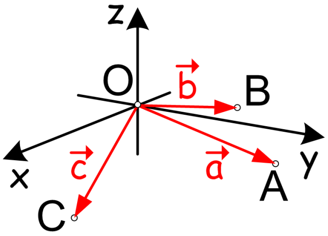
1 Adottak az xyz derékszögű Descartes-i koordináta-rendszerben (DDKR-ben) az $\vec{a} = (4\vec{e}_x + 6\vec{e}_y - \vec{e}_z)$ m, $\vec{b} = (-3\vec{e}_x + \vec{e}_y - \vec{e}_z)$ m és $\vec{c} = (-2\vec{e}_y - 5\vec{e}_z)$ m helyvektorok.



a. Határozza meg az alábbi műveletek eredményét!

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = ? \qquad \vec{a}\times\vec{b} = ? \qquad \underline{\underline{A}} = \vec{a}\circ\vec{b} = ? \qquad \underline{\underline{B}} = \vec{b}\circ\vec{a} = ?$$

$$\underline{\underline{F}} = \vec{a}\circ\vec{e}_x = ? \qquad \underline{\underline{G}} = \vec{b}\circ\vec{e}_y = ? \qquad \underline{\underline{H}} = \vec{c}\circ\vec{e}_z = ?$$

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{F}} + \underline{\underline{G}} + \underline{\underline{H}} = ?$$

$$\vec{d} = (\vec{a}\circ\vec{b})\cdot\vec{c} = ? \qquad \vec{f} = (\vec{b}\circ\vec{a})\cdot\vec{c} = ? \qquad \vec{c}\cdot(\vec{a}\circ\vec{b}) = ? \qquad \vec{c}\cdot(\vec{b}\circ\vec{a}) = ?$$

b. Bontsa fel az $\underline{\underline{A}}$ tenzort $\underline{\underline{A}}_{sz}$ szimmetrikus és $\underline{\underline{A}}_{asz}$ aszimmetrikus részekre!

Megoldás:

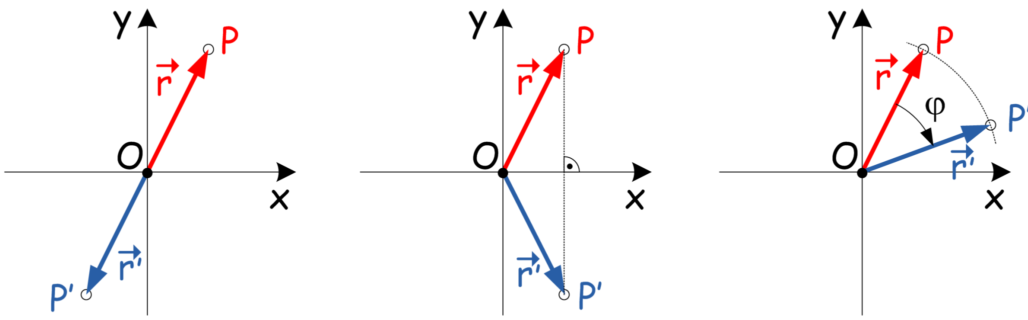
$\vec{a}\cdot\vec{b} = -5\ \mathrm{m}^2$; $\vec{a}\times\vec{b} = (-5\vec{e}_x + 7\vec{e}_y + 22\vec{e}_z)\ m^2$; $[\underline{\underline{A}}] = \begin{bmatrix} -12 & 4 & -4 \\ -18 & 6 & -6 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}\ \mathrm{m}^2$; $[\underline{\underline{B}}] = \begin{bmatrix} -12 & -18 & 3 \\ 4 & 6 & -1 \\ -4 & -6 & 1 \end{bmatrix}\ \mathrm{m}^2$;

$[\underline{\underline{F}}] = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ m; $[\underline{\underline{G}}] = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ m; $[\underline{\underline{H}}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$ m; $[\underline{\underline{C}}] = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 0 \\ 6 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & -5 \end{bmatrix}$ m;

$\vec{d} = (12\vec{e}_x + 18\vec{e}_y - 3\vec{e}_z)\ \mathrm{m}^3$; $\vec{f} = (21\vec{e}_x - 7\vec{e}_y + 7\vec{e}_z)\ \mathrm{m}^3$;
$\vec{c}\cdot(\vec{a}\circ\vec{b}) = (21\vec{e}_x - 7\vec{e}_y + 7\vec{e}_z)\ \mathrm{m}^3$; $\vec{c}\cdot(\vec{b}\circ\vec{a}) = (12\vec{e}_x + 18\vec{e}_y - 3\vec{e}_z)\ \mathrm{m}^3$;

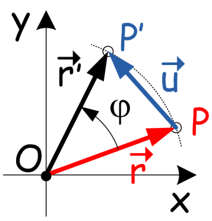
$[\underline{\underline{A}}_{sz}] = \begin{bmatrix} -12 & -7 & -0,5 \\ -7 & 6 & -3,5 \\ -0,5 & -3,5 & 1 \end{bmatrix}\ \mathrm{m}^2$; $[\underline{\underline{A}}_{asz}] = \begin{bmatrix} 0 & 11 & -3,5 \\ -11 & 0 & -2,5 \\ 3,5 & 2,5 & 0 \end{bmatrix}\ \mathrm{m}^2$

2 Írja fel annak a leképzésnek $[\underline{\underline{T}}]$ jelű transzformációs mátrixát, amely az xy sík bármely pontjához annak (**a**) origóra vonatkozó szimmetriapontját, (**b**) x tengelyre vett szimmetriapontját, (**c**) $\varphi = 30^o$-kal óramutató irányában z tengely körüli elforgatottját rendeli!



Megoldás: $[\underline{\underline{T}}] = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$; $\qquad [\underline{\underline{T}}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$; $\qquad [\underline{\underline{T}}] = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$

3 Adja meg annak a $\underline{\underline{T}}$ jelű, transzformációt leíró tenzornak a mátrixát,



a. amely az xy sík bármely $\vec{r}$ helyvektorához a z tengely körüli pozitív, tetszőleges φ szöggel megvalósított elforgatásból származó $\vec{u}$ elmozdulásvektort rendel!

b. Hogyan módosul a mátrix, ha $\varphi << 1$, azaz kicsi az elforgatás mértéke?

c. Hogyan változik a mátrix, ha az xyz tér tetszőleges helyvektorára értelmezzük a transzformációt?

d. Miként írható fel a transzformációs mátrix, ha a forgás egy tetszőleges origón áthaladó tengely körül pozitívnak és $\varphi << 1$ mértékűnek tekintett?

Megoldás: $[\underline{\underline{T}}] = \begin{bmatrix} (cos\varphi - 1) & -sin\varphi \\ sin\varphi & (cos\varphi - 1) \end{bmatrix}$; $[\underline{\underline{T}}] = \begin{bmatrix} 0 & -\varphi \\ \varphi & 0 \end{bmatrix}$;

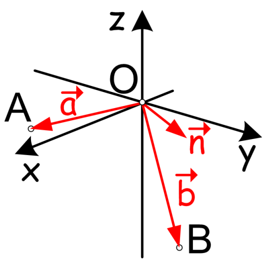
$$[\underline{\underline{T}}] = \begin{bmatrix} (cos\varphi - 1) & -sin\varphi & 0 \\ sin\varphi & (cos\varphi - 1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad [\underline{\underline{T}}] = \begin{bmatrix} 0 & -\varphi_z & \varphi_y \\ \varphi_z & 0 & -\varphi_x \\ -\varphi_y & \varphi_x & 0 \end{bmatrix}$$

4 Adja meg az xyz derékszögű Descartes-i koordináta-rendszer bázisvektorai között értelmezett diadikus szorzatok mátrixait, illetve ezek segítségével értelmezze az egységtenzort!

Megoldás:

$$[\vec{e}_x \circ \vec{e}_x] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \; [\vec{e}_x \circ \vec{e}_y] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \text{ stb.}; \; [\underline{\underline{1}}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \; \underline{\underline{1}} = \vec{e}_x \circ \vec{e}_x + \vec{e}_y \circ \vec{e}_y + \vec{e}_z \circ \vec{e}_z$$

5 Ismeretes az $\vec{a} = (\vec{e}_x - 2\vec{e}_y - \vec{e}_z)$ m, $\vec{b} = (2\vec{e}_x + 4\vec{e}_y - 6\vec{e}_z)$ m és $\vec{n} = \vec{e}_x + \vec{e}_y - \vec{e}_z$ vektor az xyz koordináta-rendszerben.



a. Írja fel $\underline{\underline{F}} = \vec{a} \circ \vec{b}$ tenzor xyz koordináta-rendszerbeli $[\underline{\underline{F}}]$ mátrixát!

b. Számítsa ki $\vec{g}_x = \underline{\underline{F}} \cdot \vec{e}_x$, $\vec{g}_y = \underline{\underline{F}} \cdot \vec{e}_y$ és $\vec{g}_z = \underline{\underline{F}} \cdot \vec{e}_z$ szorzatokat!

c. Határozza meg az $\vec{n} \cdot \underline{\underline{F}}$ és $\underline{\underline{F}} \cdot \vec{n}$ szorzatokat mátrixos formalizmus, illetve a diadikus szorzatok felbontásának alkalmazása mellett!

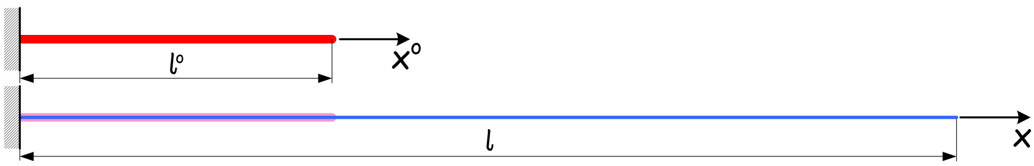
Megoldás:

$$[\underline{\underline{F}}] = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -6 \\ -4 & -8 & 12 \\ -2 & -4 & 6 \end{bmatrix} \text{m}^2; \; \vec{g}_x = (2\vec{e}_x - 4\vec{e}_y - 2\vec{e}_z)\,\text{m}^2; \; \vec{g}_y = (4\vec{e}_x - 8\vec{e}_y - 4\vec{e}_z)\,\text{m}^2;$$

$$\vec{g}_z = (-6\vec{e}_x + 12\vec{e}_y + 6\vec{e}_z)\,\text{m}^2; \; [\vec{n} \cdot \underline{\underline{F}}] = [\vec{n}]^T[\underline{\underline{F}}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{m}^2; \; [\underline{\underline{F}} \cdot \vec{n}] = [\underline{\underline{F}}][\vec{n}] = \begin{bmatrix} 12 \\ -24 \\ -12 \end{bmatrix} \text{m}^2$$

$$\vec{n} \cdot \underline{\underline{F}} = \vec{n} \cdot (\vec{a} \circ \vec{b}) = (\vec{n} \cdot \vec{a})\vec{b} = \vec{0}; \; \underline{\underline{F}} \cdot \vec{n} = (\vec{a} \circ \vec{b}) \cdot \vec{n} = \vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{n}) = (12\vec{e}_x - 24\vec{e}_y - 12\vec{e}_z)\,\text{m}^2$$

6 Az x tengellyel párhuzamos és egyik végén befogott $l^o = 100$ mm hosszúságú vékony gumiszál pontjainak koordinátáit x^o jelöli ($0 \leq x^o \leq l^o$). A gumiszálat háromszorosára nyújtjuk. Az egyenletesen megnyúlt gumiszál pontjainak koordinátáit x jelöli: $0 \leq x \leq l$, ahol l az alakváltozás utáni hossz.



a. Írja fel a gumiszál l^o és l hosszai, majd a gumiszálon vett tetszőleges anyagi pont x^o és x koordinátái közötti összefüggést! Tüntesse fel egy magyarázó ábrán az $x^o = 50$ mm koordinátájú anyagi pont helyét mindkét állapotban! Ívhosszat jelöl-e x^o az alakváltozott szálon?

b. Határozza meg a gumiszál végpontjának az elmozdulását, majd írja fel az x^o koordinátájú pont elmozdulását leíró $u(x^o)$ elmozdulás-függvényt!

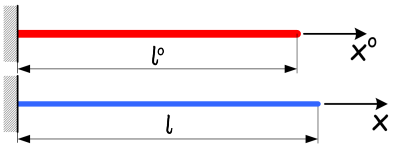
c. Számítsa ki a $\dfrac{du}{dx^o}$ és a $\dfrac{du}{dx}$ deriváltak értékeit! Döntse el és indokolja, hogy a gumiszál nagy-, vagy kismértékű alakváltozást szenvedett!

d. Számítsa ki a nyúlás mértékét a végpontban, majd a tetszőleges x^o koordinátájú pontban!

e. Számítsa ki a következő fajlagos (relatív) nyúlások értékeit: mérnöki nyúlás, valódi nyúlás, a Lagrange és Euler, valamint a logaritmikus (Hencky-féle) nyúlás!

Megoldás: $l = 3l^o = 300\,\text{mm}$; $x(x^o) = 3x^o$; $x^o(x) = \dfrac{x}{3}$; $u(l^o) = 200\,\text{mm}$; $u(x^o) = 2x^o$; $\dfrac{du}{dx^o} = 2$; $\dfrac{du}{dx} = \dfrac{2}{3}$; A gumiszál nagymértékű alakváltozást szenvedett 1D-ben. $\varepsilon^0 = 2$; $\varepsilon = \dfrac{2}{3}$; $\varepsilon^L = 4$; $\varepsilon^E = \dfrac{4}{9}$; $\varepsilon^{log} = ln3 = 1,0986122$

7 Az x tengellyel párhuzamos és egyik végén befogott $l^o = 100$ mm hosszúságú vékony acélszál (gitárhúr) pontjainak koordinátáit x^o jelöli ($0 \leq x^o \leq l^o$). Alakváltozás során az acélszál az 1,003-szorosára nyúlik és l jelöli az alakváltozás utáni hosszt.



a. Írja fel az acélszál l^o és l hosszai, majd az acélszálon vett tetszőleges anyagi pont x^o és x koordinátái közötti összefüggést! Tüntesse fel egy magyarázó ábrán az $x^o = 50\,\text{mm}$ koordinátájú anyagi pont helyét mindkét állapotban! Ívhosszat jelöl-e x^o az alakváltozott szálon?

b. Határozza meg az acélszál végpontjának az elmozdulását, majd írja fel az x^o koordinátájú pont elmozdulását leíró $u(x^o)$ elmozdulás-függvényt!

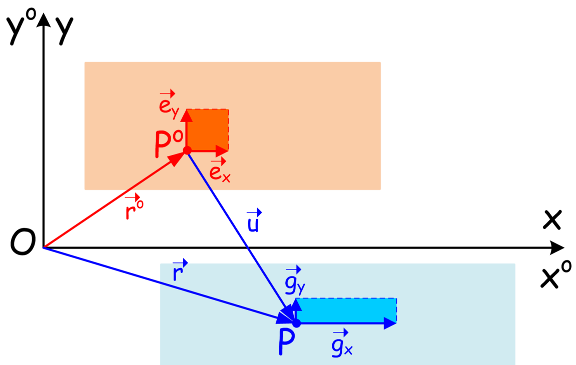
c. Számítsa ki a $\dfrac{du}{dx^o}$ és a $\dfrac{du}{dx}$ deriváltak értékeit! Döntse el és indokolja, hogy az acélszál nagy-, vagy kismértékű alakváltozást szenvedett!

d. Számítsa ki a nyúlás mértékét a végpontban, majd a tetszőleges x^o koordinátájú pontban!

e. Számítsa ki a következő fajlagos (relatív) nyúlások értékeit: mérnöki nyúlás, valódi nyúlás, a Lagrange és Euler, valamint a logaritmikus (Hencky-féle) nyúlás!

Megoldás: $l = 1,003l^o = 100,3\,\text{mm}$; $x(x^o) = 1,003x^o$; $x^o(x) = \dfrac{x}{1,003}$; $u(l^o) = 0,3\,\text{mm}$; $u(x^o) = 0,003x^o$; $\dfrac{du}{dx^o} = 0,003$; $\dfrac{du}{dx} = 0,002991$; Az acélszál kismértékű alakváltozást szenvedett 1D-ben. $\varepsilon^0 = 0,003$; $\varepsilon = 0,002991$; $\varepsilon^L = 0,0030045$; $\varepsilon^E = 0,0029865$; $\varepsilon^{log} = ln1,003 = 0,0029955$

8 Egy szilárd test $\hat{P}$ jelű anyagi pontja alakváltozás előtt a $P^o(x^o, y^o)$ koordinátájú geometriai pontban, alakváltozás után $P(x, y)$ koordinátájú geometriai pontban helyezkedik el. A P^o pontbeli $\vec{e}_x$ és $\vec{e}_y$ egységvektorok által kifeszített elemi négyzet pontjai alakváltozás után a $\vec{g}_x = 3\vec{e}_x$ és $\vec{g}_y = 0,5\vec{e}_y$ vektorok által kifeszített téglalap pontjait foglalják el az ábrán vázolt módon.



a. Írja fel a $\hat{P}$ anyagi pont elemi környezetének alakváltozását jellemző $\underline{\underline{F}}$ alakváltozási gradiens tenzor mátrixát, majd adja meg az $\underline{\underline{F}}$ tenzort invariáns alakban!

b. Írja fel az alakváltozási gradiens és $\vec{u} \circ \nabla^o$ elmozdulási gradiens tenzor közötti kapcsolatot, majd határozza meg $\vec{u} \circ \nabla^o$ mátrixát! Szemléltesse az $\vec{u} \circ \nabla^o$ tenzor koordinátáit és állapítsa meg, hogy a vizsgált pontban az alakváltozás nagy-, vagy kismértékű!

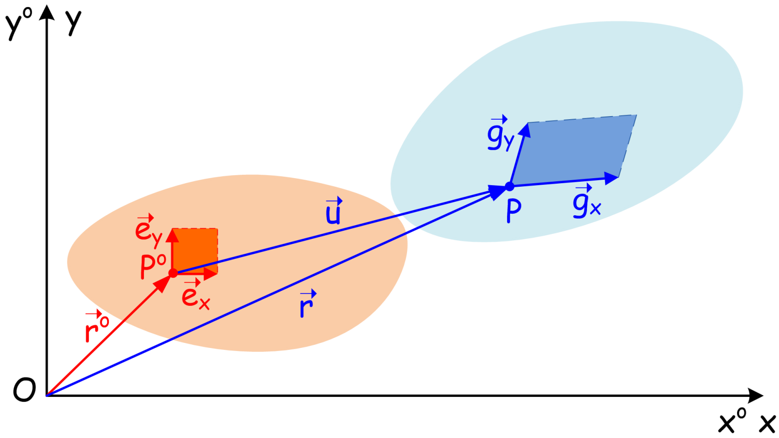
c. Számítsa ki a $\hat{P}$ ponton áthaladó x^o és y^o irányú anyagi vonalak nyúlásait és a kezdeti hosszakra vonatkoztatott fajlagos nyúlásait (mérnöki nyúlások), valamint a vonalak egymáshoz viszonyított szögtorzulását!

d. Számítsa ki a P^o pontbeli $\vec{e}_n = 0,6\vec{e}_x + 0,8\vec{e}_y$ irányú anyagi vonal alakváltozás utáni $\vec{g}_n$ érintő vektorát, majd határozza meg az anyagi vonal nyúlását és fajlagos nyúlását a kezdeti hosszra vonatkoztatva!

e. Számítsa ki a P^o pontbeli $\vec{e}_n$ irányú anyagi vonal és a rá merőleges $\vec{e}_m = -0,8\vec{e}_x + 0,6\vec{e}_y$ irányú anyagi vonal relatív szögtorzulását!

Megoldás: $[\underline{\underline{F}}] = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix}$; $\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{1}} + \vec{u} \circ \nabla^o = \underline{\underline{1}} + \underline{\underline{U}}$; $[\underline{\underline{U}}] = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -0,5 \end{bmatrix}$; nagymértékű alakváltozás; $\lambda_x = 3$; $\lambda_y = -0,5$; $\varepsilon_x^o = 2$; $\varepsilon_y^o = -0,5$; $\gamma_{xy} = 0$; $\lambda_n = 1,8439$; $\varepsilon_n^o = 0,8439$; $\gamma_{mn} = -70,35^o = -1,2278\,\mathrm{rad}$

$\boxed{9}$ Egy szilárd test $\hat{P}$ jelű anyagi pontja alakváltozás előtt a $P^o(x^o, y^o)$ koordinátájú geometriai pontban, alakváltozás után a $P(x, y)$ koordinátájú geometriai pontban helyezkedik el. A P^o pontbeli $\vec{e}_x$ és $\vec{e}_y$ egységvektorok által kifeszített elemi négyzet pontjai alakváltozás után a $\vec{g}_x = 2,5\vec{e}_x + 0,5\vec{e}_y$ és $\vec{g}_y = 0,2\vec{e}_x + 1,4\vec{e}_y$ vektorok által kifeszített paralelogramma pontjait foglalják el az ábrán vázolt módon.



a. Írja fel a $\hat{P}$ anyagi pont elemi környezetének alakváltozását jellemző $\underline{\underline{F}}$ alakváltozási gradiens tenzor mátrixát, majd adja meg az $\underline{\underline{F}}$ tenzort invariáns alakban!

b. Írja fel az alakváltozási gradiens és $\vec{u} \circ \nabla^o$ elmozdulási gradiens tenzor közötti kapcsolatot, majd határozza meg $\vec{u} \circ \nabla^o$ mátrixát! Szemléltesse az $\vec{u} \circ \nabla^o$ tenzor koordinátáit és állapítsa meg, hogy a vizsgált pontban az alakváltozás nagy-, vagy kismértékű!

c. Számítsa ki a $\hat{P}$ ponton áthaladó x^o és y^o irányú anyagi vonalak nyúlásait és a kezdeti hosszakra vonatkoztatott fajlagos nyúlásait (mérnöki nyúlások), valamint a vonalak egymáshoz viszonyított szögtorzulását!

d. Számítsa ki a P^o pontbeli $\vec{e}_n = 0,6\vec{e}_x + 0,8\vec{e}_y$ irányú anyagi vonal alakváltozás utáni $\vec{g}_n$ érintő vektorát, majd határozza meg az anyagi vonal nyúlását és fajlagos nyúlását a kezdeti hosszra vonatkoztatva!

e. Számítsa ki a P^o pontbeli $\vec{e}_n$ irányú anyagi vonal és a rá merőleges $\vec{e}_m = -0,8\vec{e}_x + 0,6\vec{e}_y$ irányú anyagi vonal relatív szögtorzulását!

Megoldás: $[\underline{\underline{F}}] = \begin{bmatrix} 2,5 & 0,2 \\ 0,5 & 1,4 \end{bmatrix}$; $\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{1}} + \vec{u} \circ \nabla^o = \underline{\underline{1}} + \underline{\underline{U}}$; $[\underline{\underline{U}}] = \begin{bmatrix} 1,5 & 0,2 \\ 0,5 & 0,4 \end{bmatrix}$; nagymértékű alakváltozás; $\lambda_x = 2,5495$; $\lambda_y = 1,4142$; $\varepsilon_x^o = 1,5495$; $\varepsilon_y^o = 0,4142$; $\gamma_{xy} = 19,44^o = 0,3393\,\mathrm{rad}$; $\lambda_n = 2,1845$; $\varepsilon_n^o = 1,1845$; $\gamma_{mn} = -36,28^o = -0,6333\,\mathrm{rad}$

10 Egy szilárd test alakváltozása során a P^o pontbeli $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$ és $\vec{e}_z$ egységvektorok által kifeszített egységnyi oldalú kocka a P pontbeli $\vec{g}_x = 1,002\vec{e}_x + 0,004\vec{e}_z$, $\vec{g}_y = 1,002\vec{e}_y - 0,002\vec{e}_z$ és $\vec{g}_z = -0,002\vec{e}_x + 0,996\vec{e}_z$ vektorok által kifeszített paralelepipedonná torzul.

a. Írja fel az $\underline{\underline{F}}$ alakváltozási gradiens és az $\underline{\underline{U}}$ elmozdulási gradiens tenzorok mátrixait! Állapítsa meg, hogy a vizsgált pontban az alakváltozás nagy-, vagy kismértékű, majd szemléltesse az elmozdulás gradiens tenzor mátrixát elemi triéderen!

b. Határozza meg $P \approx P^o$ pontbeli $\underline{\underline{A}}$ alakváltozási tenzor mátrixát és nevezze meg a benne megjelenő mennyiségeket!

c. Határozza meg $P \approx P^o$ pontbeli $\underline{\underline{\Psi}}$ forgató tenzor mátrixát, majd határozza meg $\vec{\phi}$ szögelfordulás vektort!

d. Határozza meg $\vec{e}_n = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_y - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_z$ és az $\vec{e}_m = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_y + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_z$ egységvektorokhoz tartozó ε_n és ε_m fajlagos nyúlásokat és γ_{mn} fajlagos szögtorzulást!

Megoldás:

$$[\underline{\underline{F}}_P] = \begin{bmatrix} 1,002 & 0 & -0,002 \\ 0 & 1,002 & 0 \\ 0,004 & -0,002 & 0,996 \end{bmatrix}; \; [\underline{\underline{U}}_P] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & -2 & -4 \end{bmatrix} \times 10^{-3}; \; \begin{matrix}\text{Kismértékű alakváltozás} \\ ([\underline{\underline{U}}] \text{ minden eleme} \ll 1)\end{matrix};$$

$$[\underline{\underline{A}}_P] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & -4 \end{bmatrix} \times 10^{-3}; \; [\underline{\underline{\Psi}}_P] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \end{bmatrix} \times 10^{-3}; \; \vec{\phi} = (-\vec{e}_x - 3\vec{e}_y) \cdot 10^{-3};$$

$\varepsilon_n = 0$; $\varepsilon_m = -2 \cdot 10^{-3}$; $\gamma_{mn} = 6 \cdot 10^{-3}$

11 Egy szilárd test alakváltozás utáni elmozdulási állapotát leíró $\vec{u}(\vec{r}) = \vartheta z \vec{e}_z \times \vec{R}$ elmozdulásmező ismert. Legyen $\vartheta = 2 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\mathrm{mm}}$ és $\vec{R} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y$.

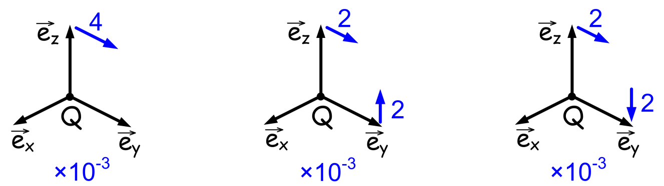
a. Írja fel az $\underline{\underline{U}}_Q$ elmozdulás gradiens, valamint az $\underline{\underline{A}}_Q$ alakváltozási és $\underline{\underline{\Psi}}_Q$ forgató tenzor mátrixát a szilárd test $\vec{r}_Q = (2\vec{e}_x)\,\mathrm{mm}$ helyvektor által kijelölt Q pontjában!

b. Adja meg az $\vec{e}_n = 0,6\vec{e}_y + 0,8\vec{e}_z$ irányhoz tartozó ε_n fajlagos nyúlást!

c. Szemléltesse a tenzorok mátrixait elemi triéder segítségével!

Megoldás:

$$[\underline{\underline{U}}_Q] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times 10^{-3}; \; [\underline{\underline{A}}_Q] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \times 10^{-3}; \; [\underline{\underline{\Psi}}_Q] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix} \times 10^{-3}; \; \varepsilon_n = 1,92 \cdot 10^{-3}$$

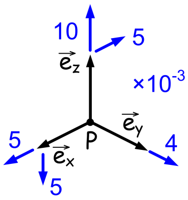


12 Egy szilárd test P pontjában az alábbi alakváltozási jellemzők ismertek:
$\varepsilon_x = 5 \cdot 10^{-3}$; $\varepsilon_y = 4 \cdot 10^{-3}$; $\varepsilon_z = 10^{-2}$; $\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \gamma_{yz} = \gamma_{zy} = 0$; $\gamma_{zx} = \gamma_{xz} = -10^{-2}$.

a. Szemléltesse elemi triéderen a P pontbeli alakváltozási állapotot!

b. Számítsa ki ε_n fajlagos nyúlást és γ_{yn} fajlagos szögtorzulást, ha $\vec{e}_n = 0,8\vec{e}_x + 0,6\vec{e}_z$!

Megoldás:



$$[\underline{\underline{A}}_P] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & -5 \\ 0 & 4 & 0 \\ -5 & 0 & 10 \end{bmatrix} \times 10^{-3};\ \varepsilon_n = 2 \cdot 10^{-3};\ \gamma_{yn} = 0$$

13 Egy szilárd test elmozdulásmezője az $\vec{u}(\vec{r}) = -\dfrac{\nu}{R}xy\vec{e}_x + \dfrac{1}{2R}(\nu x^2 - \nu y^2 - z^2)\vec{e}_y + \dfrac{1}{R}yz\vec{e}_z$ alakban adott. Legyen $R = 10^3$ mm és $\nu = 0,25$.

a. Határozza meg az $\vec{r}_P = (4\vec{e}_x - 2\vec{e}_y + 5\vec{e}_z)$ mm helyvektorral kijelölt P pontban az $\underline{\underline{U}}_P$ elmozdulási és az $\underline{\underline{F}}_P$ alakváltozási gradienst!

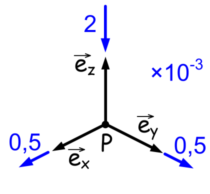
b. Írja fel a P pontbeli $\underline{\underline{A}}_P$ alakváltozási és $\underline{\underline{\Psi}}_P$ forgató tenzor mátrixát és szemléltesse elemi triéderen, majd határozza meg $\vec{\phi}$ szögelfordulás vektort!

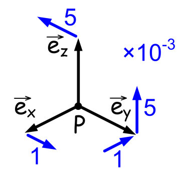
c. Határozza meg $\vec{e}_n = \dfrac{1}{2}\vec{e}_x - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_y$ és az $\vec{e}_m = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_x + \dfrac{1}{2}\vec{e}_y$ egységvektorokhoz tartozó ε_n és ε_m fajlagos nyúlásokat és γ_{mn} fajlagos szögtorzulást!

Megoldás:

$$[\underline{\underline{U}}_P] = \begin{bmatrix} 0,5 & -1 & 0 \\ 1 & 0,5 & -5 \\ 0 & 5 & -2 \end{bmatrix} \times 10^{-3};\ [\underline{\underline{F}}_P] = \begin{bmatrix} 1,0005 & -0,001 & 0 \\ 0,001 & 1,0005 & -0,005 \\ 0 & 0,005 & 0,998 \end{bmatrix};$$

$$[\underline{\underline{A}}_P] = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \times 10^{-3};\ [\underline{\underline{\Psi}}_P] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -5 \\ 0 & 5 & 0 \end{bmatrix} \times 10^{-3};$$





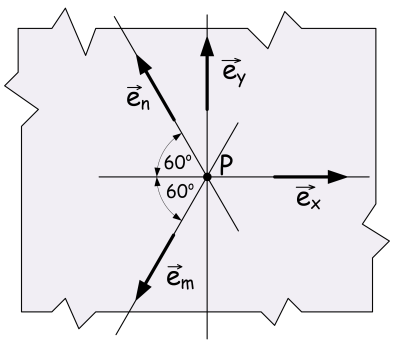
$\vec{\phi} = (5\vec{e}_x + \vec{e}_z) \cdot 10^{-3}$; $\varepsilon_n = 0,5 \cdot 10^{-3}$; $\varepsilon_m = 0,5 \cdot 10^{-3}$; $\gamma_{mn} = 0$

14 A próbatest felszínén elhelyezkedő P pontban $\varepsilon_x = 2 \cdot 10^{-4}$, $\varepsilon_n = 0,5 \cdot 10^{-4}$ és $\varepsilon_m = 4 \cdot 10^{-4}$ fajlagos nyúlásokat mérünk az ábrán jelzett irányokban. A P ponton áthaladó, síkra merőleges z tengely alakváltozási főtengely! Határozza meg az ε_y fajlagos nyúlást és γ_{xy} fajlagos szögtorzulást!

Megoldás:

$\vec{e}_n = -\dfrac{1}{2}\vec{e}_x + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_y$; $\vec{e}_m = -\dfrac{1}{2}\vec{e}_x - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_y$;

$\varepsilon_y = 2,\dot{3} \cdot 10^{-4}$; $\gamma_{xy} = \dfrac{7}{\sqrt{3}} \cdot 10^{-4}$



15 A szilárd test P pontjában ismeretes az elmozdulási gradiens tenzor mátrixa:

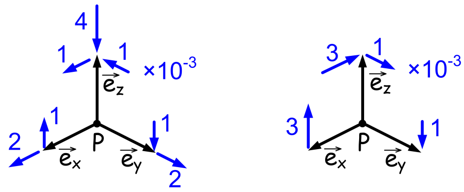
$$[\underline{\underline{U}}_P] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & -2 & -4 \end{bmatrix} \times 10^{-3}.$$

a. Határozza meg az $\underline{\underline{A}}_P$ alakváltozási és $\underline{\underline{\Psi}}_P$ forgató tenzor mátrixát és szemléltesse elemi triéderen!

b. Határozza meg $\vec{e}_n = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_y - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_z$ és az $\vec{e}_m = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_y + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_z$ egységvektorokhoz tartozó ε_n és ε_m fajlagos nyúlásokat és γ_{mn} fajlagos szögtorzulást!

Megoldás:

$$[\underline{\underline{A}}_P] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & -4 \end{bmatrix} \times 10^{-3}; \quad [\underline{\underline{\Psi}}_P] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \end{bmatrix} \times 10^{-3};$$



$\varepsilon_n = 0$; $\varepsilon_m = -2 \cdot 10^{-3}$; $\gamma_{mn} = 6 \cdot 10^{-3}$

16 Az xyz koordináta-rendszer $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$ és $\vec{e}_z$ egységvektorai által meghatározott egységnyi oldalú kocka deformációját leíró alakváltozási gradiens adott:

$$[\underline{\underline{F}}] = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

a. Írja fel az alakváltozás utáni állapotban az egységvektorokból előálló $\vec{g}_x$, $\vec{g}_y$ és $\vec{g}_z$ érintőket, majd ábrázolja a kocka alakváltozás előtti és utáni helyzetét, ha a kocka origójával egybeeső sarokpontja alakváltozás közben nem mozdul el!

b. Határozza meg az $\underline{\underline{A}}$ és $\underline{\underline{\Psi}}$ tenzorok mátrixát és a $\vec{\phi}$ szögelfordulás vektort!

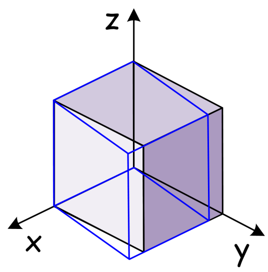
c. Milyen feltétel esetén érvényes a linearizálás során alkalmazott $\underline{\underline{F}}^T\underline{\underline{F}} \approx \underline{\underline{1}} + 2\underline{\underline{A}}$ közelítés?

Megoldás:

$\vec{g}_x = \vec{e}_x$; $\vec{g}_y = \gamma\vec{e}_x + \vec{e}_y$; $\vec{g}_z = \vec{e}_z$;

$$[\underline{\underline{A}}] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\gamma & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad [\underline{\underline{\Psi}}] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\gamma & 0 \\ -\frac{1}{2}\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \vec{\phi} = -\frac{1}{2}\gamma\vec{e}_z;$$

ha $1 + \gamma^2 \approx 1$, azaz $\gamma \ll 1$



17 Ismert az $\vec{n} = 0,8\vec{e}_y + 0,6\vec{e}_z$ normálisú elemi felület P pontjában a felületen megoszló ER $\vec{p}_n = (-400\vec{e}_x + 300\vec{e}_y + 100\vec{e}_z)\,\frac{N}{\mathrm{mm}^2}$ sűrűségvektora, azaz a feszültségvektor.

Határozza meg az elemi felület P pontjában a

a. σ_n normálfeszültséget!

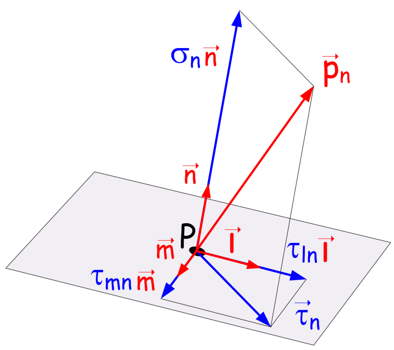
b. $\vec{\tau}_n$ csúsztató feszültségvektort!

c. τ_{mn} csúsztató feszültséget, ha $\vec{m} = -0,6\vec{e}_y + 0,8\vec{e}_z$!

Megoldás:

$\sigma_n = 300\,\mathrm{MPa}$; $\vec{\tau}_n = (-400\vec{e}_x + 60\vec{e}_y - 80\vec{e}_z)\,\mathrm{MPa}$;

$\tau_{mn} = -100\,\mathrm{MPa}$



18 Határozza meg az $\vec{n} = 0,5\vec{e}_x + 0,5\vec{e}_y + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_z$ normálisú sík P pontjában ébredő $\vec{p}_n = (581\vec{e}_x - 100\vec{e}_y + 200\vec{e}_z)$ MPa feszültségvektor σ_n, τ_{mn} és τ_{ln} összetevőit, ha $\vec{m} = -0,5\vec{e}_x - 0,5\vec{e}_y + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_z$ és $\vec{l} = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_x - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_y$!

Megoldás: $\sigma_n = 381,92\,\mathrm{MPa}$; $\tau_{mn} = -99,1\,\mathrm{MPa}$; $\tau_{ln} = 481,5\,\mathrm{MPa}$

19 Egy szilárd test P pontjában ismert a $\underline{\underline{T}}_P$ feszültségi tenzor xyz koordináta-rendszerben tekintett mátrixa:

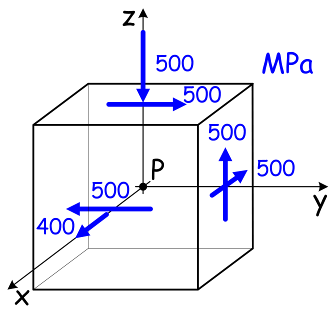
$$[\underline{\underline{T}}_P] = \begin{bmatrix} 400 & -500 & 0 \\ -500 & 0 & 500 \\ 0 & 500 & -500 \end{bmatrix} \mathrm{MPa}.$$

a. Határozza meg a P pontban az $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$ és $\vec{e}_z$ normálisú elemi felülethez tartozó $\vec{p}_x$, $\vec{p}_y$ és $\vec{p}_z$ feszültségvektorokat!

b. Írja fel az $\vec{n} = 0,8\vec{e}_y + 0,6\vec{e}_z$ normálisú elemi felületen a $\vec{p}_n$ feszültségvektort, a σ_n normálfeszültséget és a $\vec{\tau}_n$ csúsztatófeszültség vektort!

c. Szemléltesse a P pont feszültségi állapotát elemi kockán!

Megoldás:
$\vec{p}_x = (400\vec{e}_x - 500\vec{e}_y)\,\mathrm{MPa}$;
$\vec{p}_y = (-500\vec{e}_x + 500\vec{e}_z)\,\mathrm{MPa}$;
$\vec{p}_z = (500\vec{e}_y - 500\vec{e}_z)\,\mathrm{MPa}$;
$\sigma_n = 300\,\mathrm{MPa}$;
$\vec{\tau}_n = (-400\vec{e}_x + 60\vec{e}_y - 80\vec{e}_z)\,\mathrm{MPa}$



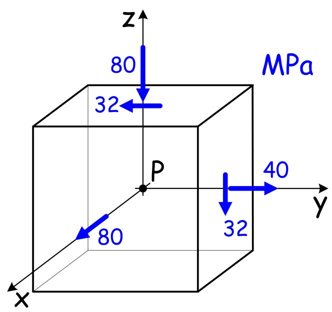
20 Adott a szilárd test P pontjában a $\underline{\underline{T}}_P$ feszültségi tenzor xyz koordináta-rendszerbeli mátrixa:

$$[\underline{\underline{T}}_P] = \begin{bmatrix} 80 & 0 & 0 \\ 0 & 40 & -32 \\ 0 & -32 & -80 \end{bmatrix} \mathrm{MPa}.$$

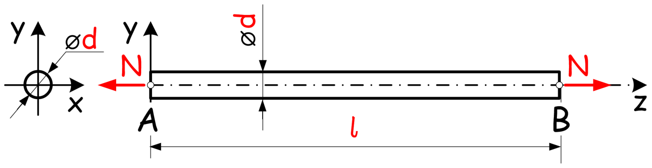
a. Írja fel a feszültségi tenzor diadikus előállítását és szemléltesse a feszültségi állapotot az elemi kockán!

b. Számítsa ki az $\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{17}}(4\vec{e}_y - \vec{e}_z)$ és $\vec{m} = \frac{1}{\sqrt{17}}(\vec{e}_y + 4\vec{e}_z)$ normálisú felületeken ébredő σ_n és σ_m normálfeszültségeket és τ_{mn} nyírófeszültséget!

Megoldás:
$\underline{\underline{T}}_P = [80\vec{e}_x \circ \vec{e}_x + (40\vec{e}_y - 32\vec{e}_z) \circ \vec{e}_y + (-32\vec{e}_y - 80\vec{e}_z) \circ \vec{e}_z]\,\mathrm{MPa}$;
$\sigma_n = 48\,\mathrm{MPa}$;
$\sigma_m = -88\,\mathrm{MPa}$;
$\tau_{mn} = 0$



21 Egy húzásra igénybevett körkeresztmetszetű, prizmatikus rúd $\overline{AB}$ szakaszának $l = 250\,\mathrm{mm}$ terheletlen hossza és $d = 25\,\mathrm{mm}$ kezdeti átmérője ismert.



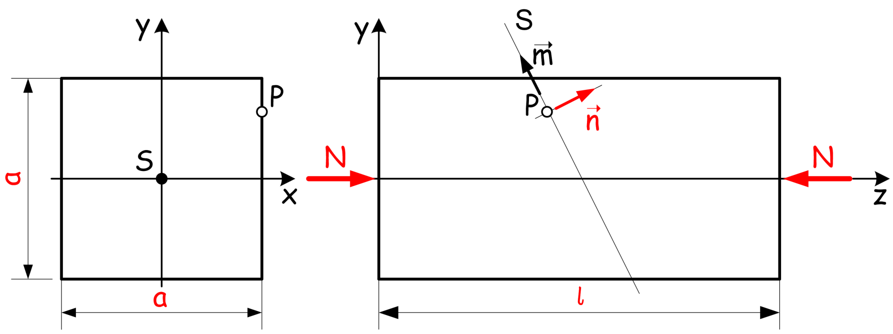
a. Mekkora lesz a lineárisan rugalmasnak tekintett rúdszakasz $N_2 = 50\,\mathrm{kN}$ húzóerő esetén adódó l_2 hossza, ha $N_1 = 100\,\mathrm{kN}$ húzóerő mellett $l_1 = 250,27\,\mathrm{mm}$ hossz mérhető?

b. Mekkora az N_3 húzóerő értéke, ha mellette a rúd pontjaiban $\sigma_{z3} = 80\,\mathrm{MPa}$ feszültség ébred?

c. Határozza meg a megismert adatokból a rúdanyag E rugalmassági modulusát!

Megoldás: $l_2 = 250,135\,\mathrm{mm}$; $N_3 = 39,2699\,\mathrm{kN}$; $E = 188628\,\mathrm{MPa}$

22 A négyzet keresztmetszetű, prizmatikus ($a = 50\,\mathrm{mm}$; $l = 100\,\mathrm{mm}$) zömök rúd az ábrán látható módon 600 kN nagyságú erőknek kitett.



a. Állapítsa meg az igénybevételt és adja meg a vonatkozó igénybevételi ábrát!

b. Rajzolja meg a $z = 0$ keresztmetszetben ébredő feszültségeloszlást az x és y koordinátatengelyek mentén és adja meg az eloszlást leíró függvényt az x és y koordináták függvényében!

c. Határozza meg a $P(25; 12,5; 40)$ mm pontban a $\underline{\underline{T}}_P$ feszültségi tenzor mátrixát és szemléltesse azt a P pont környezetéből kivett elemi kockán!

d. Határozza meg az $\underline{\underline{A}}_P$ alakváltozási tenzor mátrixát és szemléltesse azt a P ponthoz kötött elemi triéderen, ha $E = 200\,\mathrm{GPa}$ és $\nu = 0,3$!

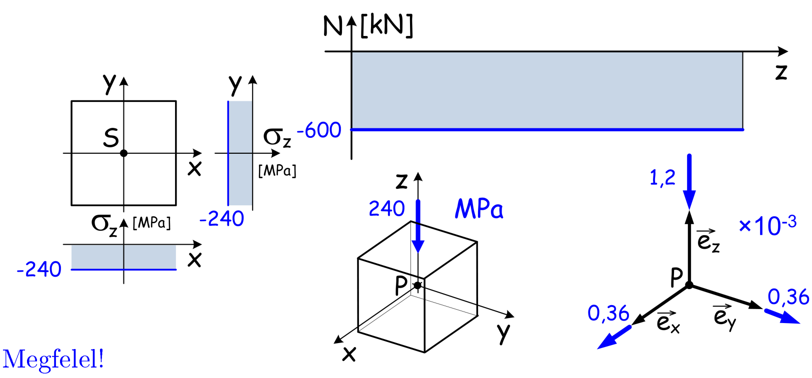
e. Írja fel a P ponton átmenőn $\vec{n} = 0,6\vec{e}_y + 0,8\vec{e}_z$ normálisú S síkon ébredő σ_n normálfeszültséget és a síkba eső, ábrán berajzolt $\vec{m}$ irányú τ_{mn} nyírófeszültséget!

f. Ellenőrizze a rudat feszültségcsúcsra, ha $\sigma_{jell} = 400\,\mathrm{MPa}$ és $n = 1,6$!

Megoldás: $\sigma_z(x,y) = -240\,\mathrm{MPa}$=áll.;

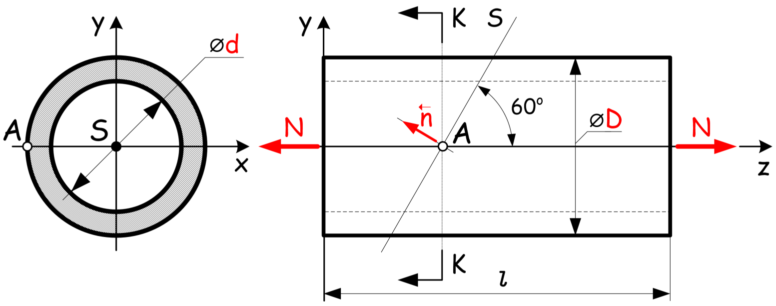
$$[\underline{\underline{T}}_P] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -240 \end{bmatrix} \mathrm{MPa};$$

$$[\underline{\underline{A}}_P] = \begin{bmatrix} 0,36 & 0 & 0 \\ 0 & 0,36 & 0 \\ 0 & 0 & -1,2 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$$



$\sigma_n = -153,6\,\mathrm{MPa}$; $\tau_{mn} = 115,2\,\mathrm{MPa}$; Megfelel!

23 Az $N = 30\,\mathrm{kN}$ húzó igénybevételnek kitett, l hosszúságú, $D = 40\,\mathrm{mm}$ külső és $d = 36\,\mathrm{mm}$ belső átmérővel rendelkező csőszakasz anyagának $E = 200\,\mathrm{GPa}$ Young-féle rugalmassági modulusa és $\nu = 0,25$ Poisson tényezője ismert.



a. Ábrázolja jelleghelyesen az x és y koordinátatengelyek menti feszültségeloszlásokat és határozza meg az A pontbeli $\underline{\underline{T}}_A$ feszültségi tenzor mátrixát, adja meg diadikus alakban és szemléltesse azt az A pont környezetéből kivett koordinátatengelyekkel párhuzamos oldalú elemi kockán!

b. Írja fel az A pontra illeszkedő $\vec{n}$ normálisú elemi felületen a $\vec{p}_n$ feszültségvektort, a σ_n normálfeszültséget és a $\vec{\tau}_n$ csúsztatófeszültség vektort!

Megoldás:

$\sigma_z(A) = 125,65$ MPa;

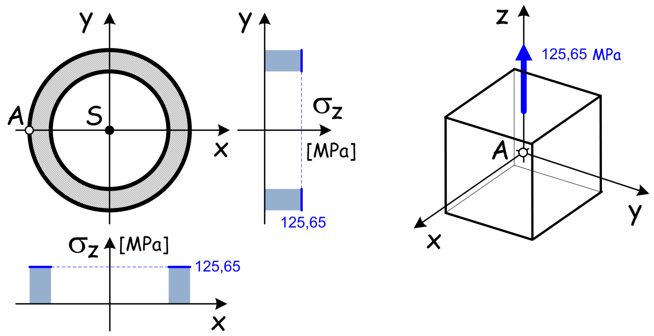
$\underline{\underline{T}}_A = (125,65\vec{e}_z \circ \vec{e}_z)$ MPa;

$$[\underline{\underline{T}}_A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 125,65 \end{bmatrix} \text{MPa};$$

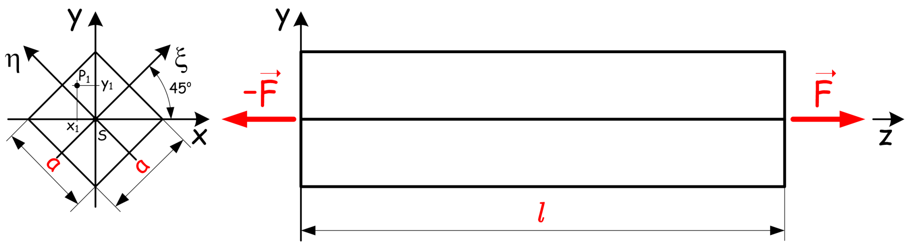
$\vec{p}_n = (-108,816\vec{e}_z)$ MPa;

$\sigma_n = 94,24$ MPa;

$\vec{\tau}_n = (-47,12\vec{e}_y - 27,195\vec{e}_z)$ MPa;



24 A négyzet keresztmetszetű rúd ($a = 20\,\mathrm{mm}$; $l = 200\,\mathrm{mm}$) terhelése két véglapon, a súlypontba redukált $\vec{F}$ és $-\vec{F}$ erőkkel adott, amelyek hatására $\Delta l = 20\,\mu\mathrm{m}$ hosszváltozást szenved el az $E = 200\,\mathrm{GPa}$ és $\nu = 0,3$ anyagjellemzőkkel bíró rúd.



a. Állapítsa meg az igénybevételt és adja meg a vonatkozó igénybevételi ábrát!

b. Számítsa ki a $P_1(-3;\ 5;\ 0)$ mm pontbeli ε_x, ε_y és ε_z fajlagos nyúlásokat és adja meg $\underline{\underline{A}}_{P_1}$ alakváltozási tenzor mátrixát xyz és $\xi\eta\zeta$ koordináta-rendszerekben!

c. Határozza meg P_1 pontban a $\underline{\underline{T}}_{P_1}$ feszültségi tenzor mátrixát xyz és $\xi\eta\zeta$ koordináta-rendszerekben és ábrázolja az x és y koordinátatengelyek menti feszültségeloszlásokat jelleghelyesen!

d. Határozza meg azt az N rúderőt, amely $\Delta a = -4,5\,\mu\mathrm{m}$ méretváltozást okoz a rúdon!

e. Megfelel-e szilárdságtani szempontból a rúd, ha a (c.) és (d.) pontokban megállapított terheléseket feszültségcsúcsra ellenőrizzük rúdanyagra vett $\sigma_{jell} = 100\,\mathrm{MPa}$ és $n = 2$ mellett!

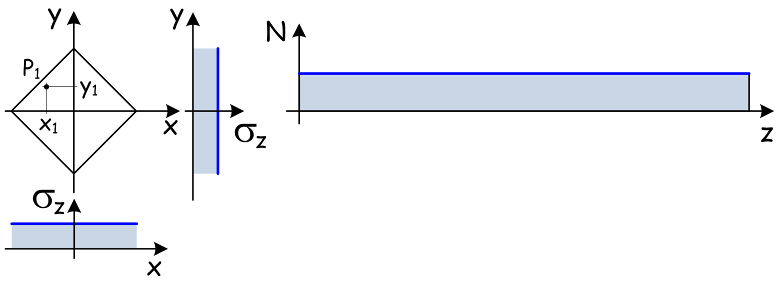
f. Méretezze a rudat $N = 150\,\text{kN}$ terhelésre, ha a megengedett feszültség $\sigma_{meg} = 60\,\text{MPa}$ értékű!

Megoldás:
$\varepsilon_x = \varepsilon_y = -3 \cdot 10^{-5}$; $\varepsilon_z = 10^{-4}$;

$$\left[\underline{\underline{A}}_{P_1}\right]_{(x,y,z)} = \left[\underline{\underline{A}}_{P_1}\right]_{(\xi,\eta,\zeta)} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \cdot 10^{-5};$$

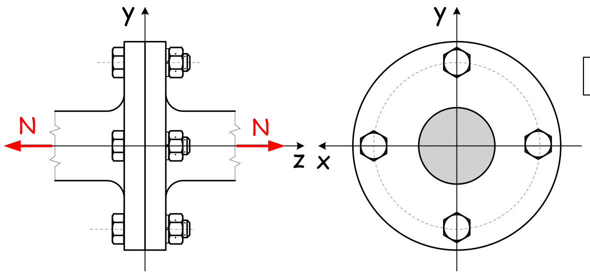
$$\left[\underline{\underline{T}}_{P_1}\right]_{(x,y,z)} = \left[\underline{\underline{T}}_{P_1}\right]_{(\xi,\eta,\zeta)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix} \text{MPa};$$

$N = 60\,\text{kN}$; igen, nem, $a = 50\,\text{mm}$



25 Az $N = 80\,\text{kN}$ rúderővel terhelt rúdcsatlakozást $k = 4$ darab csavarral valósítjuk meg. A szereléskor ébredő feszültségeket elhanyagolva határozzuk meg az egyes csavarok magkeresztmetszetének $A_{\text{szüks}}$ méretét, ha a csavaranyagra a $\sigma_{meg} = 100$ MPa előírást tették!

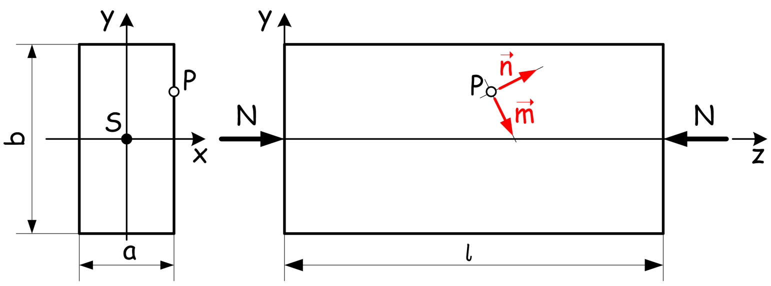
Megoldás: $A_{\text{szüks}} = 200\ \text{mm}^2$



26 Mekkora N erővel terhelhető a $k = 114$ darab egyenként $d = 1$ mm átmérőjű elemi szálból álló acélsodrony kötél, ha a benne $\sigma_{\text{kötél}} = 300$ MPa feszültség ébred?

Megoldás: $N = 26861$ N

27 A téglalap keresztmetszetű rúd ($a = 20\,\text{mm}$; $b = 40\,\text{mm}$; $l = 100\,\text{mm}$) N rúderők által nyomásnak kitett és $E = 200\,\text{GPa}$, $\nu = 0,25$ anyagjellemzőkkel rendelkezik.

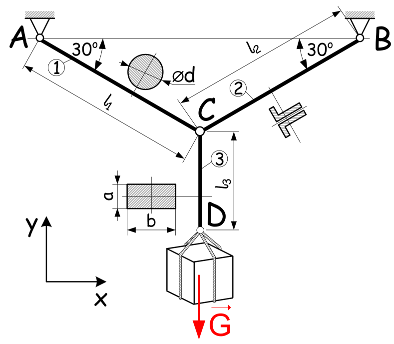


a. Mekkora N mellett alakul ki a P pontban az $\vec{n} = \dfrac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_y + \dfrac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_z$ és $\vec{m} = -\dfrac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_y + \dfrac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_z$ egységvektorokkal kijelölt egyenesek egymással bezárt derékszögének $(\dfrac{\pi}{2})$ terhelés hatására bekövetkező $\gamma_{mn} = -2,5 \cdot 10^{-4}$ mértékű szögtorzulása?

b. Határozza meg a fellépő N mellett a rúd Δl megnyúlását és a rúdban felhalmozódó U alakváltozási energiát!

Megoldás: $N = -40$ kN; $\Delta l = -25 \cdot 10^{-3}$ mm; $U = 0,5$ J

28 Az ábrán látható egy $G = 150$ kN súlyt tartó három különböző keresztmetszettel bíró, de azonos ($E = 200\,\text{GPa}$, $\nu = 0,25$) anyagból készített és $l_1 = l_2 = 3$ m és $l_3 = 2$ m hosszúságú rudakból összeépített szerkezet.



a. Ellenőrizze az 1 jelű $d = 40$ mm átmérőjű körkeresztmetszetű rudat feszültségcsúcsra, ha $\sigma_{jell} = 240\,\mathrm{MPa}$ és $n = 2$!

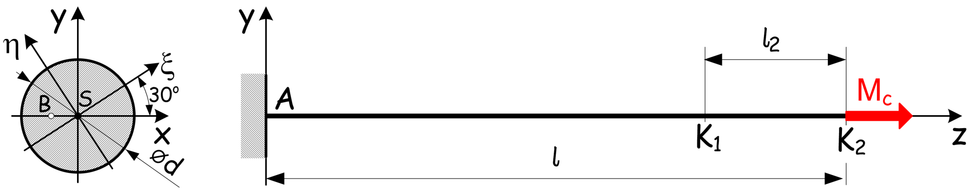
b. Méretezze a 3 jelű rudat, ha a téglalap keresztmetszet oldalainak aránya $b = 2a$ ismert és $\sigma_{jell} = 240\,\mathrm{MPa}$ és $n = 2$!

c. Határozza meg a 2 jelű két azonos L szelvényből álló keresztmetszet esetén azt az $A_{\text{szüks}}$ területet $\sigma_{jell} = 240\,\mathrm{MPa}$ és $n = 2$ mellett, amely alapján szabványos szelvényt választhatunk!

d. Számítsa ki az egyes rudakban felhalmozódó alakváltozási energiák értékét!

Megoldás: $\sigma_{max} = 119,37$ MPa $< \sigma_{meg} = 120$ MPa $\implies$ megfelel!; $b = 2a \geq 50$ mm; $A_{\text{szüks}} = 1250\,\mathrm{mm}$;
$U_1 = 134,28$ J; $U_2 = 133,9$ J; $U_3 = 90$ J

$\boxed{29}$ A körkeresztmetszetű $d = 20\,\mathrm{mm}$ átmérőjű és $l = 500\,\mathrm{mm}$ hosszúságú rudat (tengelyt) $M_c = 40\,\mathrm{Nm}$ nagyságú csavarónyomaték veszi igénybe az ábrán látható módon K_2 keresztmetszetben. A tengely anyagát $G = 76923\,\mathrm{MPa}$ modulus jellemzi.



a. Szemléltesse az x, y és ξ koordinátatengelyek menti feszültségeloszlásokat jelleghelyesen a K_1 keresztmetszetben, amely $l_2 = 160\,\mathrm{mm}$ távolságra esik K_2 tengelyvégtől!

b. Adja meg a K_1 keresztmetszet $B(-5;\,0)\,\mathrm{mm}$ pontjában ébredő $\underline{\underline{T}}_B$ feszültségi tenzor mátrixát xyz és $r\varphi z$ koordináta-rendszerekben és szemléltesse is elemi kockákon!

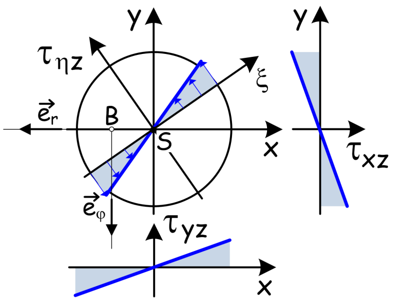
c. Adja meg a K_1 keresztmetszet $B(-5;\,0)\,\mathrm{mm}$ pontjában az $\underline{\underline{A}}_B$ alakváltozási tenzor mátrixát xyz és $r\varphi z$ koordináta-rendszerekben és szemléltesse azokat elemi triédereken!

d. Számítsa ki a K_2 keresztmetszet K_1 keresztmetszethez viszonyított Φ_{12} szögelfordulását!

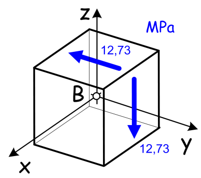
e. Határozza meg a tengelyt érő igénybevétel hatására megjelenő U alakváltozási energiát!

f. Mekkora a $d_{\text{szüks}}$ átmérője a tengelynek, ha anyagára megengedett feszültség $\tau_{meg} = 80\,\mathrm{MPa}$ értékű?

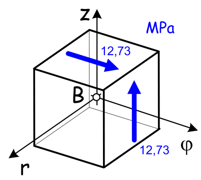
Megoldás:



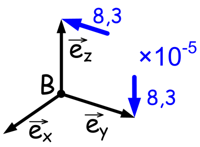
$$\left[\underline{\underline{T}}_B\right]_{(x,y,z)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12,73 \\ 0 & -12,73 & 0 \end{bmatrix} \mathrm{MPa};$$



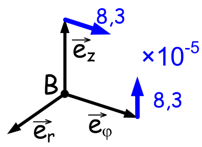
$$\left[\underline{\underline{T}}_B\right]_{(r,\varphi,z)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12,73 \\ 0 & 12,73 & 0 \end{bmatrix} \mathrm{MPa};$$



$$\left[\underline{\underline{A}}_B\right]_{(x,y,z)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -8,3 \\ 0 & -8,3 & 0 \end{bmatrix} \times 10^{-5};$$

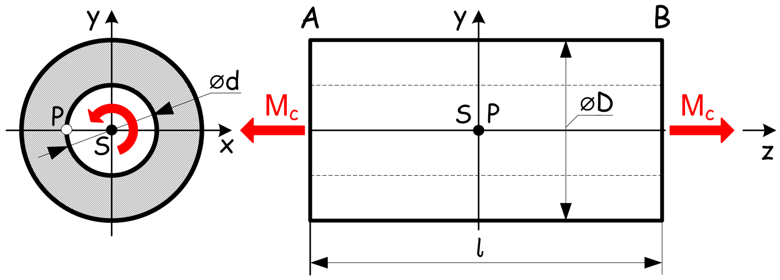


$$\left[\underline{\underline{A}}_B\right]_{(r,\varphi,z)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8,3 \\ 0 & 8,3 & 0 \end{bmatrix} \times 10^{-5};$$



$\Phi_{12} = 5,3 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{rad}$; $U = 0,331\,\mathrm{J}$; $d_{\text{szüks}} = 13,65\,\mathrm{mm}$

30 A $D = 70\,\mathrm{mm}$ külső és $d = 50$ mm belső átmérőjű körgyűrű keresztmetszetű rúd $l = 1,2\,\mathrm{m}$ hosszúságú szakaszának igénybevétele ábrán látható módon $M_c = 5\,\mathrm{kNm}$ nagyságú csavarás.



a. Rajzolja meg jelleghelyesen a z = 0 koordinátájú keresztmetszeten az x és y tengelyek menti feszültségeloszlást és határozza meg ezek alapján a keresztmetszet veszélyes pontját!

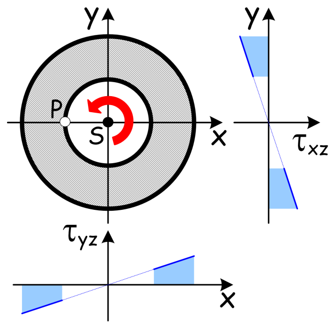
b. Határozza meg a keresztmetszet $P(-25;\,0;\,0)$ mm pontjában a $\underline{\underline{T}}_P$ feszültségi és $\underline{\underline{A}}_P$ alakváltozási tenzor mátrixát, ha $G = 8 \cdot 10^4$ MPa!

Megoldás:

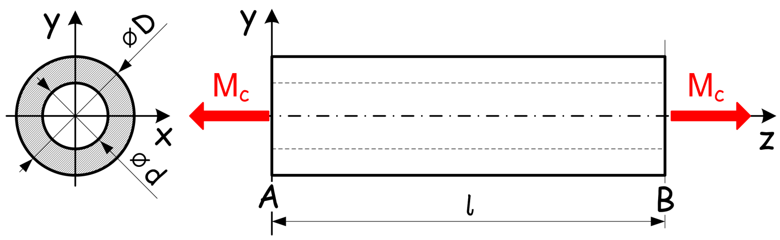
$$\left[\underline{\underline{T}}_P\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -71,7 \\ 0 & -71,7 & 0 \end{bmatrix} \mathrm{MPa};$$

$$\left[\underline{\underline{A}}_B\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4,48 \\ 0 & -4,48 & 0 \end{bmatrix} \times 10^{-4};$$

Veszélyes pontok: $\frac{D}{2}$ kerületi pontok!



31 Az l hosszúságú, $M_c = 2\,\mathrm{kNm}$ csavarónyomatékkal terhelt, körgyűrű keresztmetszetű rúd (csőtengely) esetén az átmérők aránya $D = 2d$ ismert.

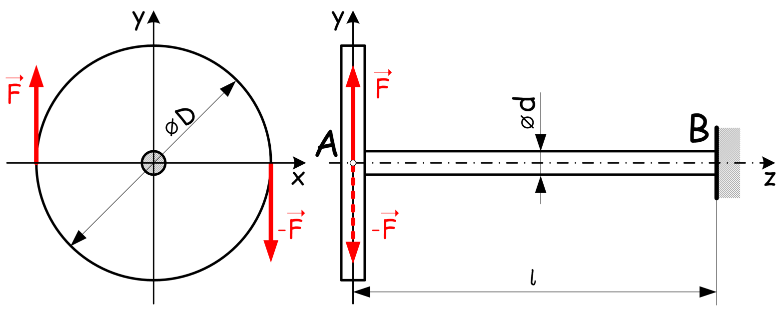


a. Méretezze a rudat feszültségcsúcsra $\tau_{meg} = 60\,\mathrm{MPa}$ rúdanyagra megengedett feszültség esetén!

b. Mekkora lehet a rúd maximális l_{max} hossza, ha a két szélső (A és B) keresztmetszet egymáshoz viszonyított szögelfordulásának megengedett értéke $\Phi_{meg} = 4 \cdot 10^{-3}$ adott és $G = 80\,\mathrm{GPa}$?

Megoldás: $d \geq 28,29\,\mathrm{mm}$; $l_{max} = 150,75\,\mathrm{mm}$ $(d = 28,29\,\mathrm{mm})$

32 A $d = 60\,\mathrm{mm}$ átmérőjű és $l = 1,2\,\mathrm{m}$ hosszúságúnak tekintett tengelyhez (rúdhoz) mereven kapcsolódó $D = 0,4\,\mathrm{m}$ átmérőjű tárcsa kerületén állandó $F = 5\,\mathrm{kN}$ nagyságú erőkből álló erőpár működik az ábrán látható módon.



a. Állapítsa meg a tengely igénybevételét, adja meg a vonatkozó igénybevételi ábrát és keresse meg a veszélyes keresztmetszetet és azon a veszélyes pontot!

b. Ellenőrizze a tengelyt feszültségcsúcsra, ha a tengely anyagára megengedett nyírófeszültség $\tau_{meg} = 60\,\mathrm{MPa}$ értékű!

Megoldás:

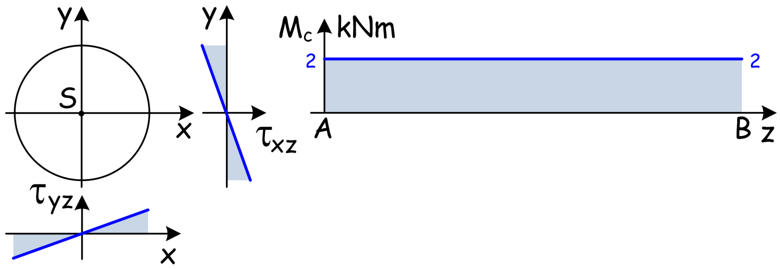
Tiszta csavarás

VKM: $\overline{AB}$;

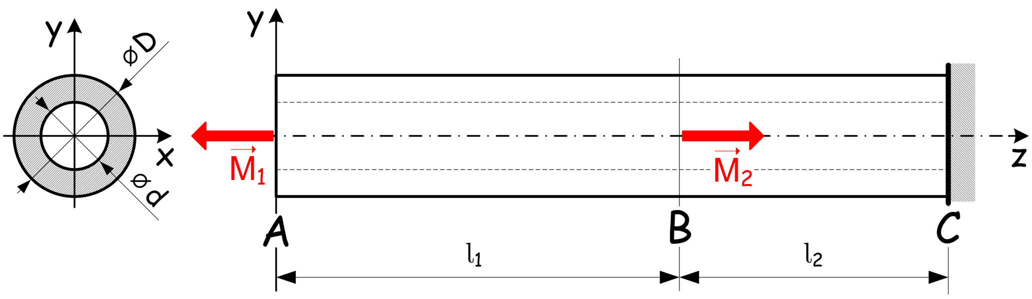
VP: kerületi pontok;

$\tau_{max} = 47,16$ MPa $< \tau_{meg} = 60$ MPa

$\Longrightarrow$ megfelel!

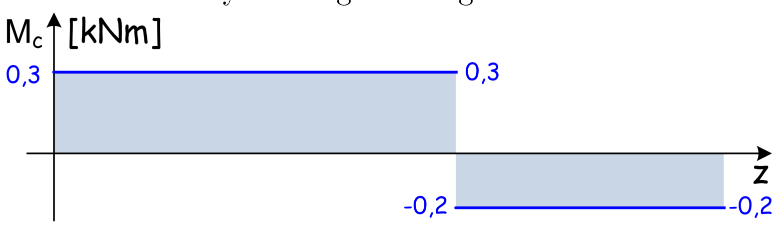


33 Az ábrán vázolt körgyűrű keresztmetszetű, jobb végén befalazott rudat az $|\vec{M}_1| = 0,3$ kNm és az $|\vec{M}_2| = 0,5$ kNm nyomatékok csavarásra terhelik (az A, ill. B keresztmetszetekben). $l_1 = 600$ mm, $l_2 = 400$ mm.



a. Az igénybevételi ábra megrajzolása után méretezzük a csőtengelyt, ha ismeretes a D/d = 3/2 átmérőviszony és a megengedett $\tau_{meg} = 70$ MPa feszültség a tengely anyagára!

b. Határozza meg a B keresztmetszet A keresztmetszethez viszonyított Φ_{AB} szögelfordulását $G = 8 \cdot 10^4$ MPa nyírási rugalmassági modulus mellett!

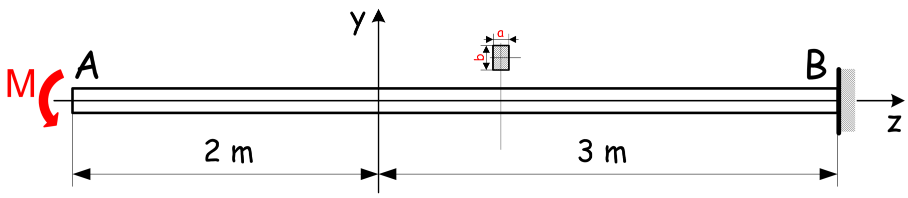


Megoldás:

$d \geq 20\,\mathrm{mm}$; $D \geq 30\,\mathrm{mm}$

$\Phi_{\mathrm{AB}} = 0,035\,\mathrm{rad}\ (d = 20\,\mathrm{mm})$

34 Az ábrán látható módon az A keresztmetszetben egy $M = 80\,\mathrm{Nm}$ nagyságú nyomaték terheli a befalazott téglalap ($a = 10\,\mathrm{mm}$, $b = 20\,\mathrm{mm}$) keresztmetszetű rudat.



a. Állapítsa meg az igénybevételt, rajzolja meg a vonatkozó igénybevételi ábrát és a $z = 0$ keresztmetszetben az x és y koordinátatengelyek mentén ébredő feszültségeloszlást jelleghelyesen!

b. Határozza meg a keresztmetszet veszélyes pontjait és ellenőrizze a rudat feszültségcsúcsra, ha anyagára megengedett feszültség értéke $\sigma_{meg} = 180\,\mathrm{MPa}$!

c. Határozza meg a $P(0;5;0)\,\mathrm{mm}$ pontban a $\underline{\underline{T}}_P$ feszültségi tenzor mátrixát és szemléltesse azt a P pont környezetéből kivett elemi kockán!

d. Határozza meg az $\underline{\underline{A}}_P$ alakváltozási tenzor mátrixát és szemléltesse azt a P ponthoz kötött elemi triéderen, ha $E = 200\,\text{GPa}$ és $\nu = 0,25$!

e. Számítsa ki a rúdban felhalmozódó alakváltozási energia értékét!

Megoldás:

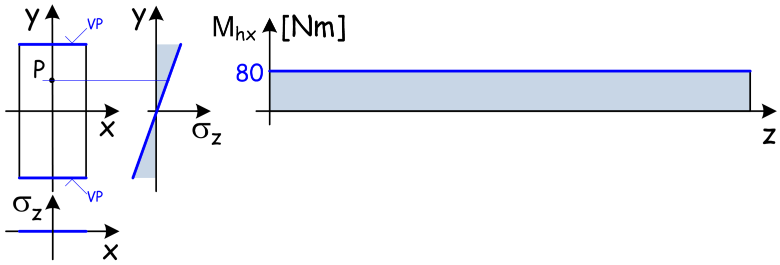
$\sigma_z(y) = 12y;\ \sigma_z(P) = 60\,\text{MPa};$

VP: $y = \pm\frac{b}{2} = \pm 10\,\text{mm}$

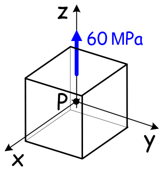
$\sigma_{max} = 120\ \text{MPa} < \sigma_{meg} = 180\ \text{MPa}$

$\Longrightarrow$ megfelel!

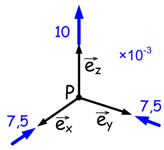
$U = 12\,J$



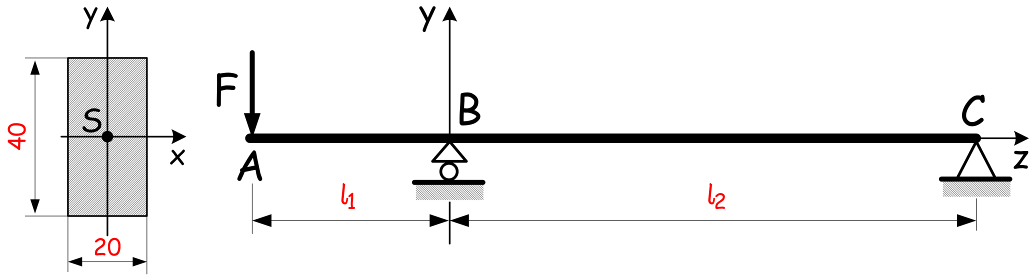
$$\left[\underline{\underline{T}}_P\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 60 \end{bmatrix} \text{MPa};$$



$$\left[\underline{\underline{A}}_P\right] = \begin{bmatrix} -7,5 & 0 & 0 \\ 0 & -7,5 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \end{bmatrix} \cdot 10^{-5};$$



35 Az ismert téglalap keresztmetszettel bíró konzolos tartón ($l_1 = 1,5\,\text{m}$, $l_2 = 4\,\text{m}$) egy F erő jelenti az ábrán látható módon a terhelést.

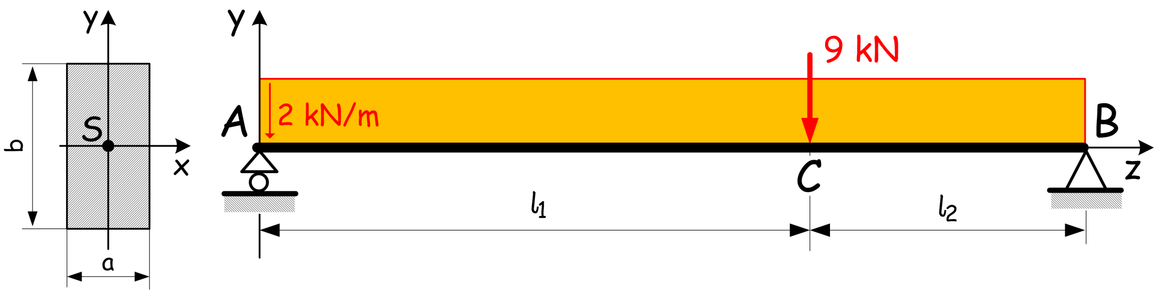


a. Határozza meg, hogy mekkora F_{max} erővel terhelhető a konzol, ha $\sigma_{meg} = 150\,\text{MPa}$!

b. Mekkora lesz az F'_{max} maximális erőterhelés, ha a keresztmetszetet z körül 90^o-kal elforgatjuk?

Megoldás: $F_{max} = 533.\dot{3}\,\text{N};\ F'_{max} = 266.\dot{6}\,\text{N}$

36 Adott a téglalap keresztmetszetű kéttámaszú tartó ($l_1 = 4\,\text{m}$, $l_2 = 2\,\text{m}$) az ábrán látható módon terhelve.

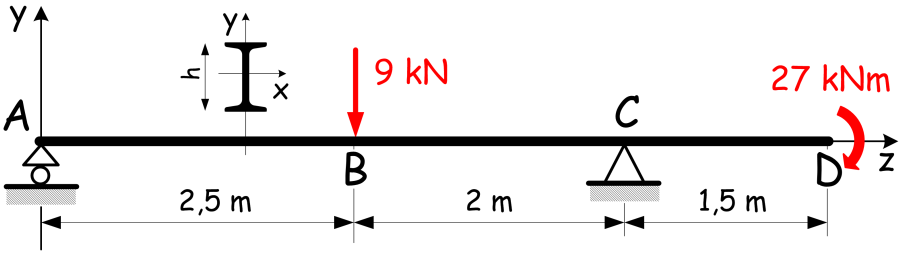


a. Méretezzen feszültségcsúcsra, ha $b = 2a$ és a tartó anyagára $\sigma_{\text{jell}} = 330\,\text{MPa}$ és $n = 2$ adott!

b. Méretezze a tartót feszültségcsúcsra d átmérőjű körkeresztmetszet esetében, ha a tartó anyagára $\sigma_{\text{jell}} = 330\,\text{MPa}$ és $n = 2$ adott!

Megoldás: VKM: C; $M_{hxmax} = |M_{hx}(C)| = 20\,\text{kNm}$; $a \geq 56,65\,\text{mm}$; $d \geq 107,28\,\text{mm}$

37 Ismert a prizmatikus tartó terhelése és anyagára tett $\sigma_{meg} = 165\,\mathrm{MPa}$ előírás.



Méretezze a tartót feszültségcsúcsra, azaz válaszon keresztmetszetet a mellékelt táblázatból!

szelvény	h [mm]	K_x [cm^3]	K_y [cm^3]	A [cm^2]
I 160	160	23,8	5,48	7,49
I 180	180	161	19,8	27,9
I 200	200	214	26,0	33,4
I 220	220	278	33,1	39,5
I 240	240	354	41,7	46,1

Megoldás:

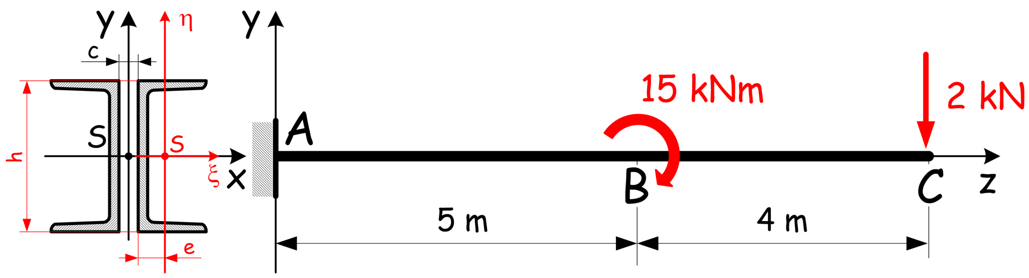
VKM: $\overline{CD}$

$M_{hxmax} = M_{hx}(C) = M_{hx}(D) = 27\,\mathrm{kNm}$

$K_x \geq 163,6\,\mathrm{cm}^3$

Választott KM: I 200

38 Ismert a prizmatikus tartó terhelése és anyagára tett $\sigma_{meg} = 165\,\mathrm{MPa}$ előírás. Vegye figyelembe, hogy a tartó keresztmetszetét két darab U szelvény alkotja az ábrán látható elrendezésben!



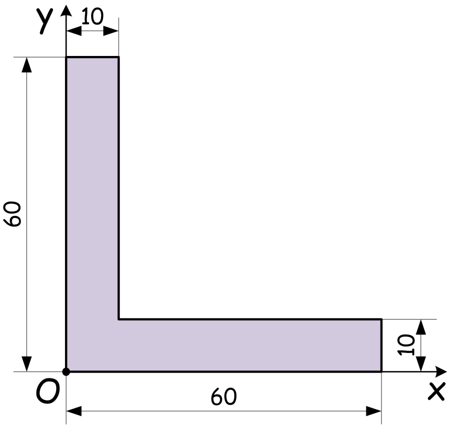
a. Méretezze a tartót feszültségcsúcsra, azaz válaszon keresztmetszetet a mellékelt táblázatból!

szelvény	h [mm]	I_ξ [cm^4]	K_ξ [cm^3]	I_η [cm^4]	K_η [cm^3]	A [cm^2]	e [cm]
U 120	120	364	60,7	43,2	11,1	17,0	1,60
U 140	140	605	86,4	62,7	14,8	20,4	1,75
U 160	160	925	116	85,3	18,3	24,0	1,84
U 180	180	1350	150	114	22,4	28,0	1,92
U 200	200	1910	191	148	27,0	32,2	2,01
U 220	220	2690	245	197	33,6	37,4	2,14

b. Befolyásolja-e a méretezést a két U szelvény között kialakított $c = 10\,\mathrm{mm}$ méretű hézag? Az U gerendák egymással történő szembefordítása jelent-e változást?

Megoldás: VKM: A $M_{hxmax} = M_{hx}(A) = 33\,\mathrm{kNm}$; $K_x \geq 200\,\mathrm{cm}^3$; Választott KM: U 160; Nem. Nem.

39 Az ábrán adott síkidom méretei ismertek.



a. Keresse meg a síkidom S jelű súlypontját!

b. Határozza meg a síkidom S súlypontjában az $\underline{\underline{I}}_S$ tehetetlenségi tenzor mátrixát!

c. Számítsa ki a szelvény fő tehetetlenségi nyomatékait és a hozzájuk tartozó tehetetlenségi főirányokat!

Megoldás:

$x_S = 18,63\,\text{mm};\ y_S = 18,63\,\text{mm};$

$$\left[\underline{\underline{I}}_S\right] = \begin{bmatrix} 354,62 & 204,54 \\ 204,54 & 354,62 \end{bmatrix} \cdot 10^3\,\text{mm}^4;\ I_1 = 559,16\cdot 10^3\,\text{mm}^4;\ I_2 = 150,08\cdot 10^3\,\text{mm}^4;$$

$$\left[\underline{\underline{I}}_S\right]_{(\vec{n}_1,\vec{n}_2)} = \begin{bmatrix} 559,16 & 0 \\ 0 & 150,08 \end{bmatrix} \cdot 10^3\,\text{mm}^4;\ \vec{n}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_x + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_y;\ \vec{n}_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_x + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_y$$

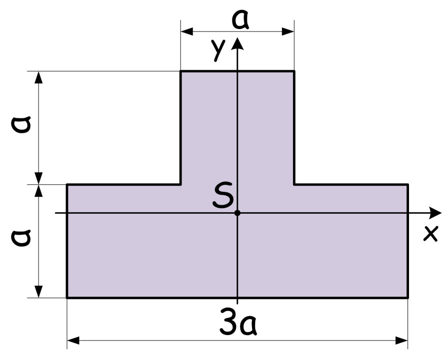
40 Az ábrán látható módon az A keresztmetszetben egy $M = 5\,\text{kNm}$ nagyságú nyomaték terheli a T szelvényű ($a = 30\,\text{mm},\ b = 90\,\text{mm},\ c = 120\,\text{mm}$), alumíniumból ($E = 70\cdot 10^3\,\text{MPa}$) készített, befalazott, $l = 1,8\,\text{m}$ hosszúságú prizmatikus rudat. (A szelvény súlypontja $e = 79,286\,\text{mm}$ ismert!)

a. Határozza meg a szelvényben ébredő legnagyobb $\sigma^{max}_{\text{húzó}}$ húzó és $\sigma^{max}_{\text{nyomó}}$ nyomófeszültséget!

b. Számítsa ki a rúd ρ görbületi sugarát és a benne felhalmozódó U alakváltozási energiát!

Megoldás: $\sigma^{max}_{\text{húzó}} = 51,84\,\text{MPa};\ \sigma^{max}_{\text{nyomó}} = 26,62\,\text{MPa};\ \rho = 107,058\,\text{m};\ U = 42,03\,\text{J}$

41 A vázolt keresztmetszet méreteit az a függvényében állapítjuk meg.

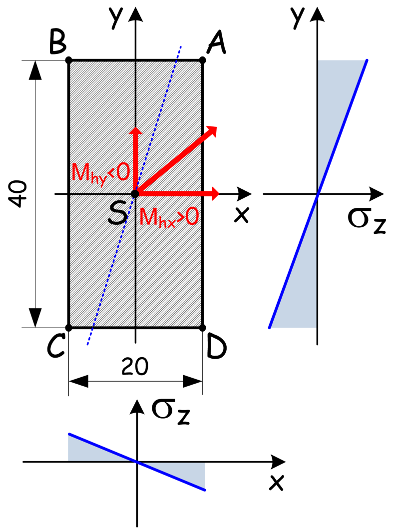


a. Válasszuk meg a méretet úgy, hogy az x tengelyre számított másodrendű nyomatéka a keresztmetszetnek $I_x = 2601,4\,\text{cm}^4$ legyen!

Megoldás: $a = 7\,\text{cm};$

42 Egy téglalap keresztmetszetű ($a = 20\,\text{mm},\ b = 40\,\text{mm}$) prizmatikus rúd veszélyes K keresztmetszetének igénybevétele az S súlypontba redukált $\vec{F} = \vec{0},\ \vec{M}_S = (150\vec{e}_x + 120\vec{e}_y)\,\text{Nm}$ eredő vektorkettőssel adott.

a. Állapítsa meg az igénybevételt és rajzolja meg a keresztmetszet x és y súlyponti szimmetriatengelyei mentén ébredő feszültségeloszlást jelleghelyesen!



b. Határozza meg az A pontban a $\underline{\underline{T}}_A$ feszültségi tenzor mátrixát és szemléltesse azt az A pont környezetéből kivett elemi kockán!

c. Írja fel a zérusvonal egyenletét, továbbá adja meg a zérusvonal x tengellyel bezárt φ szögét!

d. Adja meg a keresztmetszet veszélyes pontjait és számítsa ki a σ_{zmax} feszültségértéket!

Megoldás:

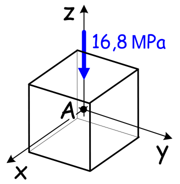
$$\left[\underline{\underline{T}}_A\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -16,8 \end{bmatrix} \text{MPa};$$

$\sigma_z(x, y) = -4,5x + 1,41y$;

$\sigma_z(A) = -16,8\,\text{MPa}$;

$y = 3,2x$; VP: B és D

$\sigma_{zmax} = 73,2\,\text{MPa}$

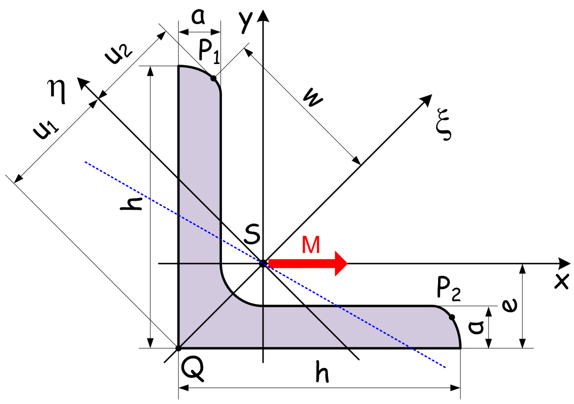


43 A szabványos L80.80.10 keresztmetszetű tartó K keresztmetszetét $\vec{M} = (0,35\vec{e}_x)$ kNm nyomaték terheli. $h = 80\,\text{mm}$, $a = 10\,\text{mm}$, $e = 23,4\,\text{mm}$, $u_1 = 33,1\,\text{mm}$, $u_2 = 27\,\text{mm}$, $w = 53\,\text{mm}$, $I_\xi = 139 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$, $I_\eta = 35,9 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$.

a. Határozza meg a keresztmetszet Q pontjában ébredő $\sigma_z(Q)$ feszültséget!

b. Írja fel főtengelyek koordináta-rendszerében a zérusvonal egyenletét!

c. Számítsa ki a σ_{zmax} értékét, ha a zérusvonaltól legtávolabbi P_1 pont helye ismert!



Megoldás:

$M_{h\xi} = M_{h\eta} = 247,49\,\text{Nm}$; $\sigma_z(Q) = -22,81\,\text{MPa}$;

$\eta = -3,87\xi$; $\sigma_{zmax} = \sigma_z(P_1) = 28,05\,\text{MPa}$

44 Egy szilárd test P pontjában az xyz tengelyekre merőleges elemi síkokon a $\vec{p}_x = (64\vec{e}_x - 32\vec{e}_y)$ MPa, $\vec{p}_y = (-32\vec{e}_x + 80\vec{e}_y)$ MPa és $\vec{p}_z = (16\vec{e}_z)$ MPa feszültségvektorok adottak.

a. Határozza meg a P pontban a $\underline{\underline{T}}_P$ feszültségi tenzor mátrixát és szemléltesse azt a P pont környezetéből kivett elemi kockán!

b. Ábrázolja a P pontbeli feszültségi állapotot Mohr-féle feszültségi kördiagramon!

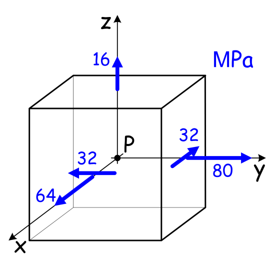
c. Olvassa le a Mohr diagramról a P pontban ébredő maximális nyírófeszültség értékét!

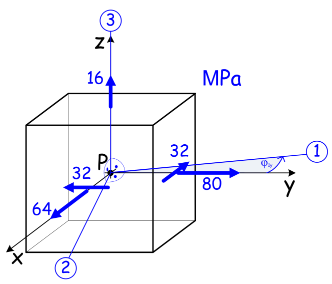
d. Határozza meg a főfeszültségeket! Írja fel a P pontban a $\underline{\underline{T}}_P$ feszültségi tenzor mátrixát a főirányok koordináta-rendszerében, amelyeket szemléltessen is!

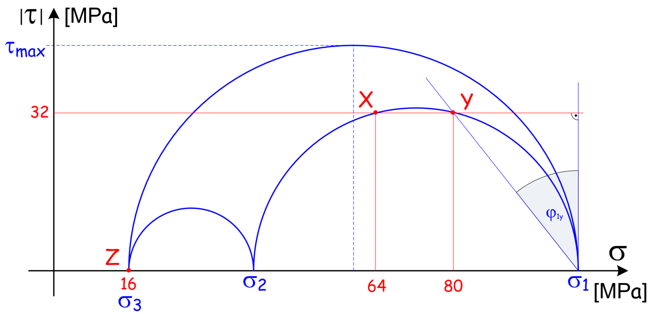
e. Hasonlítsa össze a Mohr és a HMH-elmélet alapján számított σ_{red} redukált feszültségeket!

Megoldás:

$$\underset{(x,y,z)}{\left[\underline{\underline{T}}_P\right]} = \begin{bmatrix} 64 & -32 & 0 \\ -32 & 80 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{bmatrix} \text{MPa};$$







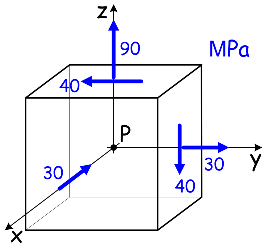
$$\left[\underline{\underline{T}}_P\right]_{(\vec{n}_1,\vec{n}_2,\vec{n}_3)} = \begin{bmatrix} 104,98 & 0 & 0 \\ 0 & 39,02 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{bmatrix} \text{MPa};$$

$$\tan\varphi_{1y} = \frac{24,98}{32} = 0,780625 \Longrightarrow \varphi_{1y} = 37,98^o$$

$\tau_{max} = 44,49\,\text{MPa};$

$\sigma_{red}^{Mohr} = 89\,\text{MPa};\ \sigma_{red}^{HMH} = 80,01\,\text{MPa}$

45 Az alakváltozást szenvedett szilárd test P pontjában kialakult feszültségi állapot elemi kockán adott.



a. Írja fel a P pontban a $\underline{\underline{T}}_P$ feszültségi tenzor mátrixát xyz koordináta-rendszerben!

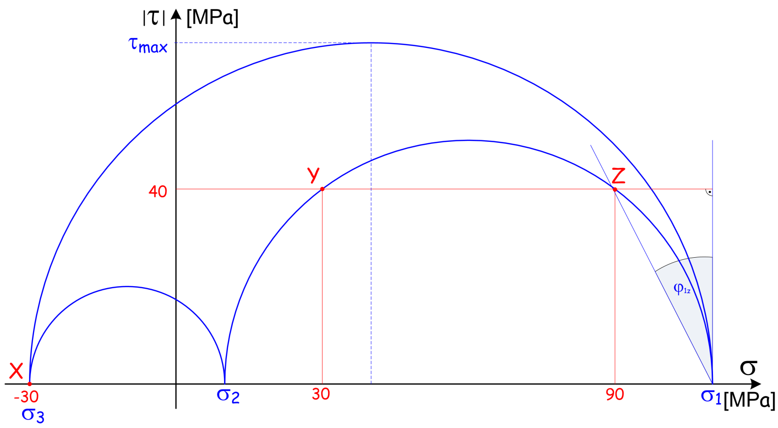
b. Ábrázolja a P pontbeli feszültségi állapotot Mohr-féle feszültségi kördiagramon!

c. Olvassa le a Mohr diagramról a P pontban ébredő maximális nyírófeszültség értékét!

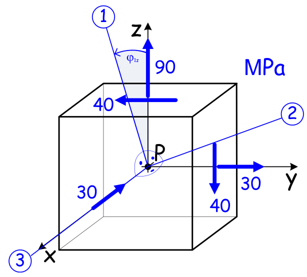
d. Határozza meg a Mohr diagram segítségével a főfeszültségeket és a hozzájuk tartozó főtengelyeket!

e. Hasonlítsa össze a Mohr és a HMH-elmélet alapján számított σ_{red} redukált feszültségeket!

Megoldás:



$$\left[\underline{\underline{T}}_P\right]_{(x,y,z)} = \begin{bmatrix} -30 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & -40 \\ 0 & -40 & 90 \end{bmatrix} \text{MPa};$$



$\sigma_1 = 110\,\text{MPa};\ \sigma_2 = 10\,\text{MPa};\ \sigma_3 = -30\,\text{MPa};\ \tan\varphi_{1z} = \dfrac{20}{40} = 0,5 \Longrightarrow \varphi_{1z} = 26,56^o;$

$\tau_{max} = 70\,\text{MPa};\ \sigma_{red}^{Mohr} = 140\,\text{MPa};\ \sigma_{red}^{HMH} = 124,9\,\text{MPa}$

46 Ismert a szilárd test P pontjában a $\underline{\underline{T}}_P = [(110\vec{e}_x + 30\vec{e}_y) \circ \vec{e}_x + (30\vec{e}_x + 30\vec{e}_y) \circ \vec{e}_y + (-20\vec{e}_z) \circ \vec{e}_z]$ MPa feszültségi tenzor diadikus alakban.

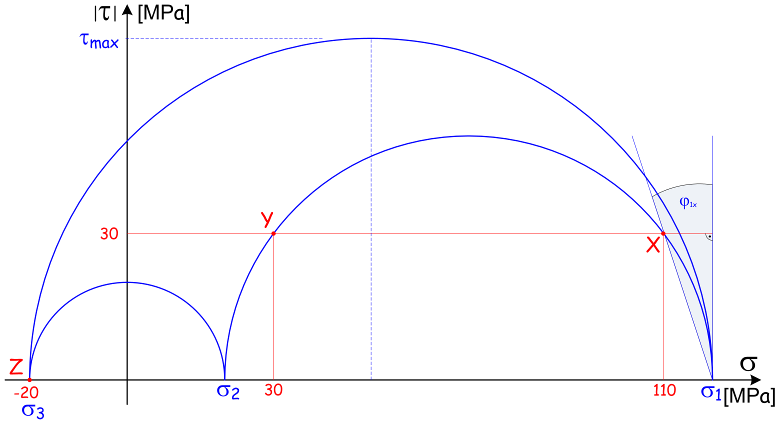
a. Írja fel a P pontban a $\underline{\underline{T}}_P$ feszültségi tenzor mátrixát xyz koordináta-rendszerben és szemléltesse elemi kockán!

b. Ábrázolja a P pontbeli feszültségi állapotot Mohr-féle feszültségi kördiagramon és olvassa le a főfeszültségeket!

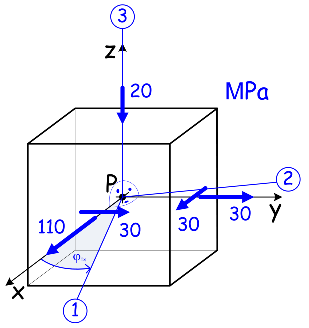
c. Számítsa ki az 1-es főtengely és az x tengely által bezárt φ_{1x} szög tangensét, és az elemi kockán is tüntesse fel a főirányokat!

d. Olvassa le a Mohr diagramról a P pontban ébredő maximális nyírófeszültség értékét!

Megoldás:

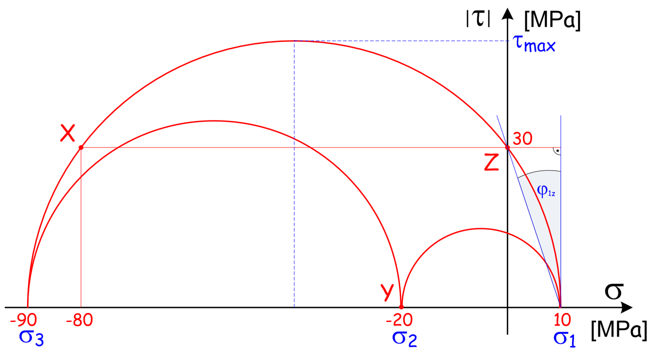


$$\underset{(x,y,z)}{\left[\underline{\underline{T}}_P\right]} = \begin{bmatrix} 110 & 30 & 0 \\ 30 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & -20 \end{bmatrix} \text{MPa};$$



$$\sigma_1 = 120\,\text{MPa};\ \ \sigma_2 = 20\,\text{MPa};\ \ \sigma_3 = -20\,\text{MPa};\ \ \tan\varphi_{1x} = \frac{10}{30} = 0,\dot{3} \Longrightarrow \varphi_{1x} = 18,43^o;\ \ \tau_{max} = 70\,\text{MPa}$$

47 A szilárd test P jelű pontjában ébredő feszültségi állapot egy Mohr-féle kördiagramon adott.

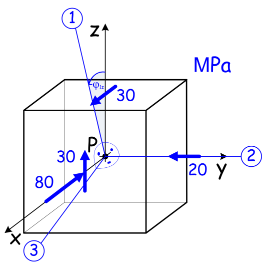


a. Határozza mag a P pontban a $\underline{\underline{T}}_P$ feszültségi tenzor mátrixát és szemléltesse elemi kockán, feltételezve, hogy a mátrixban szereplő valamennyi nyírófeszültség előjele pozitív!

b. Határozza meg a főtengelyeket és szemléltesse azokat az elemi kockán!

c. Olvassa le a Mohr diagramról a P pontban ébredő maximális nyírófeszültség értékét!

Megoldás:



$$\underset{(x,y,z)}{\left[\underline{\underline{T}}_P\right]} = \begin{bmatrix} -80 & 0 & 30 \\ 0 & -20 & 0 \\ 30 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{MPa};$$

$$\tan\varphi_{1z} = \frac{10}{30} = 0,\dot{3} \Longrightarrow \varphi_{1z} = 18,43^o;\ \ \tau_{max} = 50\,\text{MPa}$$

48 Adott a szilárd test P pontjában a $\underline{\underline{T}}_P$ feszültségi tenzor xyz koordináta-rendszerbeli mátrixa:

$$\left[\underline{\underline{T}}_P\right] = \begin{bmatrix} 48 & 0 & -60 \\ 0 & 100 & 0 \\ -60 & 0 & -16 \end{bmatrix} \text{MPa}.$$

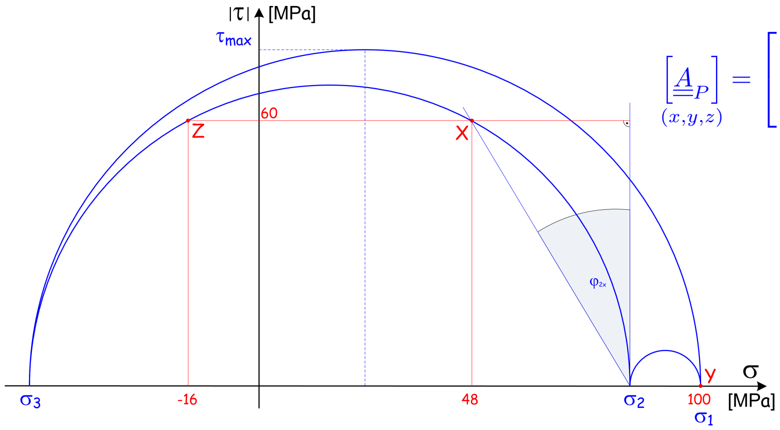
a. Rajzolja meg a P pontbeli feszültségi állapotot Mohr-féle feszültségi kördiagramon és olvassa le a főfeszültségeket!

b. Számítsa ki az 2-es főtengely és az x tengely által bezárt φ_{2x} szög tangensét, és elemi kockán mutassa meg a főirányokat!

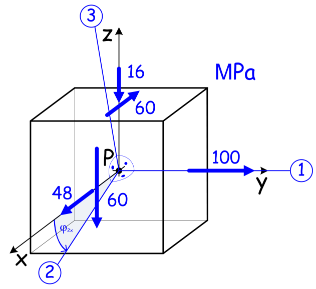
c. Olvassa le a Mohr diagramról a P pontban ébredő maximális nyírófeszültség értékét!

d. Határozza meg a P pontbeli $\underline{\underline{A}}_P$ alakváltozási tenzor xyz koordináta-rendszerbeli mátrixát, ha a rugalmas anyagot $G = 80\,\text{GPa}$ és $\nu = 0,25$ jellemzi!

Megoldás:



$$\underset{(x,y,z)}{\left[\underline{\underline{A}}_P\right]} = \begin{bmatrix} 1,35 & 0 & -3,75 \\ 0 & 4,6 & 0 \\ -3,75 & 0 & -2,65 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4};$$



$\sigma_1 = 100\,\text{MPa};\ \sigma_2 = 84\,\text{MPa};\ \sigma_3 = -52\,\text{MPa};\ \tan\varphi_{2x} = \dfrac{36}{60} = 0,6 \Longrightarrow \varphi_{2x} = 30,96^o;\ \tau_{max} = 76\,\text{MPa}$

49 Adott a szilárd test P pontjában az $\underline{\underline{A}}_P$ alakváltozási tenzor xyz koordináta-rendszerbeli mátrixa:

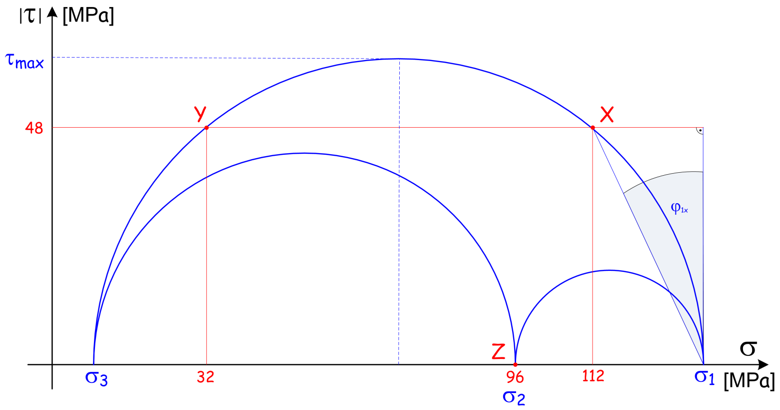
$$\left[\underline{\underline{A}}_P\right] = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 0 \\ -3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4}.$$

a. Határozza meg a P pontbeli $\underline{\underline{T}}_P$ feszültségi tenzor xyz koordináta-rendszerbeli mátrixát, ha a rugalmas anyagot $G = 80\,\text{GPa}$ és $\nu = 0,25$ jellemzi!

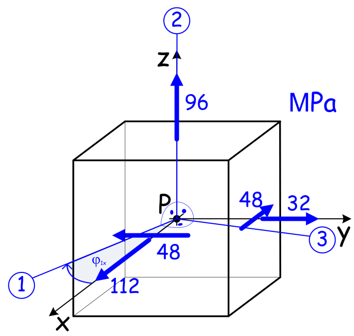
b.Rajzolja meg a P pontbeli feszültségi állapotot Mohr-féle feszültségi kördiagramon és olvassa le a főfeszültségeket!

c. Olvassa le a Mohr diagramról a P pontban ébredő maximális nyírófeszültség értékét!

Megoldás:

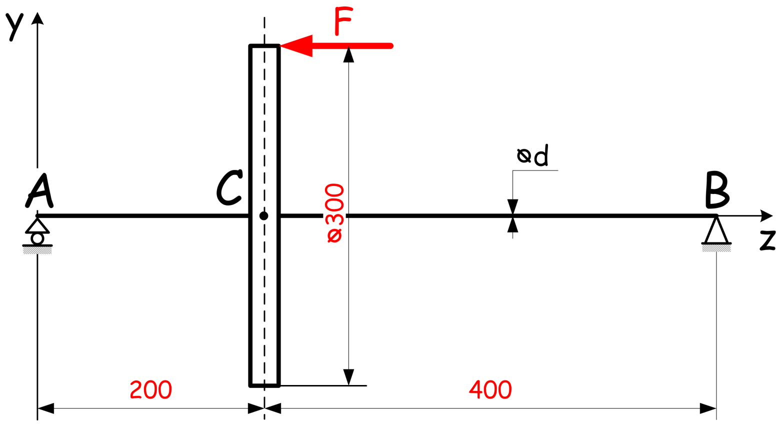


$$\underset{(x,y,z)}{\left[\underline{\underline{T}}_P\right]} = \begin{bmatrix} 112 & -48 & 0 \\ -48 & 32 & 0 \\ 0 & 0 & 96 \end{bmatrix} \text{MPa};$$



$\sigma_1 = 134,482\,\text{MPa};\ \sigma_2 = 96\,\text{MPa};\ \sigma_3 = 9,518\,\text{MPa};\ \tan\varphi_{1x} = \dfrac{22,482}{48} = 0,4984 \Longrightarrow \varphi_{1x} = 25,1^o;$
$\tau_{max} = 62,482\,\text{MPa}$

50 Egy kéttámaszú tartóként modellezett csapágyazott, körkeresztmetszetű tengelyre a hozzá mereven kapcsolódó tárcsa kerületén ható, z tengelyirányú $F = 5\,\mathrm{kN}$ erő jelent terhelést.

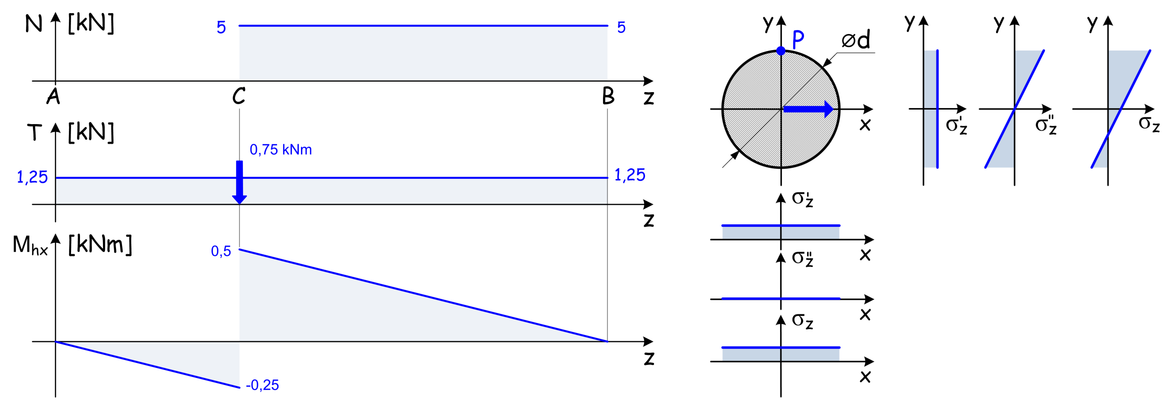


a. Rajzolja meg a tengely igénybevételi ábráit, és azok alapján keresse meg a veszélyes keresztmetszetet!
b. Rajzolja meg a feszültségeloszlást jelleghelyesen a veszélyes keresztmetszeten és állapítsa meg a veszélyes pontokat!

c. Méretezze a tengelyt feszültségcsúcsra, ha anyagra megengedett feszültség $\sigma_{meg} = 130\,\mathrm{MPa}$!

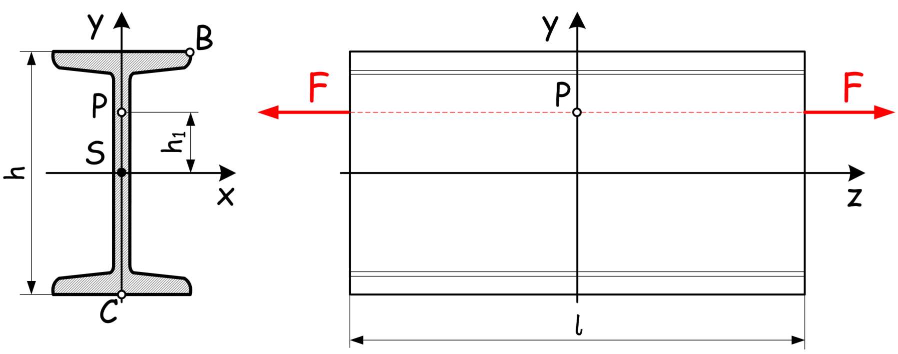
d. Határozza meg tengelyben felhalmozódó U alakváltozási energia értékét ($E = 2 \cdot 10^5\,\mathrm{MPa}$)!

Megoldás:



VKM: C^+; $N = 1,25\,\mathrm{kN}$; $M_{hxmax} = M_{hx}(C^+) = 0,5\,\mathrm{kNm}$; VP: P; $d \geq 35\,\mathrm{mm}$; $U = 1,299\,\mathrm{J}$

51 Az $l = 3\,\mathrm{m}$ hosszúságú szabványos I240 ($h = 240\,\mathrm{mm}$; $A = 46,1\,\mathrm{cm}^2$; $I_x = 4,248 \cdot 10^3\,\mathrm{cm}^4$) szelvényű rudat $F = 320\,\mathrm{kN}$ nagyságú, z tengellyel párhuzamos, nem súlyponton áthaladó hatásvonalú ($h_1 = 60\,\mathrm{mm}$) erők terhelik.



a. Határozza meg a rúd igénybevételét!

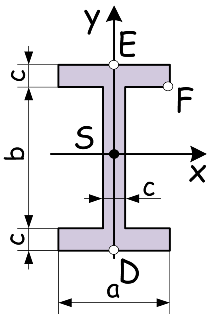
b. Határozza meg a rúd $(z = 0)$ keresztmetszetében a $\sigma_z(y)$ normálfeszültség függvényt!

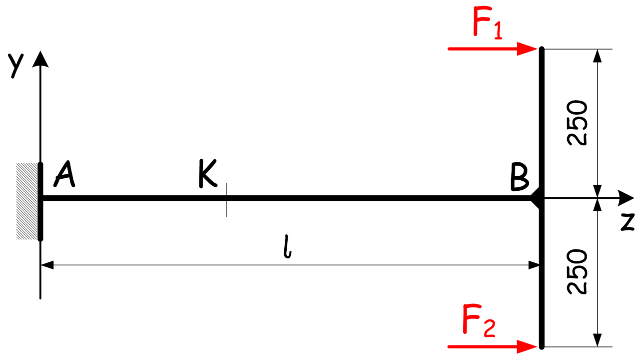
c. Számítsa ki a rúd $(z = 0)$ keresztmetszetének S, B és C pontjaiban ébredő σ_z feszültségeket!

d. Határozza meg a zérusvonal egyenletét és állapítsa meg a keresztmetszet veszélyes pontját!

Megoldás: húzás + hajlítás; $\sigma_z(y) = 69,41 + 0,4519y$; $\sigma_z(S) = 69,41\,\mathrm{MPa}$; $\sigma_z(B) = 123,64\,\mathrm{MPa}$; $\sigma_z(C) = 15,17\,\mathrm{MPa}$; zérusvonal: $y = -153,59\,\mathrm{mm}$; VP: $y = 120\,\mathrm{mm}$

52 A tartó AB szakaszának keresztmetszete ($a = 60\,\mathrm{mm}$, $b = 80\,\mathrm{mm}$ és $c = 20\,\mathrm{mm}$) adott, terhelését a merőlegesen felhegesztett laposvason támadó $F_1 = 80\,\mathrm{kN}$ és $F_2 = 120\,\mathrm{kN}$ erők jelentik.





a. Határozza meg a tartó K keresztmetszeténél a $\sigma_z(y)$ függvényt!

b. Számítsa ki a tartó K keresztmetszetének S, D, E és F pontjaiban ébredő σ_z feszültségeket!

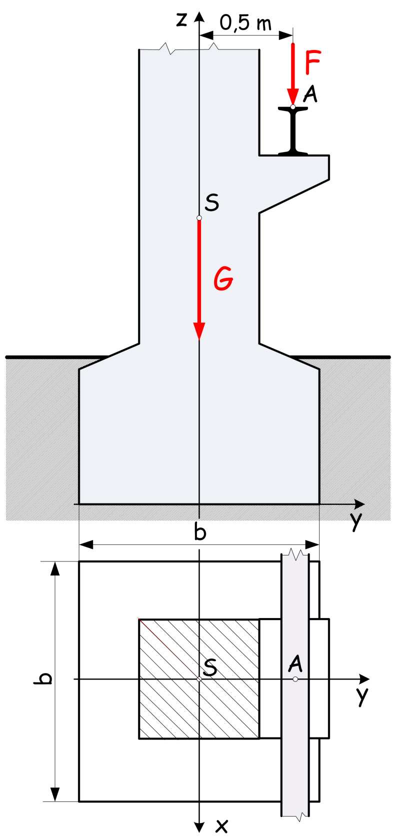
c. Ellenőrizze AB szakaszt feszültségcsúcsra, ha $\sigma_{meg} = 100\,\mathrm{MPa}$!

Megoldás: $I_x = 6,9\dot{3} \cdot 10^6\,\mathrm{mm}^4$; $A = 4000\,\mathrm{mm}^2$; $\sigma_z(y) = 50 - 1,4423y$;
$\sigma_z(S) = 50\,\mathrm{MPa}$; $\sigma_z(E) = -36,54\,\mathrm{MPa}$; $\sigma_z(F) = -7,69\,\mathrm{MPa}$; $\sigma_z(D) = 136,54\,\mathrm{MPa}$;
$\sigma_{max} = \sigma_z(D) = 136,54\,\mathrm{MPa} > \sigma_{meg}$: Nem felel meg!

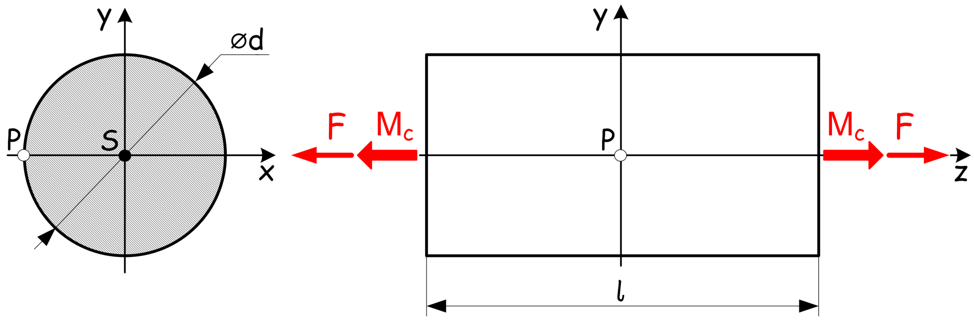
53 Az ábrán látható egy $G = 300$ kN önsúlyú betonoszlop, amelyre egy konzolra helyezett sínen (I gerendán) futó terhelést az A pontban koncentrált erőként, $F = 100$ kN nagyságban vesszük figyelembe. Az oszlop alapja egy $b \times b$ méretű négyzet.

a. Mekkorára kell az oszlop betonalapjának b méretét tervezni, hogy a betonalapon húzófeszültség ne ébredjen?

Megoldás: $b \geq 0,75\,\mathrm{m}$



54 A körkeresztmetszetű ($d = 50\,\mathrm{mm}$, $l = 500\,\mathrm{mm}$) prizmatikus rúdszakasz terhelése az ábrán látható $F = 120\,\mathrm{kN}$ erő és $M = 1000\,\mathrm{Nm}$ nyomaték.



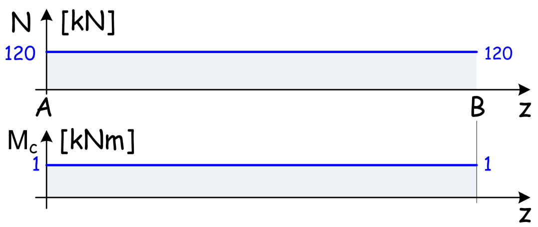
a. Állapítsa meg az igénybevételt, rajzolja meg a vonatkozó igénybevételi ábrát és a $z = 0$ keresztmetszetben az x és y koordinátatengelyek mentén ébredő feszültségeloszlást jelleghelyesen!

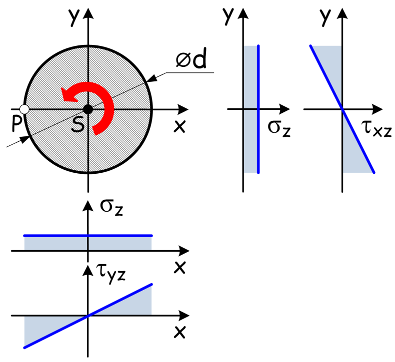
b. Határozza meg a P pontbeli $\underline{\underline{T}}_P$ feszültségi tenzor mátrixát és szemléltesse azt egy P pont környezetéből kivett elemi kockán!

c. Határozza meg a P pontbeli $\underline{\underline{A}}_P$ alakváltozási tenzor mátrixát ($G = 80\,\mathrm{GPa}$, $\nu = 0,25$) és szemléltesse azt a P ponthoz kötött elemi triéderen!

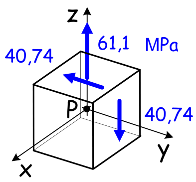
d. Ellenőrizze a rudat Mohr-elmélet szerint feszültségcsúcsra, ha anyagára $\sigma_{meg} = 120\,\mathrm{MPa}$!

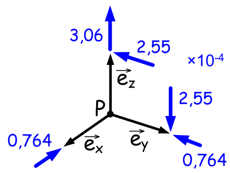
Megoldás: húzás + csavarás;





$$\left[\underline{\underline{T}}_P\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -40,74 \\ 0 & -40,74 & 61,1 \end{bmatrix} \mathrm{MPa};$$





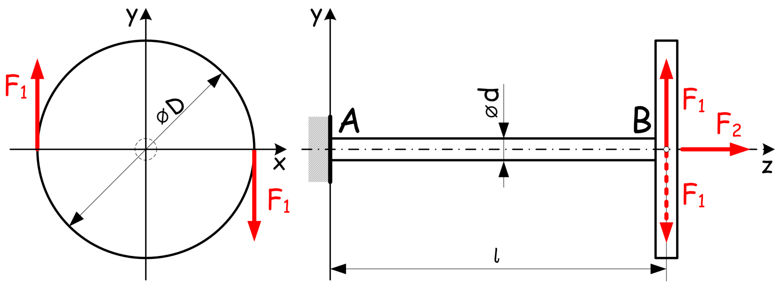
$$\left[\underline{\underline{A}}_P\right] = \begin{bmatrix} -0,764 & 0 & 0 \\ 0 & -0,764 & -2,55 \\ 0 & -2,55 & 3,06 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4};$$

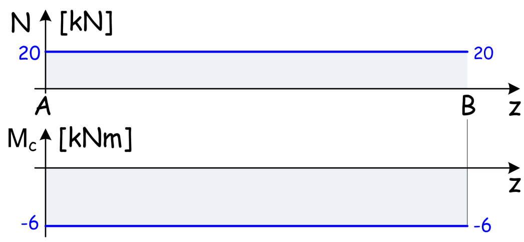
VP: kerületi pontok

$\sigma_{red\,max}^{Mohr} = 101,84\,\mathrm{MPa} < \sigma_{meg}$:

megfelel!

55 A $d = 80\,\mathrm{mm}$ átmérőjű és $l = 1,6\,\mathrm{m}$ hosszúságú tengelyt a hozzá mereven kapcsolódó $D = 1200\,\mathrm{mm}$ átmérőjű tárcsa kerületén működő $F_1 = 5\,\mathrm{kN}$ nagyságú erőkből álló erőpár és egy $F_2 = 20\,\mathrm{kN}$ nagyságú tengelyirányú erő az ábrán látható módon terheli.





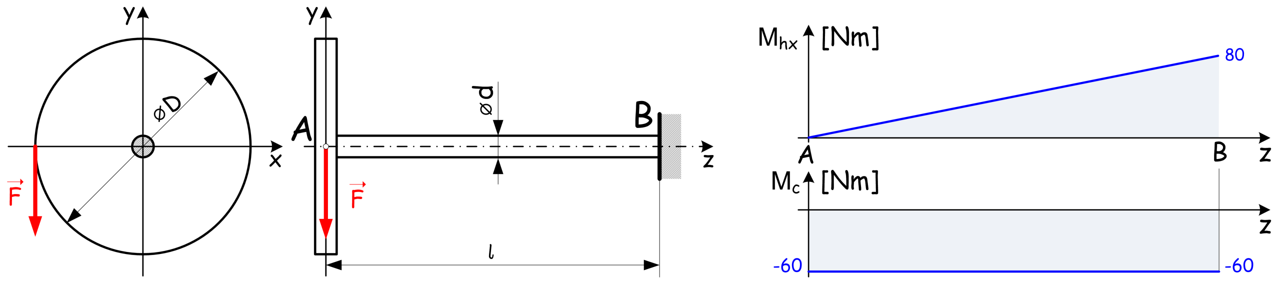
a. Állapítsa meg a tengely igénybevételét, adja meg a vonatkozó igénybevételi ábrákat!

b. Ellenőrizze a tengelyt Mohr elmélet szerint feszültségcsúcsra, ha a tengely anyagára $\sigma_{jell} = 180\,\text{MPa}$ és $n = 1,5$!

c. AB tengelyt csőtengelyre cserélve és megtartva a külső átmérőnek d méretet, mekkora lehet a cső belső d_1 átmérője, hogy a HMH-féle elmélet alapján megfeleljen?

Megoldás: húzás + csavarás; $\sigma^{Mohr}_{red\,max} = 119,43\,\text{MPa} < \sigma_{meg} = 120\,\text{MPa}$: megfelel! $d_1 \leq 48\,\text{mm}$

56 A d átmérőjű és $l = 100\,\text{mm}$ hosszúságúnak tekintett tengelyhez mereven kapcsolódó $D = 150\,\text{mm}$ átmérőjű tárcsa kerületén $|\vec{F}| = 800\,\text{N}$ nagyságú erő működik az ábrán látható módon.

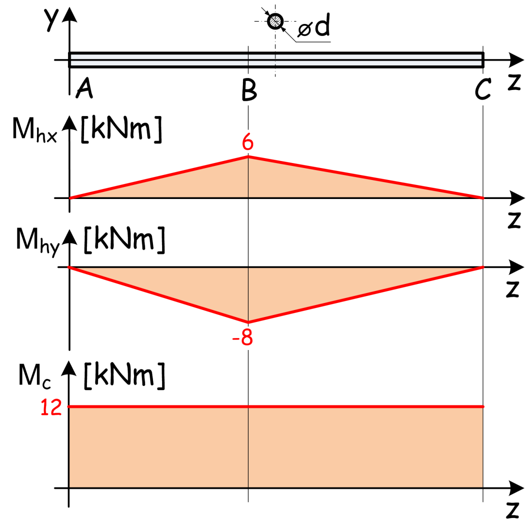


a. Állapítsa meg a tengely igénybevételét, adja meg a vonatkozó igénybevételi ábrákat!

b. Méretezze a tengelyt HMH szerint, ha anyagára megengedett feszültség $\sigma_{meg} = 125\,\text{MPa}$!

Megoldás: hajlítás + csavarás; $M^{\text{HMH}}_{red\,max} = 95,39\,\text{Nm}$; $d \geq 19,81\,\text{mm}$

57 Ismert nyomatéki ábrák alapján méretezze Mohr elmélet szerint feszültségcsúcsra a tengelyt.



a. Adott a d átmérőjű tengely anyagára $\sigma_{jell} = 300\,\text{MPa}$ és $n = 2,5$!

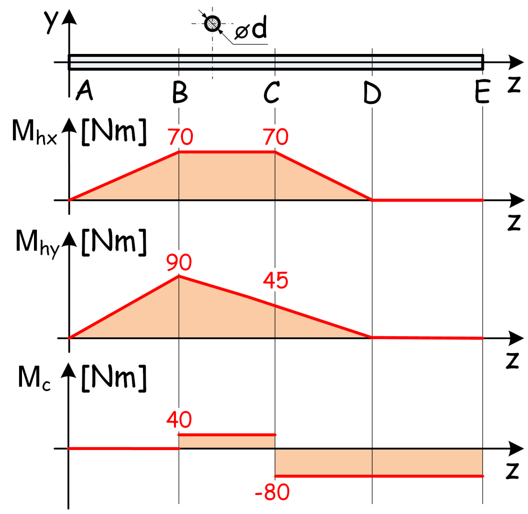
b. Legyen a csőtengely külső D átmérője 7/5-szerese a belső d átmérőnek és $\sigma_{jell} = 300\,\text{MPa}$ és $n = 2,5$!

Megoldás: hajlítás + csavarás; VKM: B

$M^{\text{Mohr}}_{red\,max} = 15,62\,\text{kNm}$; $d \geq 109,86\,\text{mm}$

$D = \frac{7}{5}d \geq 121,48\,\text{mm}$

58 Ismert nyomatéki ábrák alapján méretezze HMH elmélet szerint feszültségcsúcsra a tengelyt.



a. Adott a d átmérőjű tengely anyagára $\sigma_{jell} = 270\,\text{MPa}$ és $n = 1,5$!

b. Legyen a csőtengely külső D átmérője 4/3-szorosa a belső d átmérőnek és $\sigma_{jell} = 270\,\text{MPa}$ és $n = 1,5$!

Megoldás: hajlítás + csavarás; VKM: B^+

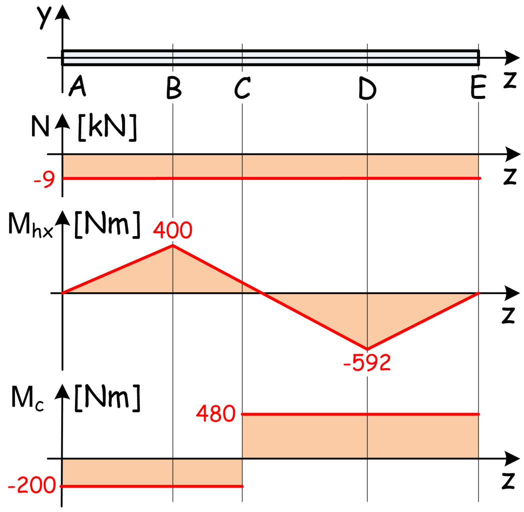
$M^{\text{HMH}}_{red\,max} = 119,164\,\text{Nm}$; $d \geq 18,89\,\text{mm}$

$D = \frac{4}{3}d \geq 21,45\,\text{mm}$

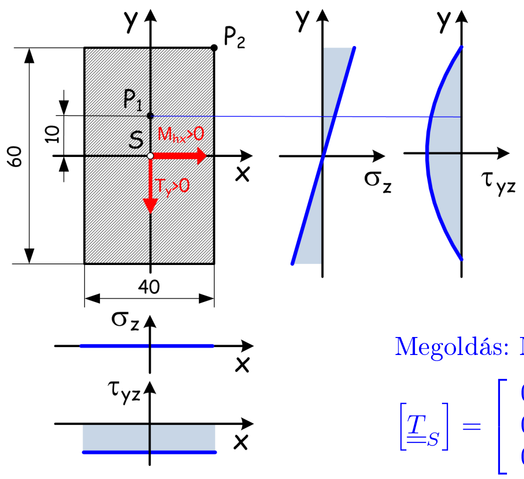
59 Ismert igénybevételi ábrák alapján ellenőrizze Mohr elmélet szerint feszültségcsúcsra a tengelyt ($A = 15\,\mathrm{cm}^2$, $K_x = 8\,\mathrm{cm}^3$), ha anyagára megengedett feszültség $\sigma_{meg} = 100\,\mathrm{MPa}$ adott.

Megoldás: nyomás + hajlítás + csavarás; VKM: D

$\sigma^{\mathrm{Mohr}}_{red\,max} = 100\,\mathrm{MPa}$; Megfelel!



60 Egy téglalap keresztmetszetű ($a = 40\,\mathrm{mm}$, $b = 60\,\mathrm{mm}$) prizmatikus rúd veszélyes K keresztmetszetének igénybevétele az S súlypontba redukált $\vec{F} = (-24\vec{e}_y)\,\mathrm{kN}$, $\vec{M}_S = (0,72\vec{e}_x)\,\mathrm{kNm}$ eredő vektorkettőssel adott.



a. Rajzolja meg jelleghelyesen az x és y tengelyek menti feszültségeloszlásokat!

b. Határozza meg az S, P_1 és P_2 pontokban a $\underline{\underline{T}}_S$, $\underline{\underline{T}}_{P_1}$ és $\underline{\underline{T}}_{P_2}$ feszültségi tenzorok mátrixait!

c. Keresse meg a keresztmetszet veszélyes pontját, azaz számítsa ki és vesse össze a Mohr elmélet alapján számított $\sigma^{\mathrm{Mohr}}_{red}$ feszültségértékeket az S, P_1 és P_2 pontokban!

Megoldás: Nyírás + hajlítás

$$\left[\underline{\underline{T}}_S\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -15 \\ 0 & -15 & 0 \end{bmatrix} \mathrm{MPa}; \quad \left[\underline{\underline{T}}_{P_1}\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -13,\dot{3} \\ 0 & -13,\dot{3} & 10 \end{bmatrix} \mathrm{MPa};$$

$$\left[\underline{\underline{T}}_{P_2}\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \end{bmatrix} \mathrm{MPa};$$

$\sigma^{\mathrm{Mohr}}_{red}(S) = 30\,\mathrm{MPa}$; $\sigma^{\mathrm{Mohr}}_{red}(P_1) = 28,48\,\mathrm{MPa}$; $\sigma^{\mathrm{Mohr}}_{red}(P_2) = 30\,\mathrm{MPa}$;

$\sigma^{\mathrm{Mohr}}_{red\,max} = \sigma^{\mathrm{Mohr}}_{red}(S) = \sigma^{\mathrm{Mohr}}_{red}(P_2)$

61 A téglalap keresztmetszetű ($a = 20\,\mathrm{mm}$, $b = 60\,\mathrm{mm}$), befalazott, zömök rudat egy $F = 30\,\mathrm{kN}$ nagyságú erő az ábrán látható módon terheli.

a. Határozza meg a veszélyes keresztmetszet S, P_1 és P_2 pontjaiban ébredő feszültségeket!

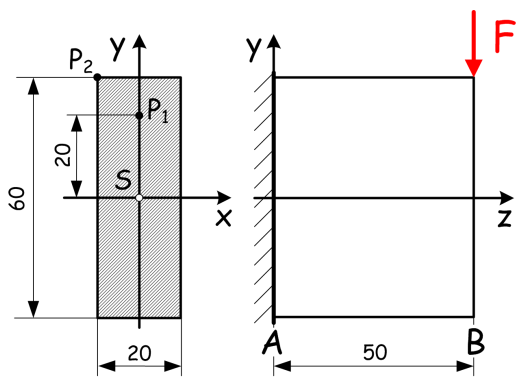
b. Ellenőrizze Mohr elmélet szerint feszültségcsúcsra a rudat, ha anyagára $\sigma_{jell} = 180\,\mathrm{MPa}$ és $n = 1,5$ előírás tett!

Megoldás: Nyírás + hajlítás, VKM: A

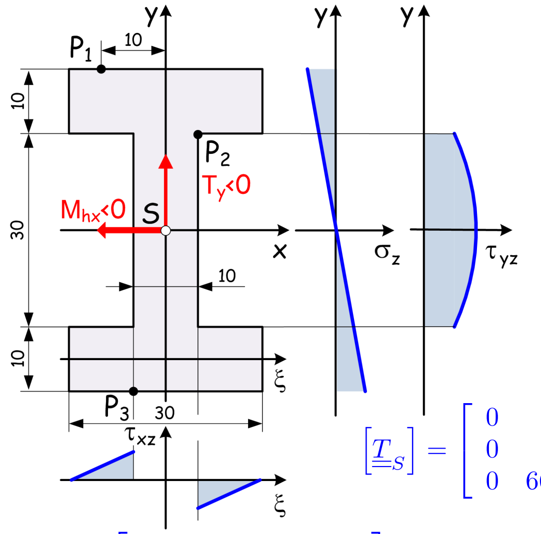
$\sigma_z(S) = 0$; $\tau_{yz}(S) = -37,5\,\mathrm{MPa}$; $\sigma_z(P_1) = 83,\dot{3}\,\mathrm{MPa}$; $\tau_{yz}(P_1) = -20,83\,\mathrm{MPa}$; $\sigma_z(P_2) = 125\,\mathrm{MPa}$; $\tau_{yz}(P_2) = 0$;

$\sigma^{\mathrm{Mohr}}_{red\,max} = \sigma_z(P_2) = 125\,\mathrm{MPa} > \sigma_{meg} = 120\,\mathrm{MPa}$

Nem felel meg!



62 Az adott keresztmetszettel bíró prizmatikus rúd veszélyes K keresztmetszetének igénybevétele az S súlypontba redukált $\vec{F} = (25\vec{e}_y)$ kN, $\vec{M}_S = (-1\vec{e}_x)$ kNm eredő vektorkettőssel adott.



a. Rajzolja meg jelleghelyesen a tengelyek menti feszültségeloszlásokat!

b. Határozza meg az S, P_1, P_2 és P_3 pontokban a $\underline{\underline{T}}_S$, $\underline{\underline{T}}_{P_1}$, $\underline{\underline{T}}_{P_2}$ és $\underline{\underline{T}}_{P_3}$ feszültségi tenzorok mátrixait!

c. Keresse meg a keresztmetszet veszélyes pontját, azaz számítsa ki és vesse össze a HMH elmélet alapján számított $\sigma_{red}^{\mathrm{HMH}}$ feszültségértékeket az S, P_1, P_2 és P_3 pontokban!

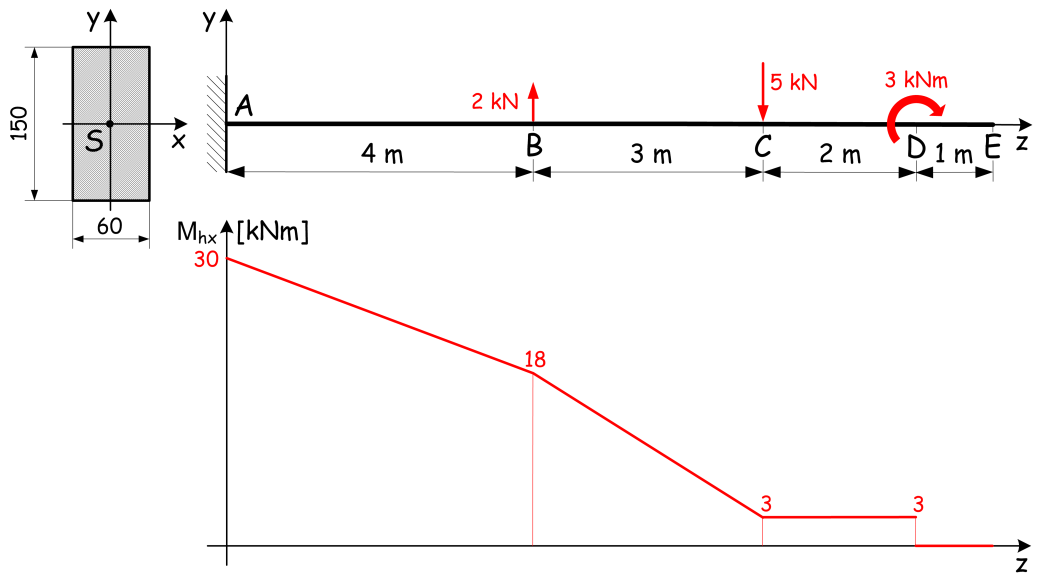
Megoldás: Nyírás + hajlítás; $I_x = 2,675 \cdot 10^5\,\mathrm{mm}^4$

$$\left[\underline{\underline{T}}_S\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 66,59 \\ 0 & 66,59 & 0 \end{bmatrix} \mathrm{MPa}; \quad \left[\underline{\underline{T}}_{P_1}\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -9,345 \\ 0 & 0 & 0 \\ -9,345 & 0 & -93,46 \end{bmatrix} \mathrm{MPa};$$

$$\left[\underline{\underline{T}}_{P_2}\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 56,07 \\ 0 & 56,07 & -56,07 \end{bmatrix} \mathrm{MPa}; \quad \left[\underline{\underline{T}}_{P_3}\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 18,69 \\ 0 & 0 & 0 \\ 18,69 & 0 & 93,46 \end{bmatrix} \mathrm{MPa};$$

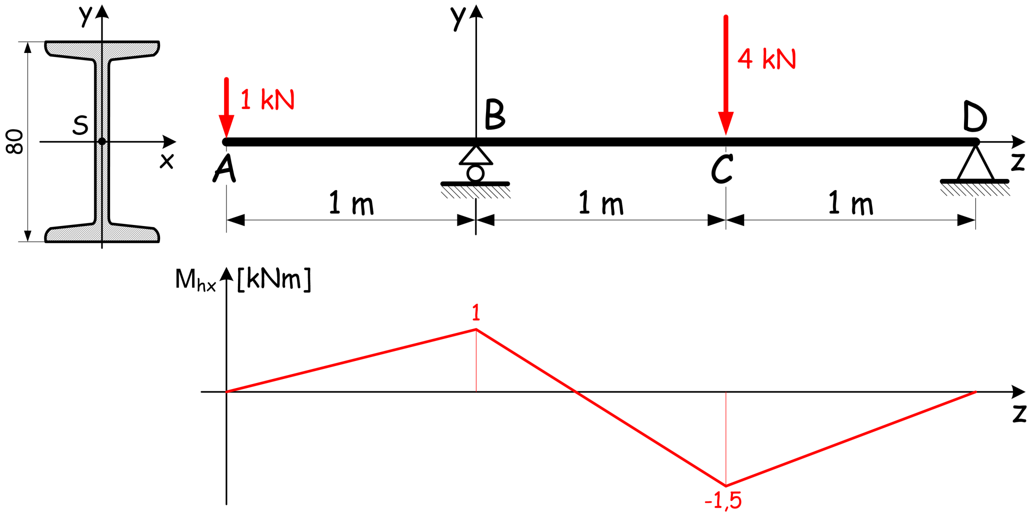
$$\sigma_{red\,max}^{\mathrm{HMH}} = \sigma_{red}^{\mathrm{HMH}}(S) = 115,34\,\mathrm{MPa}$$

63 Határozza meg a téglalap keresztmetszettel bíró prizmatikus rúd rugalmas középvonalának adott terhelés melletti v_C függőleges elmozdulását a C pontban és a ϕ_D szögelfordulását D pontban csak a hajlítást figyelembe vevő kiegészítő virtuális munkaelvből levezetett virtuális terhelések módszeréből ($E = 210\,\mathrm{GPa}$)!



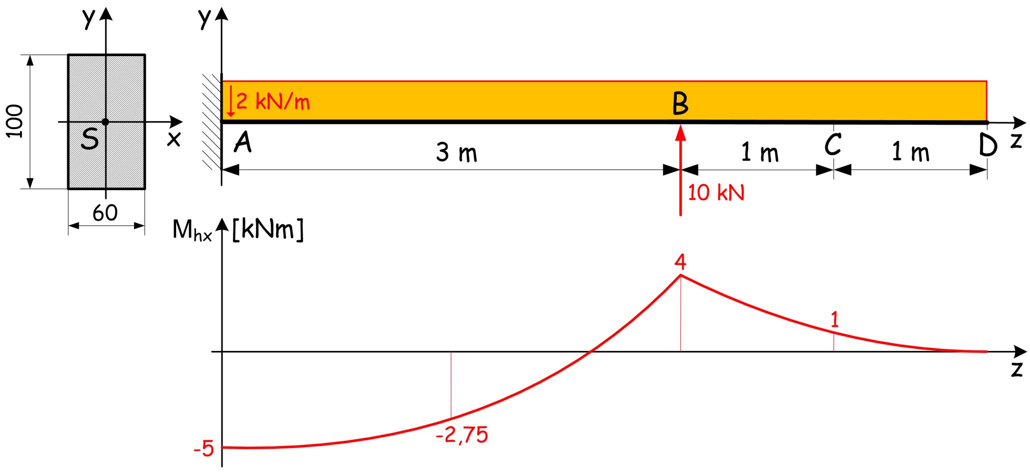
Megoldás: $v_C = -156,46\,\mathrm{mm}$; $\phi_D = 37,67 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{rad}$

64 A szabványos I80 szelvényű ($I_x = 77,8 \cdot 10^4\,\mathrm{mm}^4$) prizmatikus rúd rugalmas középvonalának A pontjában határozza meg adott terhelés mellett bekövetkező v_A függőleges elmozdulást és C pontban a ϕ_C szögelfordulást csak a hajlítást figyelembe vevő virtuális terhelések módszere alapján ($E = 210\,\mathrm{GPa}$)!



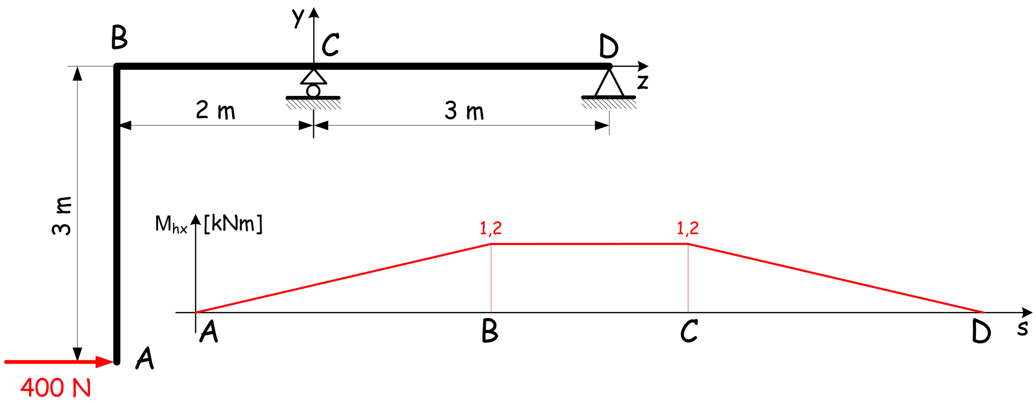
Megoldás: $v_A = 0$; $\phi_C = 0,51 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{rad}$

65 A téglalap keresztmetszettel bíró tartó rugalmas középvonalának D pontjában határozza meg adott terhelés mellett a v_D függőleges elmozdulást és ϕ_D szögelfordulást csak a hajlítást figyelembe vevő virtuális terhelések módszere alapján ($E = 200\,\mathrm{GPa}$)!



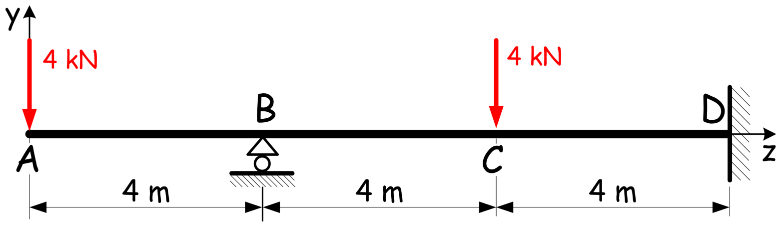
Megoldás: $v_D = 23,75\,\mathrm{mm}$; $\phi_D = -3,\dot{3} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{rad}$

66 Az állandó keresztmetszettel ($I_x E = 350\,\mathrm{kNm}^2$) bíró törtvonalú tartó rugalmas középvonalának A pontjában adott terhelés mellett határozza meg a v_A függőleges és w_A vízszintes elmozdulást csak a hajlítást figyelembe vevő virtuális terhelések módszeréből!



Megoldás: $v_A = -13,71\,\mathrm{mm}$; $w_A = 41,14\,\mathrm{mm}$

67 Az állandó keresztmetszettel ($I_xE = 350\,\mathrm{kNm}^2$) bíró statikailag határozatlan tartó terhelése adott.



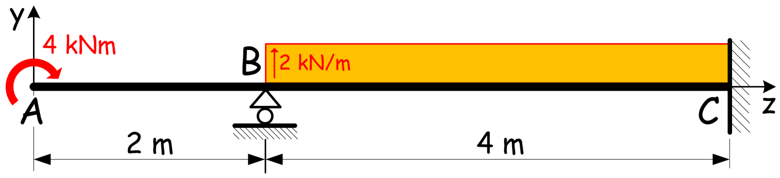
a. Készítsen törzstartót a B pontbeli támasz elhagyásával és a szükséges kinematikai feltétel hozzárendelésével!

b. Határozza meg F_{By} támasztóerő koordinátát a virtuális terhelés módszerével, majd ennek ismeretében a támasztó-erőrendszert!

c. Határozza meg C pontbeli v_C függőleges elmozdulást csak a hajlítást figyelembe vevő kiegészítő virtuális munkaelv alapján!

Megoldás: $v_B = 0 \implies F_{By} = 8,25\,\mathrm{kN}\ \uparrow$; $F_{Dy} = -0,25\,\mathrm{kN}\ \downarrow$; $M_\delta = 2\,\mathrm{kNm}\ \curvearrowleft$; $v_C = 38\,\mathrm{mm}$

68 Az állandó keresztmetszettel ($I_xE = 350\,\mathrm{kNm}^2$) bíró statikailag határozatlan tartó terhelése adott.



a. Készítsen törzstartót a B pontbeli támasz elhagyásával és a szükséges kinematikai feltétel hozzárendelésével!

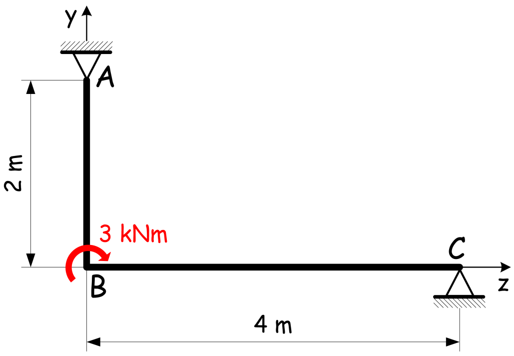
b. Határozza meg F_{By} támasztóerő koordinátát a virtuális terhelés módszerével, majd ennek ismeretében a támasztó-erőrendszert!

Megoldás: $v_B = 0 \implies F_{By} = -4,5\,\mathrm{kN}\ \downarrow$; $F_{Cy} = -3,5\,\mathrm{kN}\ \downarrow$; $M_\gamma = -2\,\mathrm{kNm}\ \curvearrowright$

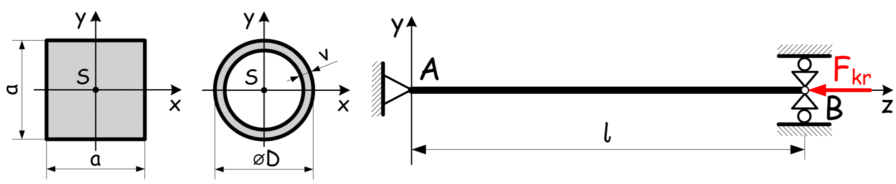
69 Az állandó keresztmetszettel ($I_xE = 300\,\mathrm{kNm}^2$) bíró statikailag határozatlan törtvonalú tartó terhelése adott.

a. Készítsen törzstartót, úgy hogy a C pontbeli F_{Cz} támasztóerő koordináta meghatározása céljából!

Megoldás: $F_{Cz} = 1\,\mathrm{kN}\ \longrightarrow$



70 Az $l = 2\,\mathrm{m}$ hosszúságú, állandó keresztmetszettel bíró, ábrán látható megtámasztásokkal szerelt rudat kihajlásra ellenőrizzük.



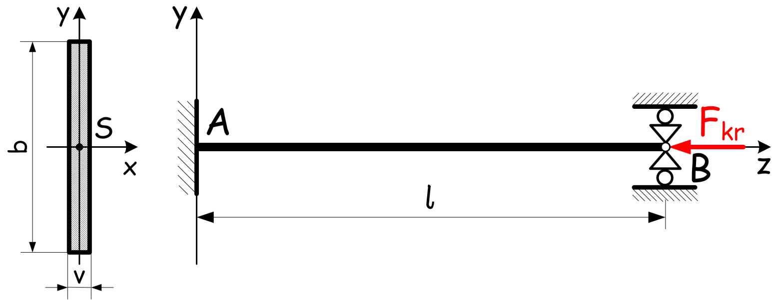
a. Határozza meg a λ_E határkarcsúsági tényezőt és vázolja a $\sigma_{kr}(\lambda)$ diagramot, ha $E = 200\,\mathrm{GPa}$, $\sigma_E = 200\,\mathrm{MPa}$ és $\sigma_F = 300\,\mathrm{MPa}$!

b. Számítsa ki a $\lambda_\square$ karcsúsági tényezőt $a = 40\,\mathrm{mm}$ oldalméretű négyzet keresztmetszetre és a $\lambda_\circledcirc$ karcsúsági tényezőt $D = 63\,\mathrm{mm}$ külső átmérőjű és $v = 3\,\mathrm{mm}$ falvastagságú csőkeresztmetszetre!

c. Mindkét keresztmetszetre határozza meg σ_{kr} kritikus feszültséget, illetve F_{kr} kritikus erőt, amely már kihajlást okoz!

Megoldás: $\lambda_E = 99,35$; $\lambda_\square = 173,16$; $\lambda_\circledcirc = 94,16$; $\sigma_{kr\square} = 65,83\,\mathrm{MPa}$; $\sigma_{kr\circledcirc} = 205,22\,\mathrm{MPa}$; $F_{kr\square} = 105,33\,\mathrm{kN}$; $F_{kr\circledcirc} = 116,05\,\mathrm{kN}$

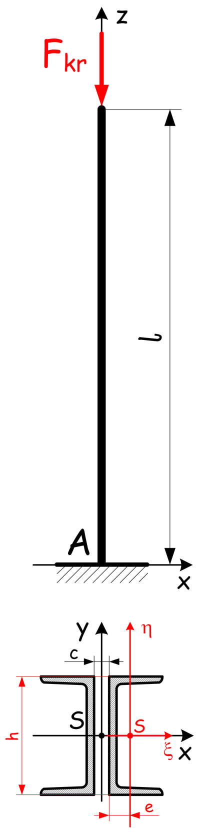
71 A $v = 1,5\,\mathrm{mm}$ vastagságú, $b = 30\,\mathrm{mm}$ szélességű és $l = 300\,\mathrm{mm}$ hosszúságú téglalap keresztmetszetű prizmatikus rúdnak feltételezett fűrészlap nyomott szakaszát egyik végén befogott, másik végén csuklós megfogásúnak tekintjük. A rúd anyagát jellemző $E = 200\,\mathrm{GPa}$ értékű, folyáshatára $\sigma_F = 350\,\mathrm{MPa}$, arányossági határa pedig $\sigma_E = 200\,\mathrm{MPa}$.



a. Mekkora F_{kr} erőnél következik be a fűrészlap kihajlása?

Megoldás: $F_{kr} = 377,6\,\mathrm{N}$

72 Az $l = 2\,\mathrm{m}$ hosszúságún 2 darab U50 ($A = 7,1\,\mathrm{cm}^2$, $I_\xi = 26\,\mathrm{cm}^4$, $I_\eta = 9,1\,\mathrm{cm}^4$, $e = 1,37\,\mathrm{cm}$) szelvényből álló rúd felső vége szabad rúdvég, alsó vége pedig befogott. A rúd anyagát jellemző $E = 200\,\mathrm{GPa}$ értékű, folyáshatára $\sigma_F = 300\,\mathrm{MPa}$, arányossági határa pedig $\sigma_E = 200\,\mathrm{MPa}$.



a. Határozza meg a λ_E határkarcsúsági tényezőt!

b. Mekkora c távolság mellett következik be a kihajlás mindkét fősíkban azonos kritikus erő mellett és mekkora ez az F_{kr} erő?

Megoldás: $\lambda_E = 99,35$; $c = 3,45\,\mathrm{mm}$; $\lambda = 209,03$; $F_{kr} = 64,15\,\mathrm{kN}$