\boldsymbol{S}}_B = (-2,1997\vec{\boldsymbol{e}}_x - 2,8240\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\text{m}^3]$;
$\vec{\boldsymbol{r}}_S = (0,7347\vec{\boldsymbol{e}}_x + 1,0175\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\text{m}]$.

---

32. Ismert az $OBCD$ törtvonal a következő adatokkal: $a = 6$ [m], $b = 4$ [m], $c = 12$ [m], valamint a P pont, mely szintén az xy síkban fekszik. $\vec{\boldsymbol{r}}_P = (8\vec{\boldsymbol{e}}_x + 3\vec{\boldsymbol{e}}_y)$ [m].

(MPt.I. 155 alapján)



(a) Számítsuk ki az $OBCD$ törtvonal P pontra vonatkozó $\vec{\boldsymbol{S}}_P$ statikai nyomatékát!

(b) Mekkora a $\overline{DE}$ szakasszal kiegészített törtvonal P pontra számított $\vec{\boldsymbol{S}}_P^*$ statikai nyomatéka, ha $\overline{DE} = 4$ [m]?

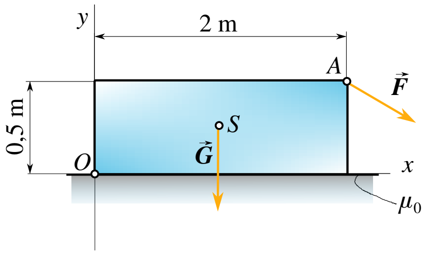
(c) Határozzuk meg az $OBCD$ ($\vec{\boldsymbol{r}}_{S1}$), illetve az $OBCDE$ törtvonalak ($\vec{\boldsymbol{r}}_{S2}$) súlypontjait!

Megoldás:
$\vec{\boldsymbol{S}}_P = (-72\vec{\boldsymbol{e}}_x + 12\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{m}^2]$; $\vec{\boldsymbol{S}}_P^* = (-56\vec{\boldsymbol{e}}_x + 8\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{m}^2]$;
$x_{S1} = 4,4$ [m]; $y_{S1} = 3,6$ [m]; $z_{S1} = 0$ [m].
$x_{S2} = 5,\dot{6}$ [m]; $y_{S2} = 3$ [m]; $z_{S2} = 0,\dot{3}$ [m];

---

33. Vízszintes érdes talajra – kezdősebesség nélkül – helyezett $\vec{\boldsymbol{G}}$ súlyú testre ismert $\vec{\boldsymbol{F}}$ erő hat. A nyugvásbeli súrlódási tényező μ_0.
$\vec{\boldsymbol{G}} = (-800\vec{\boldsymbol{e}}_y)$ [N], $\vec{\boldsymbol{F}} = (300\vec{\boldsymbol{e}}_x - 200\vec{\boldsymbol{e}}_y)$ [N], $\mu_0 = 0,35$.

(MPt.I. 5.2 alapján)



(a) Feltételezve, hogy a test nyugalomban marad, határozzuk meg a támasztó ER $\vec{\boldsymbol{F}}_\alpha$ eredőjét, x_C helyét!

(b) Írjuk fel a centrális egyenes egyenletét!

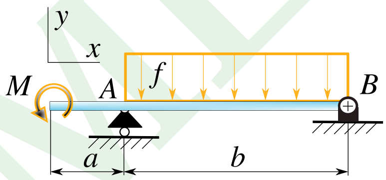
(c) A megadott μ_0 esetén nyugalomban marad-e a test?

Megoldás:
$\vec{\boldsymbol{F}}_\alpha = (-300\vec{\boldsymbol{e}}_x + 1000\vec{\boldsymbol{e}}_y)$ [N]; $x_C = 1,35$ [m], $y = -3,\dot{3}x + 4,5$; igen ($\mu_0 > \mu_0^{\mathrm{min}}$).

---

34. Határozza meg az alábbi tartó támasztóerő rendszerét!

(MPt.I. 5.6 alapján)



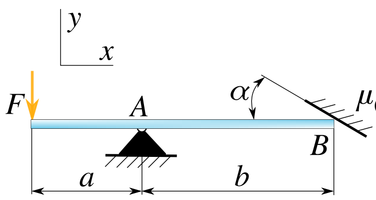
$a = 2$ [m], $b = 6$ [m], $M = 36$ [kNm], $f = 2\,[\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}]$.

Megoldás:
$\vec{\boldsymbol{F}}_A = (12\vec{\boldsymbol{e}}_y)$ [kN]; $\vec{\boldsymbol{F}}_B = \vec{\boldsymbol{0}}$ [kN].

---

35. Határozza meg az alábbi tartó támasztóerő rendszerét!

(MPt.I. 5.8 alapján)



$a = 2$ [m], $b = 4$ [m], $\alpha = 30°$,

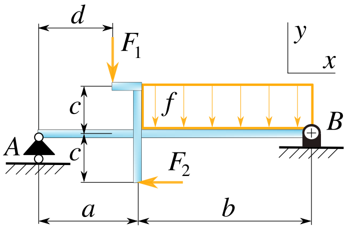
$F = 4$ [kN], $\mu_0 = 0$.

Megoldás:
$\vec{\boldsymbol{F}}_A = (1,154\vec{\boldsymbol{e}}_x + 6\vec{\boldsymbol{e}}_y)$ [kN]; $\vec{\boldsymbol{F}}_B = (-1,154\vec{\boldsymbol{e}}_x - 2\vec{\boldsymbol{e}}_y)$ [kN].

---

36. Határozza meg az alábbi tartó támasztóerő rendszerét!

(MPt.I. 5.13 alapján)



$a = 2\,[\mathrm{m}]$, $b = 4\,[\mathrm{m}]$, $c = 1\,[\mathrm{m}]$, $d = 1,5\,[\mathrm{m}]$,

$F_1 = 600\,[\mathrm{N}]$, $F_2 = 500\,[\mathrm{N}]$, $f = 100\,[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}]$.

Megoldás:

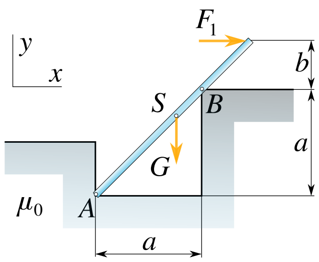
$\vec{\boldsymbol{F}}_A = (500\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{N}]$; $\vec{\boldsymbol{F}}_B = (500\vec{\boldsymbol{e}}_x + 500\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{N}]$.

---

37. Adott az A és B helyeken sima ($\mu_0 = 0$) felületeknek támaszkodó $\vec{\boldsymbol{G}}$ súlyú homogén prizmatikus rúd.

(MPt.I. 5.31 alapján)

$a = 2\,[\mathrm{m}]$, $b = 1\,[\mathrm{m}]$, $G = 100\,[\mathrm{N}]$



(a) Feltételezve, hogy a test nyugalomban marad, határozzuk meg az F_1 maximális értékét ha $F_1 > 0$, illetve ha $F_1 < 0$!

(b) Mekkorák a fenti esetekben a támasztóerők?

Megoldás:

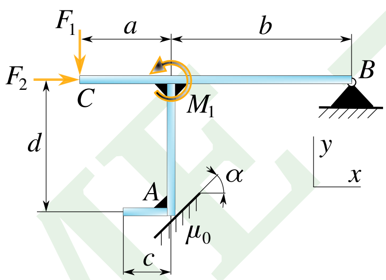
$\vec{\boldsymbol{F}}_1 = (83,\dot{3}\vec{\boldsymbol{e}}_x)\,[\mathrm{N}]$; $\vec{\boldsymbol{F}}_A = (16,\dot{6}\vec{\boldsymbol{e}}_x)\,[\mathrm{N}]$; $\vec{\boldsymbol{F}}_B = (-100\vec{\boldsymbol{e}}_x + 100\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{N}]$;

$\vec{\boldsymbol{F}}_1 = (-50\vec{\boldsymbol{e}}_x)\,[\mathrm{N}]$; $\vec{\boldsymbol{F}}_A = (50\vec{\boldsymbol{e}}_x + 100\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{N}]$; $\vec{\boldsymbol{F}}_B = \vec{\boldsymbol{0}}\,[\mathrm{N}]$.

---

38. Adott az ábrán látható egyszerű szerkezet.

(MPt.I. 5.21 alapján)



$a = 2\,[\mathrm{m}]$, $b = 4\,[\mathrm{m}]$, $c = 1\,[\mathrm{m}]$, $d = 3\,[\mathrm{m}]$, $\alpha = 45°$,

$F_1 = 6\,[\mathrm{kN}]$, $F_2 = 2\,[\mathrm{kN}]$, $M_1 = 13\,[\mathrm{kNm}]$

Feltételezve, hogy az A támaszhely sima ($\mu_0 = 0$) falfelület, keressük az A és B pontoknál ébredő támasztóerőket!

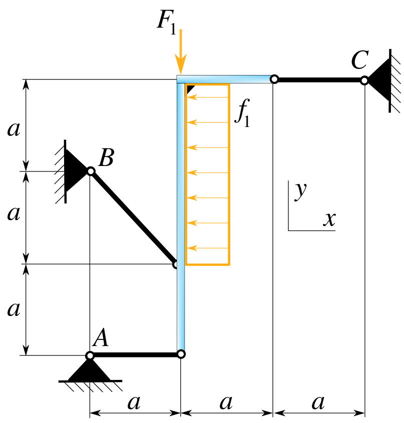
Megoldás:

$\vec{\boldsymbol{F}}_A = (-7\vec{\boldsymbol{e}}_x + 7\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{kN}]$; $\vec{\boldsymbol{F}}_B = (5\vec{\boldsymbol{e}}_x - \vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{kN}]$.

---

39. Adott az ábrán látható rudas megtámasztású egyszerű szerkezet. Határozzuk meg a tamasztóerő rendszert!

(MPt.I. 5.34 alapján)



$a = 2\,[\mathrm{m}]$, $F_1 = 8\,[\mathrm{kN}]$, $f_1 = 2\,[\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}]$

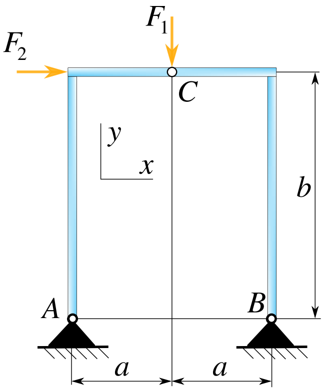
Megoldás:

$\vec{\boldsymbol{F}}_A = \vec{\boldsymbol{F}}_C = (8\vec{\boldsymbol{e}}_x)\,[\mathrm{kN}]$; $\vec{\boldsymbol{F}}_B = (-8\vec{\boldsymbol{e}}_x + 8\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{kN}]$.

---

40. Határozzuk meg az alábbi tartó tamasztóerő rendszerét!

(MPt.I. 5.22 alapján)



$a = 2\,[\mathrm{m}]$, $b = 5\,[\mathrm{m}]$, $F_1 = 100\,[\mathrm{kN}]$, $F_2 = 50\,[\mathrm{kN}]$.

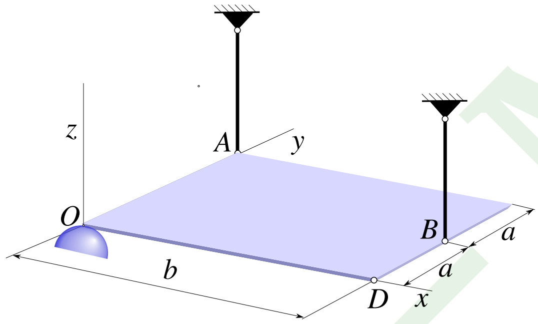
Megoldás:

$\vec{F}_A = (-5\vec{e}_x - 12,5\vec{e}_y)\,[\mathrm{kN}]$; $\vec{F}_B = (-45\vec{e}_x + 112,5\vec{e}_y)\,[\mathrm{kN}]$.

---

41. Elhanyagolható súlyú lemezt az A és B helyen mindkét végén gömbcsuklóval ellátott súlytalan rúddal, és az O pontban $\vec{e}_z$ normálisú sima ($\mu_0 = 0$) felülettel támasztunk meg.

(MPt.I. 5.47 alapján)



$a = 1\,[\mathrm{m}]$, $b = 3\,[\mathrm{m}]$

(a) Milyen tartományban lehet a lemezt az $\vec{F} = -F\vec{e}_z$ erővel terhelni, hogy egyensúlyban maradjon?

(b) Határozza meg a támasztóerőket, ha az $\vec{F}_1 = (-5\vec{e}_z)\,[\mathrm{kN}]$ erő a D pontban hat!

Megoldás:

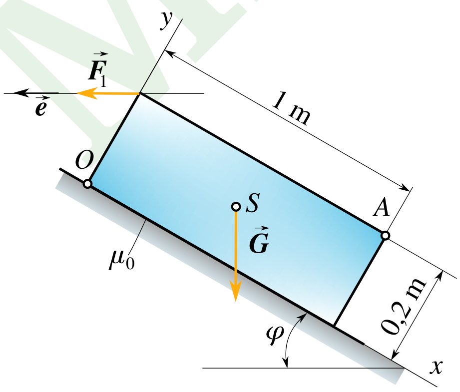
Az $ABOD$ trapézon belül;

$\vec{F}_A = (-2,5\vec{e}_z)\,[\mathrm{kN}]$; $\vec{F}_B = (5\vec{e}_z)\,[\mathrm{kN}]$; $\vec{F}_O = (2,5\vec{e}_z)\,[\mathrm{kN}]$.

---

42. Érdes, φ hajlászögű lejtőre – kezdősebesség nélkül – helyezünk egy $\vec{G}$ súlyú testet, melyre ismeretlen $\vec{F}_1 = F_1\vec{e}$ erő hat. A nyugvásbeli súrlódási tényező μ_0.

(MPt.I. 5.3 alapján)



$\vec{G} = (6\vec{e}_x - 8\vec{e}_y)\,[\mathrm{kN}]$,
$\vec{e} = (-0,8\vec{e}_x - 0,6\vec{e}_y)\,[-]$,
$\mu_0 = 0,3$, $\varphi = 30°$

(a) Határozza meg, hogy F_1 milyen értékei mellett lehet a test nyugalomban!

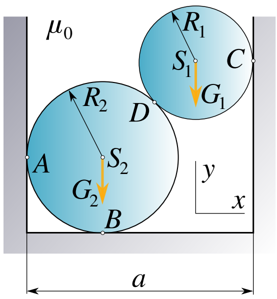
Megoldás:

$3,67\,[\mathrm{kN}] \leq F_1 \leq 13,55\,[\mathrm{kN}]$.

---

43. Tekintsük az alábbi összetett szerkezetet, feltételezve, hogy az érintkező felületek simák ($\mu_0 = 0$).

(MPt.I. 5.57 alapján)



$R_1 = 0,2\,[\mathrm{m}]$, $R_2 = 0,3\,[\mathrm{m}]$, $a = 0,9\,[\mathrm{m}]$,

$G_1 = 60\,[\mathrm{N}]$, $G_2 = 90\,[\mathrm{N}]$

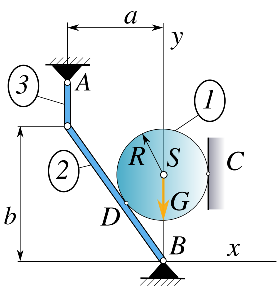
(a) Határozza meg az alábbi szerkezet támasztóerőit!

(b) Keressük meg a két test között átadódó $\vec{\boldsymbol{F}}_{21}$ belső erőt!

Megoldás:
$\vec{\boldsymbol{F}}_A = (80\vec{e}_x)\,[\mathrm{N}]$; $\vec{\boldsymbol{F}}_B = (150\,\vec{e}_y)\,[\mathrm{N}]$;
$\vec{\boldsymbol{F}}_C = (-80\vec{e}_x)\,[\mathrm{N}]$; $\vec{\boldsymbol{F}}_{21} = (80\vec{e}_x + 60\vec{e}_y)\,[\mathrm{N}]$.

44. Tekintsük az alábbi összetett szerkezetet, feltételezve, hogy az érintkező felületek simák ($\mu_0 = 0$). A támasztó rudak súlyától eltekintünk.

(MPt.I. 5.60 alapján)



$R = 1,5\,[\mathrm{m}]$, $a = 3\,[\mathrm{m}]$, $b = 4\,[\mathrm{m}]$, $G = 6\,[\mathrm{kN}]$

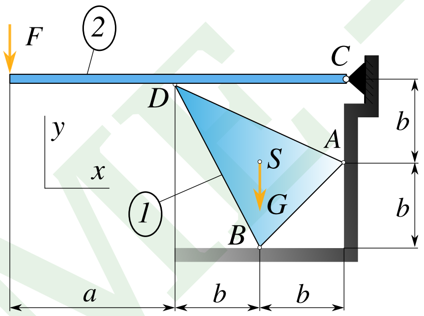
(a) Határozza meg az alábbi szerkezet támasztóerőit!

(b) Keressük meg a testek között átadódó belső erőket!

Megoldás:
$\vec{\boldsymbol{F}}_A = (6,\dot{6}\vec{e}_y)\,[\mathrm{kN}]$; $\vec{\boldsymbol{F}}_B = (8\,\vec{e}_x - 0,\dot{6}\vec{e}_y)\,[\mathrm{kN}]$;
$\vec{\boldsymbol{F}}_C = (-8\vec{e}_x)\,[\mathrm{kN}]$;
$\vec{\boldsymbol{F}}_{12} = (-8\vec{e}_x - 6\vec{e}_y)\,[\mathrm{kN}]$, $\vec{\boldsymbol{F}}_{23} = (-6,\dot{6})\,[\mathrm{kN}]$.

45. Tekintsük az alábbi összetett szerkezetet, feltételezve, hogy az érintkező felületek simák ($\mu_0 = 0$).

(MPt.I. 5.61 alapján)



$F = 2\,[\mathrm{kN}]$, $a = 4\,[\mathrm{m}]$, $b = 2\,[\mathrm{m}]$, $G = 3\,[\mathrm{kN}]$

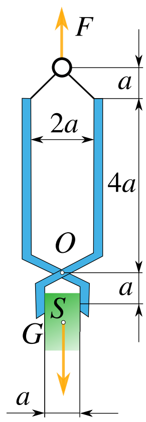
(a) Határozza meg az alábbi szerkezet támasztóerőit!

(b) Keressük meg a két test között átadódó belső erőt!

Megoldás:
$\vec{\boldsymbol{F}}_A = (-4\vec{e}_x)\,[\mathrm{kN}]$; $\vec{\boldsymbol{F}}_B = (7\,\vec{e}_y)\,[\mathrm{kN}]$;
$\vec{\boldsymbol{F}}_C = (4\vec{e}_x - 2\vec{e}_y)\,[\mathrm{kN}]$;
$\vec{\boldsymbol{F}}_{12} = (-4\vec{e}_x + 4\vec{e}_y)\,[\mathrm{kN}]$.

46. Tekintsük az alábbi összetett szerkezetet, feltételezve, hogy az érintkező felületek között a tapadási súrlódási együttható μ_0.

(MPt.I. 5.70 alapján)



$F = G = 50\,[\mathrm{kN}]$, $a = 4\,[\mathrm{m}]$, $\mu_0 = 0,3$

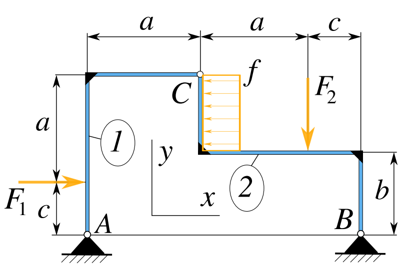
(a) Határozza meg, hogy a vázolt összetett szerkezet képes-e megtartani a G súlyú testet!

(b) Mekkora az ehhez minimálisan szükséges súrlódási tényező?

Megoldás:
igen; $\mu_0^{\min} = 0,18$.

47. Tekintsük az alábbi összetett szerkezetet. A rudak súlya elhanyagolható.
$a = 2\,[\mathrm{m}]$, $b = 1,5\,[\mathrm{m}]$, $c = 1\,[\mathrm{m}]$, $F_1 = 3\,[\mathrm{kN}]$, $F_2 = 2\,[\mathrm{kN}]$, $f = 4\,[\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}]$

(MPt.I. 5.73 alapján)



(a) Rajzolja fel a szerkezetet a C ponti szétvágás után, bejelölve a belső erőket!

(b) Határozza meg a szerkezetet támasztó külső erőket ($\vec{F}_A$ és $\vec{F}_B$)!

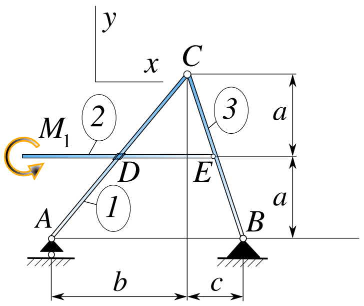
(c) Számítsa ki az elvágási helyen ébredő belső erőt ($\vec{F}_{12}$)!

Megoldás:
$\vec{F}_A = (-0,\dot{3}\vec{e}_x + 2,5\vec{e}_y)$ [kN]; $\vec{F}_B = (3,\dot{3}\vec{e}_x - 0,5\vec{e}_y)$ [kN];
$\vec{F}_{12} = (2,\dot{6}\vec{e}_x + 2,5\vec{e}_y)$ [kN].

---

48. Tekintsük az alábbi összetett szerkezetet. A rudak súlya elhanyagolható.
$a = 3\,[\mathrm{m}]$, $b = 5\,[\mathrm{m}]$, $c = 2\,[\mathrm{m}]$, $M_1 = 7\,[\mathrm{kNm}]$

(MPt.I. 5.77 alapján)



(a) Rajzolja fel a szerkezetet a három részre való szétvágás után, jelölve a belső erőket!

(b) Határozza meg a szerkezetet támasztó külső erőket ($\vec{F}_A$ és $\vec{F}_B$)!

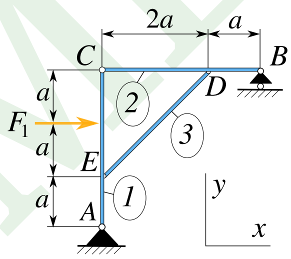
(c) Számítsa ki az ébredő belső erőket ($\vec{F}_{12}$, $\vec{F}_{23}$, $\vec{F}_{13}$)!

Megoldás:
$\vec{F}_A = (1\vec{e}_y)$ [kN]; $\vec{F}_B = (-1\vec{e}_y)$ [kN];
$\vec{F}_{12} = (2\vec{e}_y)$ [kN]; $\vec{F}_{13} = (-\vec{e}_y)$ [kN]; $\vec{F}_{23} = (2\vec{e}_y)$ [kN].

---

49. Tekintsük az alábbi összetett szerkezetet. A rudak súlya elhanyagolható.
$a = 2\,[\mathrm{m}]$, $F_1 = 12\,[\mathrm{kN}]$

(MPt.I. 5.79 alapján)



(a) Rajzolja fel a szerkezetet a három részre való szétvágás után, jelölve a belső erőket!

(b) Határozza meg a szerkezetet támasztó külső erőket ($\vec{F}_A$ és $\vec{F}_B$)!

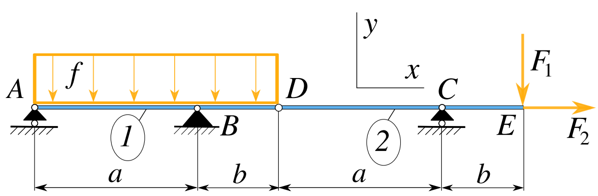
(c) Számítsa ki az ébredő belső erőket ($\vec{F}_{12}$, $\vec{F}_{23}$, $\vec{F}_{13}$)!

Megoldás:
$\vec{F}_A = (-12\vec{e}_x - 8\vec{e}_y)$ [kN]; $\vec{F}_B = (8\vec{e}_y)$ [kN];
$\vec{F}_{12} = (12\vec{e}_x + 4\vec{e}_y)$ [kN]; $\vec{F}_{13} = (-12\vec{e}_x - 12\vec{e}_y)$ [kN] $= \vec{F}_{32}$.

---

50. Adott az alábbi Gerber-tartó geometriája, terhelése és megtámasztási módja.
$a = 2\,[\mathrm{m}]$, $b = 1\,[\mathrm{m}]$, $F_1 = 6\,[\mathrm{kN}]$, $F_2 = 4[\mathrm{kN}]$, $f = 6\,[\mathrm{kN/m}]$

(MPt.I. 5.90 alapján)



(a) Rajzolja fel a szerkezetet a szétvágás után, jelölve a belső erőket!

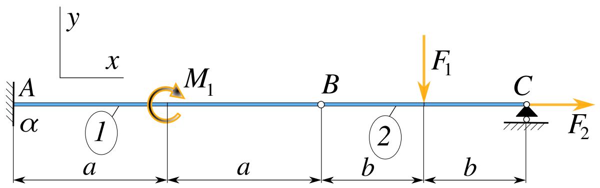
(b) Határozza meg a szerkezetet támasztó külső erőket ($\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$ és $\vec{F}_C$)!

(c) Számítsa ki az ébredő belső erőt ($\vec{F}_{12}$)!

Megoldás:
$\vec{F}_A = (6\vec{e}_y)$ [kN]; $\vec{F}_B = (-4\vec{e}_x + 9\vec{e}_y)$ [kN];
$\vec{F}_C = (9\vec{e}_y)$ [kN]; $\vec{F}_{12} = (-4\vec{e}_x - 3\vec{e}_y)$ [kN].

51. Adott az alábbi Gerber-tartó geometriája, terhelése és megtámasztási módja.
$a = 3\,[\text{m}]$, $b = 2\,[\text{m}]$, $F_1 = 6\,[\text{kN}]$, $F_2 = 2\,[\text{kN}]$, $M_1 = 4\,[\text{kNm}]$

(MPt.I. 5.91 alapján)



(a) Rajzolja fel a szerkezetet a szétvágás után, jelölve a belső erőket!

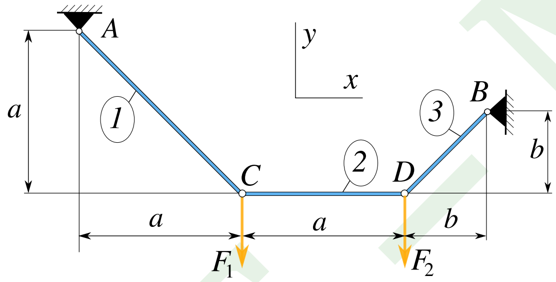
(b) Határozza meg a szerkezetet támasztó külső erőket ($\vec{F}_A$, $\vec{F}_C$ és $\vec{M}_{\alpha A}$)!

(c) Számítsa ki az ébredő belső erőt ($\vec{F}_{12}$)!

Megoldás:
$\vec{F}_A = (-2\vec{e}_x + 3\vec{e}_y)\,[\text{kN}]$; $\vec{M}_{\alpha A} = (22\vec{e}_z)\,[\text{kNm}]$;
$\vec{F}_C = (3\vec{e}_y)\,[\text{kN}]$; $\vec{F}_{12} = (-2\vec{e}_x + 3\vec{e}_y)\,[\text{kN}]$.

52. Adott az alábbi rúdszerkezet geometriája és megtámasztási módja.
$a = 4\,[\text{m}]$, $b = 2\,[\text{m}]$, $F_1 = 120\,[\text{N}]$

(MPt.I. 5.94 alapján)



(a) Határozza meg az F_2 erőt, ha a szerkezet tartós nyugalomban van!

(b) Rajzolja fel a szerkezetet a szétvágás után, jelölve a belső erőket!

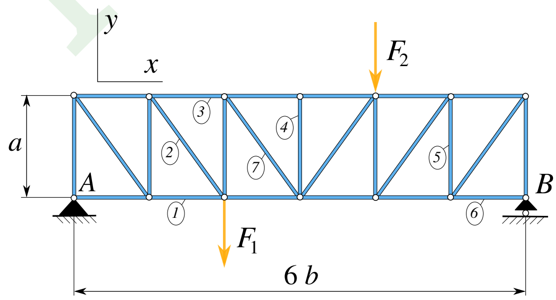
(c) Határozza meg a szerkezetet támasztó külső erőket ($\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$)!

(d) Számítsa ki az ébredő belső rúderőket (N_1, N_2, N_3)!

Megoldás:
$F_2 = 120\,[\text{N}]$; $\vec{F}_A = (-120\vec{e}_x + 120\vec{e}_y)\,[\text{N}]$; $\vec{F}_B = (120\vec{e}_x + 120\vec{e}_y)\,[\text{N}]$; $N_1 = 169,7\,[\text{N}]$; $N_2 = 120\,[\text{N}]$; $N_3 = 169,7\,[\text{N}]$.

53. Adott az alábbi rácsos szerkezet geometriája, terhelése és megtámasztása.
$a = 4\,[\text{m}]$, $b = 3\,[\text{m}]$, $F_1 = F_2 = 4\,[\text{kN}]$

(MPt.I. 5.102 alapján)



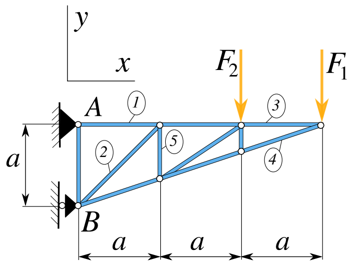
(a) Határozza meg a szerkezet külső támasztóerő-rendszerét ($\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$)!

(b) Számítsa ki a belső (rúd)erőket (N_i, $i = 1, \ldots, 7$)!

Megoldás:
$\vec{F}_A = (4\vec{e}_y)\,[\text{kN}]$; $\vec{F}_B = (4\vec{e}_y)\,[\text{kN}]$;
$N_1 = 3\,[\text{kN}]$, $N_2 = 5\,[\text{kN}]$, $N_3 = -6\,[\text{kN}]$; $N_5 = -4\,[\text{kN}]$;
$N_4 = N_6 = N_7 = 0$.

54. Adott az alábbi rácsos szerkezet geometriája, terhelése és megtámasztása.
$a = 3\,[\text{m}]$, $F_1 = 3\,[\text{kN}]$, $F_2 = 4\,[\text{kN}]$

(MPt.I. 5.106 alapján)



(a) Határozza meg a szerkezet külső támasztóerő-rendszerét ($\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$)!

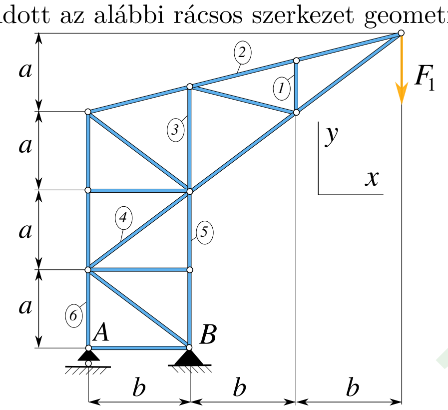
(b) Számítsa ki a belső (rúd)erőket (N_i, $i = 1, ..., 5$)!

Megoldás:
$\vec{F}_A = (-17\vec{e}_x + 7\vec{e}_y)\,[\text{kN}]$; $\vec{F}_B = (17\vec{e}_x)\,[\text{kN}]$;
$N_1 = 17\,[\text{kN}]$; $N_2 = -2,83\,[\text{kN}]$; $N_3 = 9\,[\text{kN}]$;
$N_4 = -9,48\,[\text{kN}]$, $N_5 = 2\,[\text{kN}]$.

55. Adott az alábbi rácsos szerkezet geometriája, terhelése és megtámasztása.

(MPt.I. 5.108 alapján)

$a = 3\,[\text{m}]$, $b = 4\,[\text{m}]$, $F_1 = 6\,[\text{kN}]$



(a) Határozza meg a szerkezet külső támasztóerő-rendszerét ($\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$)!

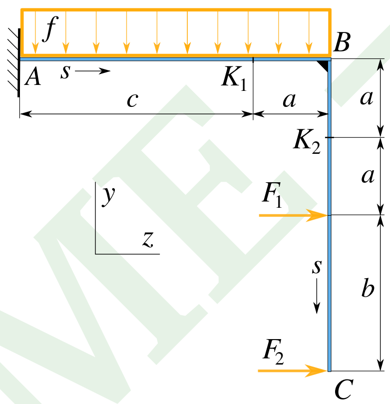
(b) Számítsa ki a belső (rúd)erőket (N_i, $i = 1, ..., 6$)!

Megoldás:
$\vec{F}_A = (-12\vec{e}_y)\,[\text{kN}]$; $\vec{F}_B = (18\vec{e}_y)\,[\text{kN}]$;
$N_1 = N_3 = N_4 = 0$, $N_2 = 12,37\,[\text{kN}]$, $N_5 = -18\,[\text{kN}]$; $N_6 = 12\,[\text{kN}]$.

56. Adott az alábbi rúdszerkezet geometriája, terhelése és megtámasztása.

(MPt.II. 1.7 alapján)

$a = 0,5\,[\text{m}]$, $b = 1\,[\text{m}]$, $c = 1,5[\text{m}]$,
$F_1 = 3\,[\text{kN}]$, $F_2 = 2\,[\text{kN}]$, $f = 2\,[\text{kN/m}]$

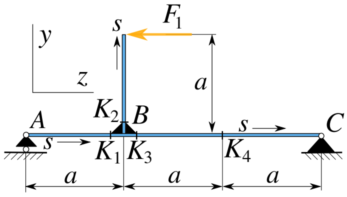


- Határozza meg a szerkezet K_i $(i = 1, 2)$ keresztmetszeteiben az igénybevételeket (N_i, T_i, M_{hi})!

Megoldás:
$N_1 = 5\,[\text{kN}]$; $T_1 = 1\,[\text{kN}]$; $M_{h1} = -6,75\,[\text{kNm}]$;
$N_2 = 0\,[\text{kN}]$; $T_2 = -5\,[\text{kN}]$; $M_{h2} = -4,5\,[\text{kNm}]$.

57. Ismeretes a kéttámaszú tartó geometriája, terhelése és megtámasztása. A tartón kijelölt K_1, K_2 és K_3 keresztmetszetek a B keresztmetszet közvetlen közelében vannak (távolságukat B-től elhanyagolhatjuk).
$a = 0,2\,[\text{m}]$, $F_1 = 300\,[\text{N}]$

(MPt.II. 1.11 alapján)



(a) Számítsa ki a támasztóerő-rendszert ($\vec{F}_A$, $\vec{F}_C$)!

(b) Határozza meg a szerkezet K_i $(i = 1, 2, 3)$ keresztmetszeteiben az igénybevételeket (N_i, T_i, M_{hi})!

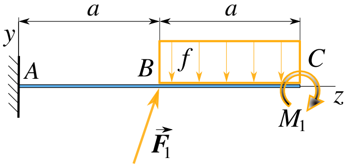
(c) Ellenőrizze, hogy a kiszámolt igénybevételek határására a K_1, K_2 és K_3 keresztmetszetek által közrefogott rész is egyensúlyban van-e!

(d) Határozza meg a K_4 keresztmetszet igénybevételét!

Megoldás:

$\vec{F}_A = (100\,\vec{e}_y)\,[\text{N}]$; $\vec{F}_C = (-100\vec{e}_y + 300\vec{e}_z)\,[\text{N}]$; $N_1 = 0$; $T_1 = 100\,[\text{N}]$; $M_{h1} = -20\,[\text{Nm}]$; $N_2 = 0$; $T_2 = -300\,[\text{N}]$; $M_{h2} = -60\,[\text{Nm}]$; $N_3 = 300\,[\text{N}]$; $T_3 = 100\,[\text{N}]$; $M_{h3} = 40\,[\text{Nm}]$; igen, $N_4 = 300\,[\text{N}]$; $T_4 = 100\,[\text{N}]$; $M_{h4} = 20\,[\text{Nm}]$.

58. Adott az alábbi rúdszerkezet geometriája, terhelése és megtámasztása. (MPt.II. 1.30 alapján)

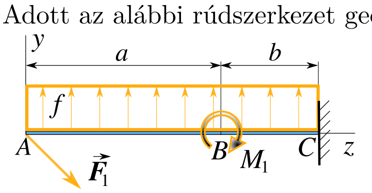


$a = 0,5\,[\mathrm{m}]$, $\vec{\boldsymbol{F}}_1 = (6\vec{\boldsymbol{e}}_y + 2\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{kN}]$, $M_1 = 1\,[\mathrm{kNm}]$, $f = 4\,[\mathrm{kN/m}]$

- Rajzolja meg az $N(z)$ rúderő, $T_y(z)$ nyíróerő és az $M_{hx}(z)$ hajlítónyomatéki ábrákat, a számszerű értékek megadásával!

---

59. Adott az alábbi rúdszerkezet geometriája, terhelése és megtámasztása. (MPt.II. 1.31 alapján)

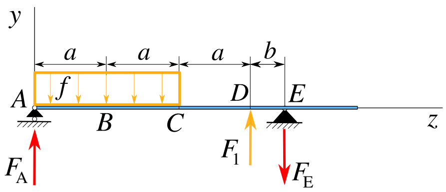


$a = 0,2\,[\mathrm{m}]$, $b = 0,1\,[\mathrm{m}]$, $f = 200\,[\mathrm{kN/m}]$,
$\vec{\boldsymbol{F}}_1 = (-30\vec{\boldsymbol{e}}_y + 30\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{kN}]$, $M_1 = 3\,[\mathrm{kNm}]$

- Rajzolja meg az $N(z)$ rúderő, $T_y(z)$ nyíróerő és az $M_{hx}(z)$ hajlítónyomatéki ábrákat, a számszerű értékek megadásával!

---

60. Adott az alábbi rúdszerkezet geometriája, terhelése, megtámasztása és támasztóerő-rendszere. (MPt.II. 1.34 alapján)

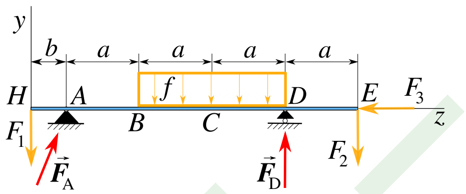


$a = 1\,[\mathrm{m}]$, $b = 0,5\,[\mathrm{m}]$, $f = 2,5\,[\mathrm{kN/m}]$, $F_1 = 4\,[\mathrm{kN}]$,
$F_A = 3\,[\mathrm{kN}]$, $F_E = 2\,[\mathrm{kN}]$

- Rajzolja meg az $N(z)$ rúderő, $T_y(z)$ nyíróerő és az $M_{hx}(z)$ hajlítónyomatéki ábrákat, a számszerű értékek megadásával!

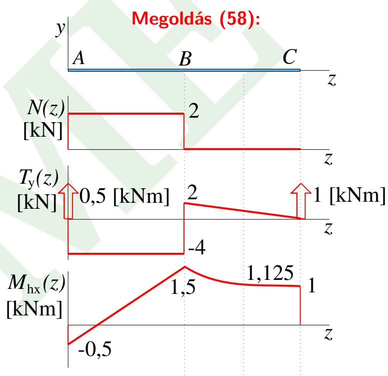
---

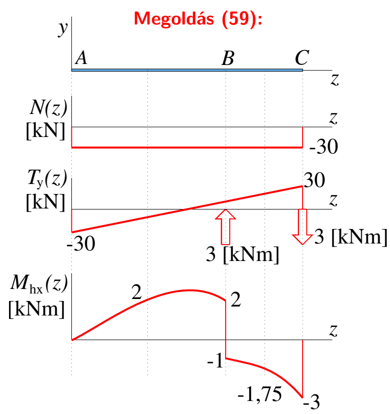
61. Adott az alábbi rúdszerkezet geometriája, terhelése, megtámasztása és támasztóerő-rendszere. (MPt.II. 1.35c alapján)

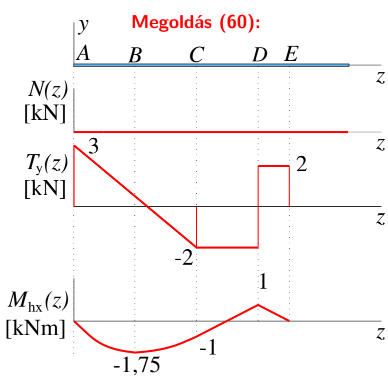


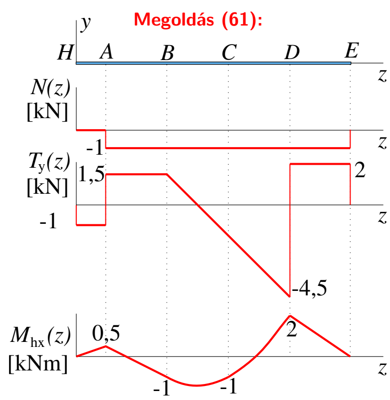
$a = 1\,[\mathrm{m}]$, $b = 0,5\,[\mathrm{m}]$, $f = 3\,[\mathrm{kN/m}]$, $F_1 = F_3 = 1\,[\mathrm{kN}]$,
$F_2 = 2\,[\mathrm{kN}]$, $\vec{\boldsymbol{F}}_A = (2,5\vec{\boldsymbol{e}}_y + \vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{kN}]$, $\vec{\boldsymbol{F}}_D = (6,5\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{kN}]$

- Rajzolja meg az $N(z)$ rúderő, $T_y(z)$ nyíróerő és az $M_{hx}(z)$ hajlítónyomatéki ábrákat, a számszerű értékek megadásával!



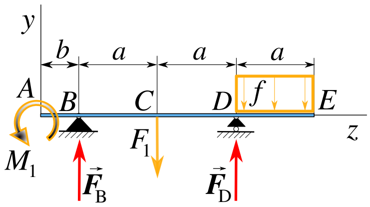






62. Adott az alábbi rúdszerkezet geometriája, terhelése, megtámasztása és támasztóerő-rendszere.

(MPt.II. 1.45 alapján)

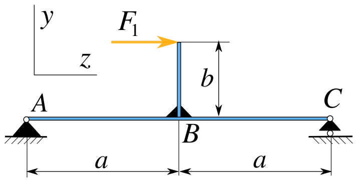


$a = 2\,[\mathrm{m}]$, $b = 1\,[\mathrm{m}]$, $f = 6\,[\mathrm{kN/m}]$,
$F_1 = 12\,[\mathrm{kN}]$, $M_1 = 8\,[\mathrm{kNm}]$
$\vec{\boldsymbol{F}}_B = (5\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{kN}]$, $\vec{\boldsymbol{F}}_D = (19\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{kN}]$

- Rajzolja meg az $N(z)$ rúderő, $T_y(z)$ nyíróerő és az $M_{hx}(z)$ hajlítónyomatéki ábrákat, a számszerű értékek megadásával!

63. Adott az alábbi rúdszerkezet geometriája, terhelése és megtámasztása.

(MPt.II. 1.37 alapján)

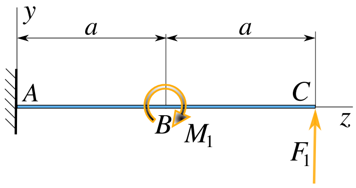


$a = 0,2\,[\mathrm{m}]$, $b = 0,1\,[\mathrm{m}]$, $F_1 = 8\,[\mathrm{kN}]$

- Rajzolja meg az $N(z)$ rúderő, $T_y(z)$ nyíróerő és az $M_{hx}(z)$ hajlítónyomatéki ábrákat, a számszerű értékek megadásával!

64. Adott az alábbi rúdszerkezet geometriája, terhelése és megtámasztása.

(MPt.II. 1.43 alapján)

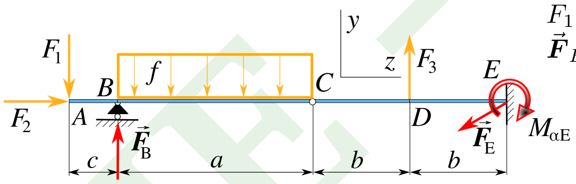


$a = 0,2\,[\mathrm{m}]$, $F_1 = 200\,[\mathrm{N}]$, $M_1 = 60\,[\mathrm{Nm}]$

- Rajzolja meg az $N(z)$ rúderő, $T_y(z)$ nyíróerő és az $M_{hx}(z)$ hajlítónyomatéki ábrákat, a számszerű értékek megadásával!

65. Adott az alábbi Gerber-tartó geometriája, megtámasztása, terhelése és támasztóerő-rendszere.

(MPt.II. 1.46 alapján)

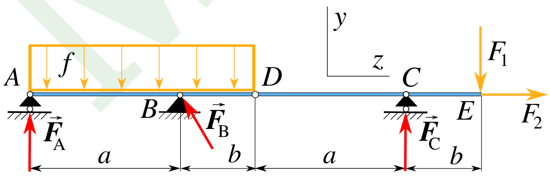


$a = 2\,[\mathrm{m}]$, $b = 1\,[\mathrm{m}]$, $c = 0,5\,[\mathrm{m}]$,
$F_1 = 4\,[\mathrm{kN}]$, $F_2 = 2\,[\mathrm{kN}]$, $F_3 = 4\,[\mathrm{kN}]$,
$\vec{\boldsymbol{F}}_B = (9\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{kN}]$, $\vec{\boldsymbol{F}}_E = (-\vec{\boldsymbol{e}}_y - 2\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{kN}]$, $M_{\alpha E} = 2\,[\mathrm{kNm}]$

- Rajzolja meg az $N(z)$ rúderő, $T_y(z)$ nyíróerő és az $M_{hx}(z)$ hajlítónyomatéki ábrákat, a számszerű értékek megadásával!

66. Adott az alábbi Gerber-tartó geometriája, megtámasztása, terhelése és támasztóerő-rendszere.
$a = 2\,[\mathrm{m}]$, $b = 1\,[\mathrm{m}]$, $F_1 = 6\,[\mathrm{kN}]$, $F_2 = 4[\mathrm{kN}]$, $f = 6\,[\mathrm{kN/m}]$

(MPt.I. 5.90 alapján)

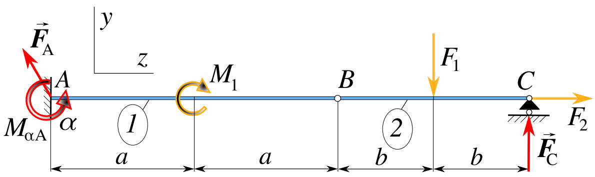


$\vec{\boldsymbol{F}}_A = (6\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{kN}]$, $\vec{\boldsymbol{F}}_C = (9\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{kN}]$
$\vec{\boldsymbol{F}}_B = (9\vec{\boldsymbol{e}}_y - 4\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{kN}]$

- Rajzolja meg az $N(z)$ rúderő, $T_y(z)$ nyíróerő és az $M_{hx}(z)$ hajlítónyomatéki ábrákat, a számszerű értékek megadásával!

67. Adott az alábbi Gerber-tartó geometriája, megtámasztása, terhelése és támasztóerő-rendszere.
$a = 3\,[\mathrm{m}]$, $b = 2\,[\mathrm{m}]$, $F_1 = 6\,[\mathrm{kN}]$, $F_2 = 2\,[\mathrm{kN}]$, $M_1 = 4\,[\mathrm{kNm}]$

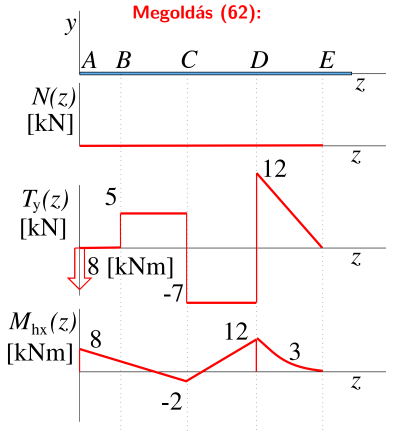
(MPt.I. 5.91 alapján)



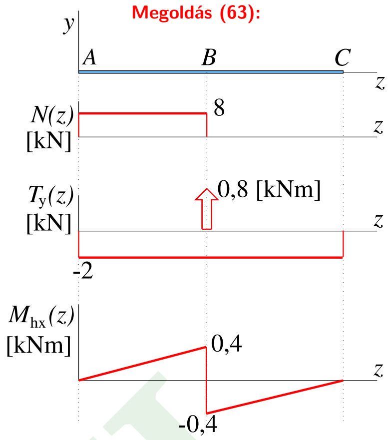
$\vec{\boldsymbol{F}}_A = (3\vec{\boldsymbol{e}}_y - 2\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{kN}]$, $\vec{\boldsymbol{F}}_C = (3\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{kN}]$
$M_{\alpha A} = 22\,[\mathrm{kNm}]$

- Rajzolja meg az $N(z)$ rúderő, $T_y(z)$ nyíróerő és az $M_{hx}(z)$ hajlítónyomatéki ábrákat, a számszerű értékek megadásával!

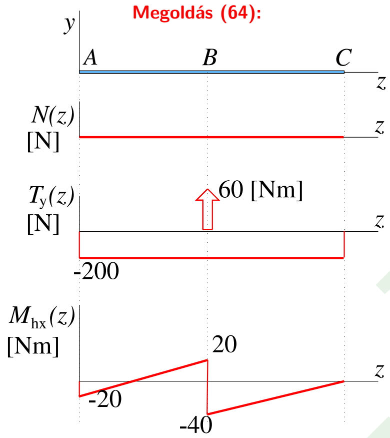
Megoldás (62):



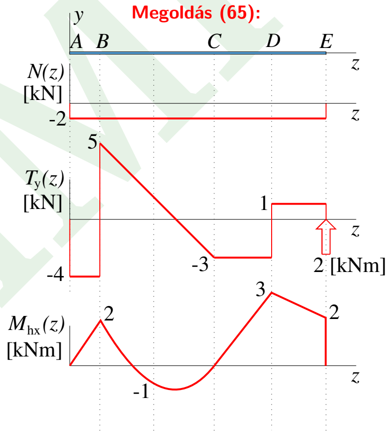
Megoldás (63):



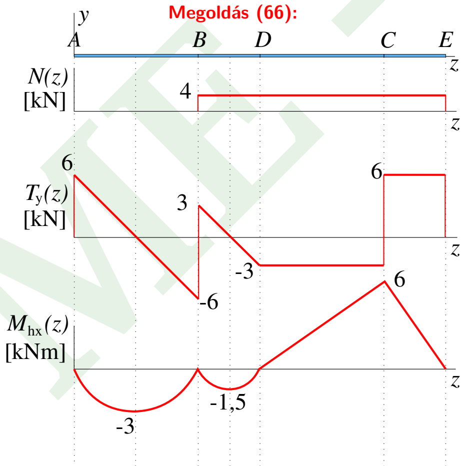
Megoldás (64):



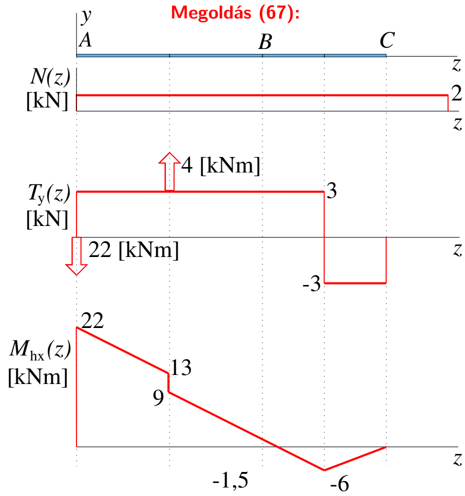
Megoldás (65):



Megoldás (66):

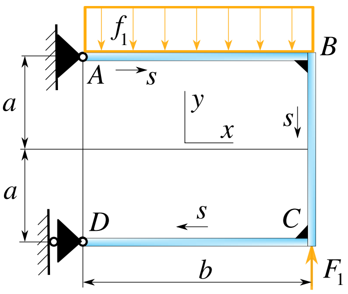


Megoldás (67):



68. Adott az alábbi kéttámaszú, törtvonalú tartó geometriája, terhelése és megtámasztása.

(MPt.II. 1.54 alapján)



$a = 1\,[\mathrm{m}],\ b = 3\,[\mathrm{m}],\ f_1 = 2\,[\mathrm{kN/m}],\ F_1 = 1\,[\mathrm{kN}]$

- Határozza meg a támasztóerő-rendszert!
- Határozza meg, hogyan változik a tartó mentén az $N(s)$ rúderő, $T(s)$ nyíróerő, majd rajzolja meg ezek függvényábráit!
- Rajzolja meg a tartó hajlítónyomatéki ábráját a már megrajzolt nyíróerő ábra alapján!

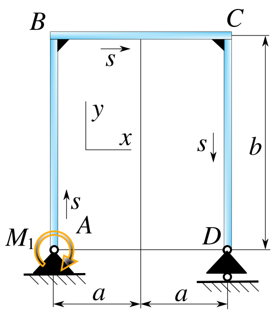
Megoldás:

$\vec{F}_A = (-3\,\vec{e}_x + 5\vec{e}_y)$ [kN]; $\vec{F}_D = (3\vec{e}_x)$ [kN];

---

69. Adott az alábbi kéttámaszú, törtvonalú tartó geometriája, terhelése és megtámasztása.

(MPt.II. 1.58 alapján)

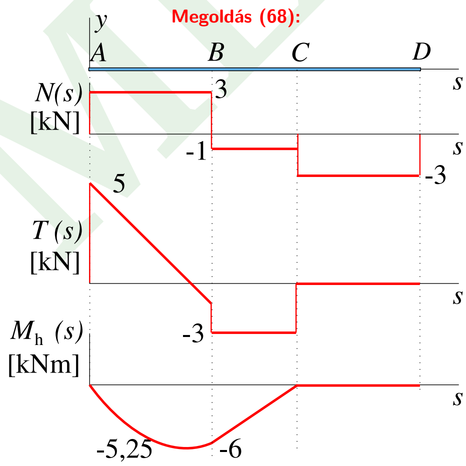


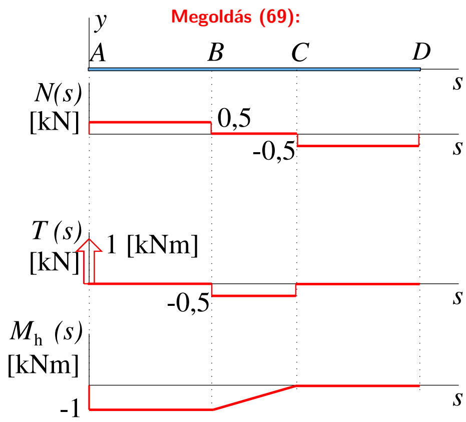
$a = 1\,[\mathrm{m}],\ b = 3\,[\mathrm{m}],\ M_1 = 1\,[\mathrm{kNm}]$

- Határozza meg a támasztóerő-rendszert!
- Határozza meg, hogyan változik a tartó mentén az $N(s)$ rúderő, $T(s)$ nyíróerő, majd rajzolja meg ezek függvényábráit!
- Rajzolja meg a tartó hajlítónyomatéki ábráját a már megrajzolt nyíróerő ábra alapján!

Megoldás:

$\vec{F}_A = (-0,5\vec{e}_y)$ [kN]; $\vec{F}_D = (0,5\vec{e}_y)$ [kN];

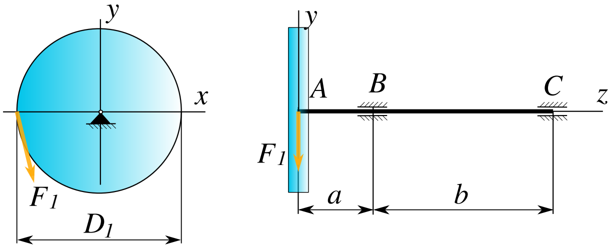




---

70. A tengelyszakasz bal oldali végéhez rögzített tárcsa kerületén ismert $\vec{F}_1$ erő hat.
$D_1 = 0,4\,[\mathrm{m}]$, $a = 0,15\,[\mathrm{m}]$, $b = 0,8\,[\mathrm{m}]$, $\vec{F}_1 = (0,8\vec{e}_x - 2\vec{e}_y)\,[\mathrm{kN}]$

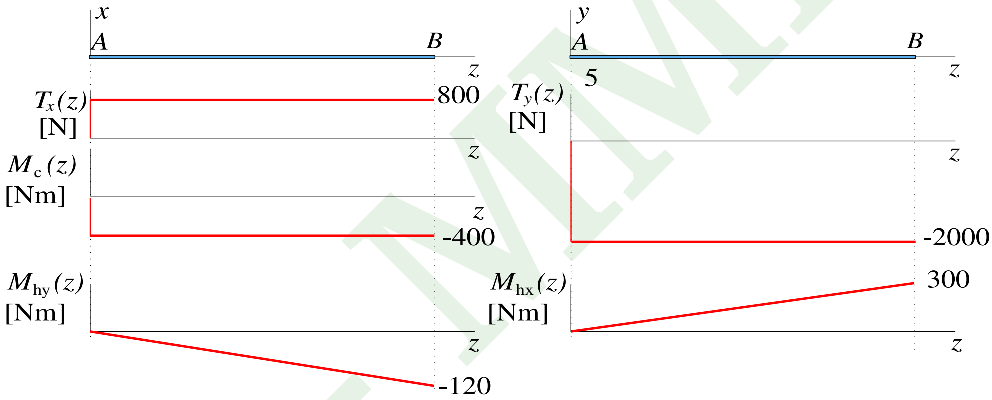
(MPt.II. 1.63 alapján)



- Helyettesítse az $\vec{F}_1$ erőt a z tengely A pontjába redukált $(\vec{F}, \vec{M}_A)_A$ vektorkettősével!
- Rajzolja meg az $\overline{AB}$ szakasz igénybevételi ábráit!

Megoldás:

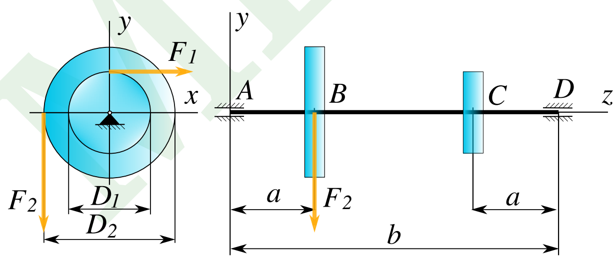
$\vec{F} = (0,8\vec{e}_x - 2\vec{e}_y)\,[\mathrm{kN}]$; $\vec{M}_A = (400\vec{e}_z)\,[\mathrm{Nm}]$.



---

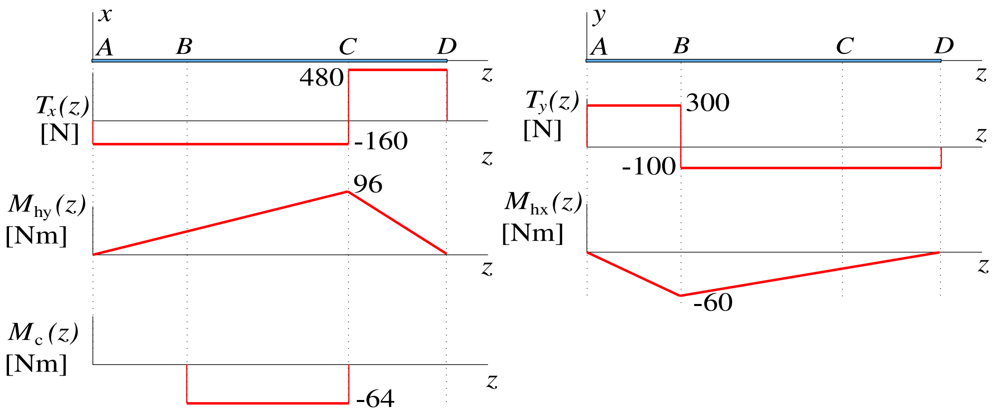
71. Tekintsük az alábbi, végein csapágyazott tengelyt, melyre egy D_1 és egy D_2 átmérőjű tárcsa van ékelve. A D_1 tárcsára ható F_1 erő ismert, míg a D_2 tárcsára ható F_2 erő ismeretlen.
$D_1 = 0,2\,[\mathrm{m}]$, $D_2 = 0,32\,[\mathrm{m}]$, $a = 0,2\,[\mathrm{m}]$, $b = 0,8\,[\mathrm{m}]$, $F_1 = 640\,[\mathrm{N}]$

(MPt.II. 1.65 alapján)



- Feltételezve, hogy a tengely állandó szögsebességgel forog, számítsa ki F_2 értékét!
- Határozza meg, hogyan változik a tartó mentén az $N(z)$ rúderő, $T(z)$ nyíróerő, majd rajzolja meg ezek függvényábráit!
- Rajzolja meg a tartó hajlítónyomatéki és csavarónyomatéki ábráit!

Megoldás: $F_2 = 400\,[\mathrm{N}]$;

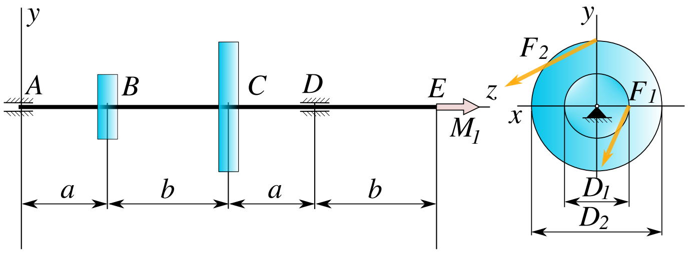


---

72. Adott az ábrán vázolt kéttárcsás tengelyre ható ER.

$D_1 = 40\,[\mathrm{m}]$, $D_2 = 80\,[\mathrm{mm}]$, $a = 300\,[\mathrm{mm}]$, $b = 400\,[\mathrm{mm}]$, $\vec{\boldsymbol{F}}_1 = (50\vec{\boldsymbol{e}}_x - 100\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{N}]$, $\vec{\boldsymbol{F}}_2 = (150\vec{\boldsymbol{e}}_x - 100\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{N}]$, $\vec{\boldsymbol{M}}_1 = (4\vec{\boldsymbol{e}}_z)\,[\mathrm{Nm}]$, $\vec{\boldsymbol{F}}_A = (-80\vec{\boldsymbol{e}}_x + 100\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{N}]$, $\vec{\boldsymbol{F}}_D = (-120\vec{\boldsymbol{e}}_x + 100\vec{\boldsymbol{e}}_y)\,[\mathrm{N}]$

(MPt.II. 1.67 alapján)



- Rajzolja meg a tengely igénybevételi ábráit!