Ütemterv és ajánlott irodalom a 2018/2019. tanév II. félévében az Általános fizika I. c. tárgy (GEFIT00-1B tárgykód) esetén a gépész- és mechatronikai-mérnök BSc (G 1BG1-5; G 1MR) hallgatók részére

2019.02.14	A klasszikus mechanika tárgya és felosztása. Kinematikai alapfogalmak. Sebesség, ívkoordináta. Kísérő trieder. Pályagörbület. A gyorsulás és természetes koordinátái. Egyenletes és egyenletesen változó mozgás. Területi sebesség
2019.02.21	Tehetetlenségi axióma, inerciarendszerek. Párkölcsönhatások, a tömeg fogalma. Impulzus megmaradási axióma. Erőaxióma, erőtörvények, kezdeti feltételek. Az akció-reakció tétele. Szuperpozíciós axióma. A Galilei-féle relativitási elv. Teljesítmény- és munkatétel. Erőterek. Konzervatív mező, a mechanikai energiatétel. Erővonalak, ekvipotenciális felületek.
2019.02.28	Elsőrendű nyomatékok, perdülettétel. Centrális mező, felületi tétel. A gravitációs erőtörvény. Tehetetlen és súlyos tömeg, az ekvivalencia elve. Gravitációs kölcsönhatási energia. A Kepler-probléma.
2019.03.07	Izotrop rugalmas mező. Az elliptikus harmonikus oszcillátor. A csillapított lineáris szabadrezgés. Gyengén csillapított lineáris oszcillátor. Logaritmikus dekrementum. Gerjesztett lineáris rezgés, rezonancia, sebességrezonancia.
2019.03.14	Tömegpontrendszerek, impulzustétel, tömegközépponti tétel. Tömegközépponti vonatkoztató rendszer, rendezett és rendezetlen mozgás. Perdülettétel pontrendszerre. Teljesítmény- és munkatétel tömegpontrendszerre
2019.03.21	Van der Waals-kölcsönhatás, erő és energia. Tömegpontok egyenes ütközése, ütközési együttható, a kinetikus energia változása. Az általános rakétaegyenlet, Ciolkovszkij-formula, többfokozatú rakéták
2019.03.28	A hőtan tárgya. Rendezett és rendezetlen mozgás. A belső energia fogalma. A kinetikus gázelmélet elemei, a gáz nyomásának mikrofizikai értelmezése, egyatomos gáz energiája. Állapotjelzők és folyamatjelzők. Termikus egyensúly. Az I. főtétel. A kvázisztatikus térfogati munka
2019.04.04	A Boltzmann-statisztika alapfeltevései. Az állapot statisztikus súlya. Entrópia. A hőtan II. főtétele. A hőmérséklet fogalma. Boltzmann-eloszlás. Egyatomos gáz sebességeloszlása. Az ekvipartíció tétele
2019.04.11	Az ideális gáz állapotegyenlete. Fundamentális egyenletek. A Clausius-egyenlőtlenség. Fajhő. Az ideális gáz izosztér és izobár fajhője, Robert Mayer egyenlete. Politrop gáz, Poisson-egyenletek. A politrop gáz belső energiája
2019.04.18	Körfolyamatok. Az erőgépi ciklus termikus hatásfokának felső korlátja. Carnot-körfolyamat. Hűtőgép és hőszivattyú. A van der Waals-gáz. Telített gőz, kritikus állapot. Fázisátalakulási hő. A folyadék-gőz határgörbe
2019.04.25	Kontinuumok. Euler-leírás, gyorsulásmező. Erőeloszlások, erősűrűség és térerősség, feszültségvektor. A Pascal-féle anyagegyenlet. Euler egyenlete, a Bernoulli- egyenlet. A kontinuitási egyenlet integrális és lokális alakja. Stacionárius áramlás vékony áramcsőben
2019.05.02	A vizsgatételek ismertetése.
2019.08.17	Elővizsga

Ajánlott irodalom

Szabó J.: Fizika I (Mechanika, hőtan), Tankönyvkiadó, Bp., 1992.
Budó Á.: Kísérleti fizika I., Tankönyvkiadó, Bp., 1968.
Budó Á.: Mechanika, Tankönyvkiadó, Bp., 1965.
Nagy K.: Termodinamika és statisztikus mechanika, Tankönyvkiadó, Bp., 1991.
Kakuszi M., Majoros L., Takács Cs.: Fizikai feladatok I., Tankönyvkiadó, Bp., 1998.

Miskolc, 2019. február 01.

Dr. Macsuga János
egyetemi adjunktus

Gyakorlatok beosztása a 2018/2019. tanév II. félévében az
Általános fizika I. c. tárgy (GEFIT00-1B tárgykód) esetén a
gépész- és mechatronikai-mérnök BSc (G 1BG1-5; G 1MR) hallgatók részére

		Tanulókör jele					
		G 1BG1	G 1BG2	G 1BG3	G 1BG4	G 1BG5	G 1BMR
Feladat-csoport szám	1	2019.02.13	2019.02.13	2019.02.14	2019.02.13	2019.02.14	2019.02.13
	2	2019.02.20	2019.02.20	2019.02.21	2019.02.20	2019.02.21	2019.02.20
	3	2019.02.27	2019.02.27	2019.02.28	2019.02.27	2019.02.28	2019.02.27
	1.F/J	2019.03.06	2019.03.06	2019.03.07	2019.03.06	2019.03.07	2019.03.06
	4	2019.03.13	2019.03.13	2019.03.14	2019.03.13	2019.03.14	2019.03.13
	5	2019.03.20	2019.03.20	2019.03.21	2019.03.20	2019.03.21	2019.03.20
	6	2019.03.27	2019.03.27	2019.03.28	2019.03.27	2019.03.28	2019.03.27
	2.F/J	2019.04.03	2019.04.03	2019.04.04	2019.04.03	2019.04.04	2019.04.03
	7	2019.04.10	2019.04.10	2019.04.11	2019.04.10	2019.04.11	2019.04.10
	8	2019.04.17	2019.04.17	2019.04.18	2019.04.17	2019.04.18	2019.04.17
	9	2019.04.24	2019.04.24	2019.04.25	2019.04.24	2019.04.25	2019.04.24
	3.F/J	2019.05.08	2019.05.08	2019.05.02	2019.05.08	2019.05.02	2019.05.08
	P	2019.05.15	2019.05.15	2019.05.16	2019.05.15	2019.05.16	2019.05.15

		Feladatok			
Feladat-csoport soszáma	1	1	3	4	5
	2	7	10	11	13
	3	14	15	16	17
	4	18	19	20	21
	5	22	23	25	26
	6	27	28	29	30
	7	31	32	33	34
	8	37	38	39	40
	9	41	42	43	44

F/J : önálló feladatmegoldás, jegyzetellenőrzés
P: pótlás

2019. február 01.

Feladatok a 2018/2019. tanév II. félévében az
Általános fizika I. c. tárgy (GEFIT00-1B tárgykód) esetén a
gépész- és mechatronikai-mérnök BSc (G 1BG1-5; G 1MR) hallgatók részére

1. Egy pont a 10 m sugarú körön nyugalomból indulva 2 m/s^2 tangenciális gyorsulással egyenletesen változó mozgást végez. Mekkora a pont sebessége, gyorsulása, szögsebessége és szöggyorsulása 10 s-mal az indulás után? Mennyi utat tett meg eddig a pont? Mikor volt egyenlő nagyságú a tangenciális és a normális gyorsulása?

2. Motorkerékpáros r = 20 m sugarú körpályán kezdősebesség nélkül indulva egyenletesen gyorsul t_1 = 4 s-ig. Ezalatt s_1 = 9,6 m utat tesz meg. Mekkora a gyorsulása a t_1 pillanatban és mekkora szöget zár be ez a gyorsulásvektor a kezdeti gyorsulás irányával?

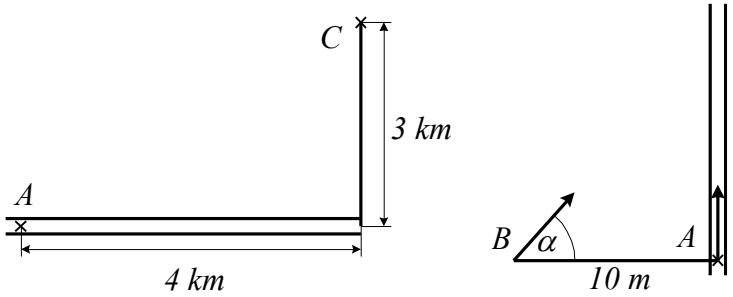
3. Egy körpályán mozgó pont ívkoordinátája az $s = bt^2 + ct$; b = 0,5 m/s^2, c = 2 m/s függvény szerint változik. A pont gyorsulásának abszolút értéke a t_2 = 5 s pillanatban kétszer akkora, mint a t_1 = 2 s időpontban. Mekkora a körpálya sugara?

4. Síkmozgást végző pont koordinátái a következőképpen függnek az időtől:
x(t) = a sin ω t, illetve
y(t) = b sin (2 ω t + π/2),
a = 4 cm, b = 3 cm, ω állandó. Határozzuk meg a pálya y = f(x) alakú egyenletét, majd ábrázoljuk a pályagörbét.

5. Egy autóbusz sebessége 36 km/h. Az iskolához legközelebb eső két megálló távolsága az iskola kapujától a menetirány sorrendjében 250 m, illetve 200 m. Két fiú beszélget a buszon. András azt mondja, hogy érdemesebb az első megállóban leszállnia, Béla szerint neki a második megállóban érdemesebb. Mindkettőjüknek igaza van. Hogyan lehetséges ez? (Az egyetlen figyelembe veendő szempont az időmegtakarítás.)

6. Két országút merőlegesen keresztezi egymást. Az egyiken 60 km/h, a másikon 40 km/h sebességgel halad egy-egy autó a kereszteződés felé. Amikor a gyorsabb autó távolsága a kereszteződéstől 200 m, akkor a másiké 500 m. Mikor kerül legközelebb egymáshoz a két jármű, és mekkora a minimális távolság? Hol vannak ekkor az autók?

7. Egy motorkerékpáros az ábrán megjelölt A pontból C-be akar jutni. Az úton legfeljebb 50 km/h, a mezőn legfeljebb 25 km/h sebességgel tud haladni. A-tól milyen távolságban kell az útról letérnie, hogy a lehető legrövidebb idő alatt jusson A-ból C-be? Mekkora a minimális menetidő?

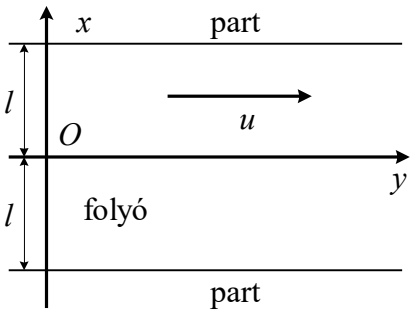


8. Egy villamos a megállóból 2 m/s^2 gyorsulással indulva 5 s-ig egyenletesen változó mozgást végez. Indulás pillanatában a vége A-ban van. Egy ember 5 m/s állandó sebességgel egyenes vonalban fut a villamos után, és a jármű végét éppen eléri. Amikor a villamos elindult, az ember B-ben volt. Mennyi idő múlva éri el a kocsit, és milyen irányban futott?

9. Állandó gyorsulással haladó test pályájának egy 10 m-es szakaszát 1,06 s alatt, az ezt követő, ugyancsak 10 m hosszú szakaszt pedig 2,20 s alatt futja be. Számítsuk ki a test gyorsulását. Mekkora a sebessége az első szakasz kezdőpontjában?

10. 12 óra után mikor lesz először merőleges egymásra az óra kis- és nagymutatója?

11. Egy csónak az A pontból indulva áthalad a $2l$ szélességű folyón. A csónak sebessége a vízhez képest állandó: nagysága c, iránya merőleges a partvonalra. A víz sebességének u nagysága a partra merőleges irányban változik az $u = u_0 (1 - x^2 / l^2)$ függvény szerint (u_0 állandó). Határozzuk meg a csónak pályájának egyenletét. Mennyivel viszi le a víz a csónakot, míg átér a túlsó partra? (ábra)



12. R sugarú körön mozgó pont pályasebessége a t = 0 pillanatban v_0. A test sebessége a gyorsulásával állandó α szöget zár be. Hogyan változik a pályasebesség az idő függvényében?

13. Egy vonat 20 m/s sebességgel egyenletesen halad, a menet-ellenállási tényező 0,01. Valamely pillanatban az 500 t tömegű szerelvényről leszakad egy 100 t tömegű rész, a vonóerő változatlan marad. Milyen messze van egymástól a vonat két része abban a pillanatban, amikor a leszakadt kocsik megállnak?

14. Álló vízben 6 m/s kezdősebességgel indított, majd magára hagyott csónak sebessége 69s alatt 3 m/s-ra csökken. A víz ellenálló ereje a test sebességével arányos. Hogyan változik a csónak által befutott út az idő függvényében?

15. Az Egyenlítő mentén épült vasútvonalon két mozdony halad ellenkező irányban, egyaránt 72 km/h pályasebességgel. Mindkét mozdony tömege 25 t. A Föld forgása következtében a két mozdony nem egyforma erővel nyomja a síneket (Eötvös-hatás). Melyik fejt ki nagyobb nyomóerőt, és mekkora a két nyomóerő különbsége?

16. Egy 500 kg tömegű autó motorjának maximális teljesítménye 50 kW. Mennyi idő alatt képes a kocsi álló helyzetből 100 km/h sebességre felgyorsulni, ha a gumik és az út között a tapadási tényező 0,6?

17. Egy autó 90 km/h sebességgel közeledik egy 20 m sugarú kanyarhoz. Amikor a sofőr észreveszi a kanyart, a fékezésre már csak 1,6 s ideje van (ez már nem tartalmazza a reakcióidőt). Mekkora a súrlódási együttható, ha a kocsi éppen be tud kanyarodni?

18. Egy fonalingát 45°-os helyzetéből elengedünk. Mozgás közben hol lesz a gyorsulása a legkisebb? Mekkora ez a minimális gyorsulás?

19. Egy fonalingát egyensúlyi helyzetéből 60°-kal kitérítve (kezdősebesség nélkül) elengedünk. A légellenállást hanyagoljuk el.

a. Hogyan függ a mozgás során a tömegpont gyorsulásának négyzete a kitérés szögének cosinusától?

b. Milyen szögkitérésnél lesz a gyorsulás abszolút értéke minimális? Hány %-a ez a szélső érték a nehézségi gyorsulásnak?

20. Az xy síkban mozgó m tömegű pont koordinátái a következőképpen függnek az időtől:
$x(t) = a \cos \omega t$
$y(t) = b \sin \omega t$,
(a, b és ω pozitív állandó). Számítsuk ki a pontra ható erő munkáját a $(0, \pi / 4\omega)$ időközben.

21. Anyagi pont az
$F_x = ky^2$,
$F_y = kxy$; ($k > 0$, állandó)
síkbeli erőtérben mozog. Mennyi munkát végez az erőtér, ha a test a P_1 (0, r) pontból a P_2 (r, 0) pontba mozdul el?

a. azon a negyed köríven, amelynek középpontja az O origó,

b. a P_1O és az OP_2 egyenes szakaszon.

22. Körpályán keringő űrhajós a Földnek mindig ugyanazon pontja fölött van. A Föld mely pontjaira teljesíthető ez a feltétel? Mekkora sugarú pályán és mekkora sebességgel kering az űrhajó? (A Föld sugara 6370 km.)

23. Egy $6 \cdot 10^{29}$ kg tömegű állócsillaghoz üstökös közeledik. Amikor még nagyon messze van a csillagtól, pályasebessége $5 \cdot 10^3$ m/s, és a sebességvektor hatásvonalának a csillagtól mért távolsága $6{,}67 \cdot 10^{11}$ m. Mennyire közelíti meg az üstökös az állócsillagot? A gravitációs állandó $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ m^3/kgs^2

24. A $6 \cdot 10^{24}$ kg tömegű Föld körül körpályán keringő $7{,}2 \cdot 10^{22}$ kg tömegű Holdnak a Föld középpontjára vonatkozó impulzusmomentuma $2{,}8 \cdot 10^{34}$ kgm^2/s. Számítsuk ki a Hold összes mechanikai energiáját. (A gravitációs állandó $6{,}7 \cdot 10^{-11}$ m^3/kgs^2.)

25. Henger alakú, 0,4 cm átmérőjű cső alsó végében nehezék van. Ezt az eszközt areométerként (úszó sűrűségmérőként) alkalmazzuk. Az areométer tömege 0,2 kg, a folyadék sűrűsége 0,8 g/cm^3. Mekkora periódusidővel fog a mérőeszköz rezegni, ha függőleges lökést kap?

26. Két egyforma hosszú, de különböző direkciós erejű rugót rögzített vízszintes rúdra függesztünk egymástól 10 cm-re, és alsó végükhöz ugyancsak 10 cm hosszú könnyű rudat kapcsolunk. Erre a rúdra 0,2 kg tömegű testet akasztunk az egyik rugótól 4 cm-re. A rendszer 2 s periódusú harmonikus rezgést végez (az alsó rúd is vízszintes marad). Számítsuk ki az egyes rugók direkciós erejét.

27. Egy 10 g tömegű pont vízszintes egyenesen mozog 0,03 N/m direkciós erejű rugalmas mezőben. A sebességével arányos csillapító erő arányossági tényezője 0,04 kg/s. Kezdetben a test 10 cm-re van az erőcentrumtól, sebessége a kitérésével ellenkező irányú és nagysága 40 cm/s. Mikor lesz zérus a kitérés?

28. A 10 kg tömegű P pont az x tengelyen mozog. Két erő ha rá: az egyik az 0 kezdőpont felé mutat és OP-vel arányos, az arányossági tényező 250 N/m: a másik a pont sebességével arányos és azzal ellentétes irányú, az arányosság tényezője 60 Ns/m. Kezdetben P abszcisszája 8 m, sebessége pedig zérus. Hogyan változik a pont x koordinátája az idő függvényében?

29. A 10 kg tömegű P pont a rögzített C centrumtól való távolságával arányos visszatérítő erő hatására lineáris rezgést végez, C-től 1 m távolságban az erő nagysága 20 N. A pontot körülvevő közeg ellenálló ereje a pont sebességével arányos. Kezdetben a test sebessége zérus. A CP-távolság három teljes rezgés után a kezdeti értéknek csak az 1/10-e. Mekkora a periódusidő?

30. Két rugalmatlan test együttes tömege 12 kg. A testek egymás felé mozognak 6 m/s, illetve 4 m/s sebességgel, és centrális egyenes ütközés után 0,25 m/s sebességgel haladnak tovább a második test eredeti sebességének irányában. Mekkora az egyes testek tömege, és hány százalékkal csökkent a rendszer kinetikus energiája?

31. Egy molekulanyaláb $5{,}4 \cdot 10^{-26}$ kg tömegű részecskékből áll, ezek 460 m/s sebességgel azonos irányban röpülnek. A nyaláb a sebességére merőleges falba ütközik. Mekkora nyomás terheli a falat, ha az ütközés rugalmas, és a molekulák sűrűsége $1{,}5 \cdot 10^{14}/\ cm^3$?

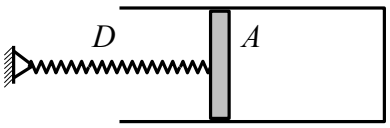
32. Egyik végén zárt, vízszintes helyzetű, 1 cm belső átmérőjű üvegcsőben 10 cm hosszúságú higanyoszlop tart elzárva 1 m hosszú levegőoszlopot. A csövet nyitott végével fölfelé lassan függőleges helyzetbe fordítjuk. Mennyi munkát végez a higanyoszlop az elzárt gázon? A higany sűrűsége *13,6 g/cm*^{3}, a légköri nyomás *1 bar*, a bezárt levegő hőmérséklete állandó marad.

33. Egyik végén beforrasztott cső a légkörtől h hosszúságú higanyfonállal elválasztott levegőt tartalmaz. Ha a csövet függőlegesen tartjuk, az elzárt légoszlop hossza L_1, illetve L_2 aszerint, hogy a beforrasztott vagy a nyitott vége néz fölfelé. A higany sűrűsége ρ. Számítsuk ki a légköri nyomást.

34. U alakú üvegcső bal oldali vége zárt, a másik nyitott. A csőben alul 13,6 g/cm^3 sűrűségű higany, a jobb szárban efölött 50 cm magas vízoszlop van. A légköri nyomás 1 bar, a bal szárban a higany fölött a levegő nyomása 0,9 bar. Mekkora a magasságkülönbség a két higanyszint között?

35. Vízszintes tengelyű hőszigetelt hengert egy súrlódásmentes, hőszigetelt dugattyú két részre oszt. Az egyik, 3 dm^3-*es* részben 400 kPa nyomású, a másik részben – ennek térfogata 5 dm^3 – 300 kPa nyomású argongáz van. A dugattyút elengedjük. Mekkora lesz a nyomás az egyensúly beálltakor?

36. Az ábrán látható hengeres edénybe 100 kPa nyomású, 300 K hőmérsékletű levegő van bezárva. A henger alapterülete 100 cm^2, a gáz térfogata 1 liter, a légköri nyomás is 100 kPa. A súrlódás nélkül mozgatható dugattyúhoz 5 kN / m direkciós erejű rugó kapcsolódik. Mekkora lesz az elzárt levegő nyomása, ha hőmérsékletét 600 K-re növeljük?



37. Acélpalackba zárt gáz nyomása 40 bar, hőmérséklete 37 °C. Mekkora lesz a nyomás, ha a gáz felét kiengedjük a palackból, és a hőmérséklet 12 °C-ra csökken?

38. 20 l-es palackban 10 MPa nyomású, 0 °C-os gáz van. Kiengedünk belőle 0,86 kg-ot. a) Mekkora lesz a nyomás, ha a hőmérséklet változatlan? b) Milyen hőmérsékletre kell a gázt melegítenünk, hogy nyomása újból 10 MPa legyen? Az oxigén sűrűsége 0 °C-on és 100 kPa nyomáson 1,43 kg/m^3. (428)

39. 0,1 MPa nyomású, *5 dm*^{3} térfogatú egyatomos gáz eredeti térfogata kétszeresére tágul ki úgy, hogy közben belső energiája nem változik. Ezután állandó nyomáson ismét *5 dm*^{3}-re komprimáljuk, majd e térfogaton visszavisszük a kiinduló állapotba. a) Összesen mennyi munkát végez a gáz? b) Mennyi hőt vesz fel az izenergikus és az izosztér szakaszban együttvéve?

40. 5 l-es palackban 0,1 MPa nyomású nitrogéngáz van. Mekkorára növekszik a nyomás, ha 1,5 kJ hőt közlünk a gázzal? A nitrogén adiabatikus kitevője 1,4.

41. Ideális gáz állandó nyomáson kitágulva 200 J munkát végez. Mennyi hőt vesz fel eközben, ha adiabatikus kitevője 1,4? (451)

42. Milyen nyomásra kell a 10 dm^3 térfogatú, 0,1 MPa nyomású gázt izotermikusan komprimálni, hogy 3,14 kJ hőt adjon le? (453)

43. Egy 44,8 dm^3 térfogatú, vízszintes tengelyű hőszigetelt hengert vékony, súrlódásmentes, hőszigetelő dugattyú oszt két részre. A bal oldali térfélbe 200 W teljesítményű fűtőspirál nyúlik be. Kezdetben a dugattyú középen áll, és mindkét részben 10^5 Pa nyomású egyatomos gáz van. Mennyi időre kell a fűtőtestet bekapcsolni, hogy a jobb oldali gáz térfogata a felére csökkenjen?

44. Carnot-féle hűtőgép *20°C* és *- 10°C* hőmérsékleti határok között működik. A hajtó-motor egy ciklusban *15,9 kJ* munkát végez. Mennyi hőt ad le a hidegebbik hőtartály egy körfolyamat alatt?

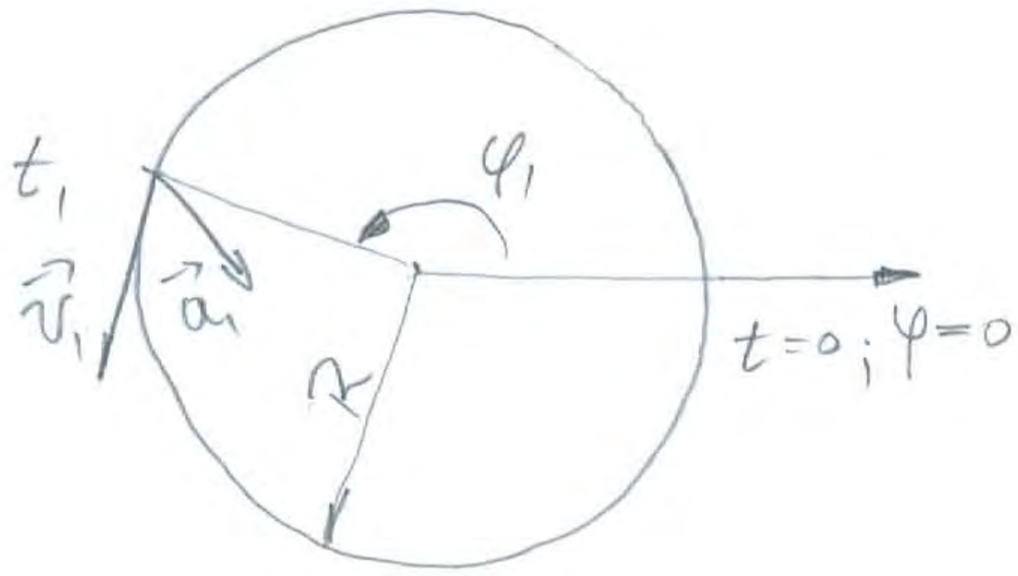
45. Ideális gáz állapotát úgy változtatjuk, hogy a nyomás köbe fordítottan arányos a térfogat negyedik hatványával. Mekkora a mólhő ebben a folyamatban, ha a gáz adiabatikus kitevője 7/5?

46. Hőszigetelt edényt azbeszttel bevont vékony fémfal egy 16 *l*-es és egy 24 *l*-es részre oszt. A kisebbik térfélben 1 mól 5 bar nyomású a másikban 2 mol 4 bar nyomású ideális gáz van, mindkét gáz adiabatikus kitevője 1,4. Eltávolítjuk a fémfalról az azbesztréteget, és megvárjuk, míg beáll a termikus egyensúly. Mennyit változik a rendszer entrópiája ebben a folyamatban?

47. Dugattyúval elzárt hengerben 60*l* 100 °C-os telített vízgőz van 1 bar nyomáson. A dugattyút lassan beljebb nyomva a térfogatot izotermikusan 10 *l*-re csökkentjük. Mennyivel változik meg a rendszer belső energiája? A gőz sűrűsége 0,6 kg/m^3, a víz forráshője 2,25 MJ/kg, a keletkezett víz térfogata elhanyagolható.

48. 5 MPa nyomáson hány °C a víz forráspontja? A forráshő 2,25 kJ/g, a móltömeg 18 g/mol. (Tekintsük a forráshőt függetlennek a hőmérséklettől, a vízgőzt vegyük ideális gáznak. A víz móltérfogata a gőzé mellett elhanyagolható.)

1



$R = 10\ m$

$v_0 = 0\ \frac{m}{s}$

$a_t = 2\ \frac{m}{s^2}$

$t_1 = 10\ s$

$v = v_0 + a_t \cdot t$

$v_1 = a_t \cdot t_1$

$v_1 = 2 \cdot 10 = 20\ \frac{m}{s}$

$\omega = \frac{v}{R}$

$\omega_1 = \frac{20}{10} = 2\ \frac{1}{s}$

$\beta = \frac{a_t}{R}$

$\beta = \frac{2}{10} = 0{,}2\ \frac{1}{s^2}$

$a_n = \frac{v^2}{R}$

$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$

$a_1 = \sqrt{a_t + \frac{a_t^4 t_1^4}{R^2}}$

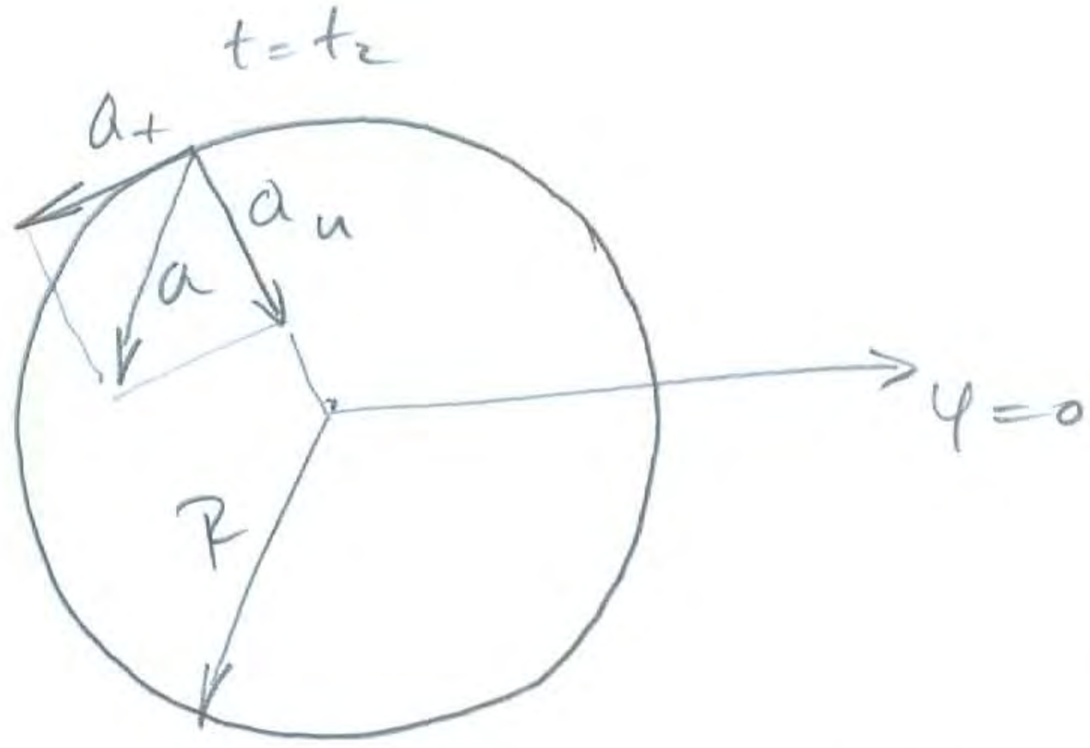
$a_1 = a_t \sqrt{1 + \frac{a_t^2 t^4}{R^2}}$

$a_1 = 2 \sqrt{1 + \frac{4 \cdot 10^4}{10^2}}$

$a_1 = 40{,}05\ \frac{m}{s^2}$

$s = v_0 \cdot t + \frac{a_t}{2} t^2$; $s_1 = \frac{a_t}{2} t_1^2$; $s_1 = 100\ m$

1



$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$v = a_t \cdot t$$

$$a_n = a_t^2 \cdot \frac{t^2}{R}$$

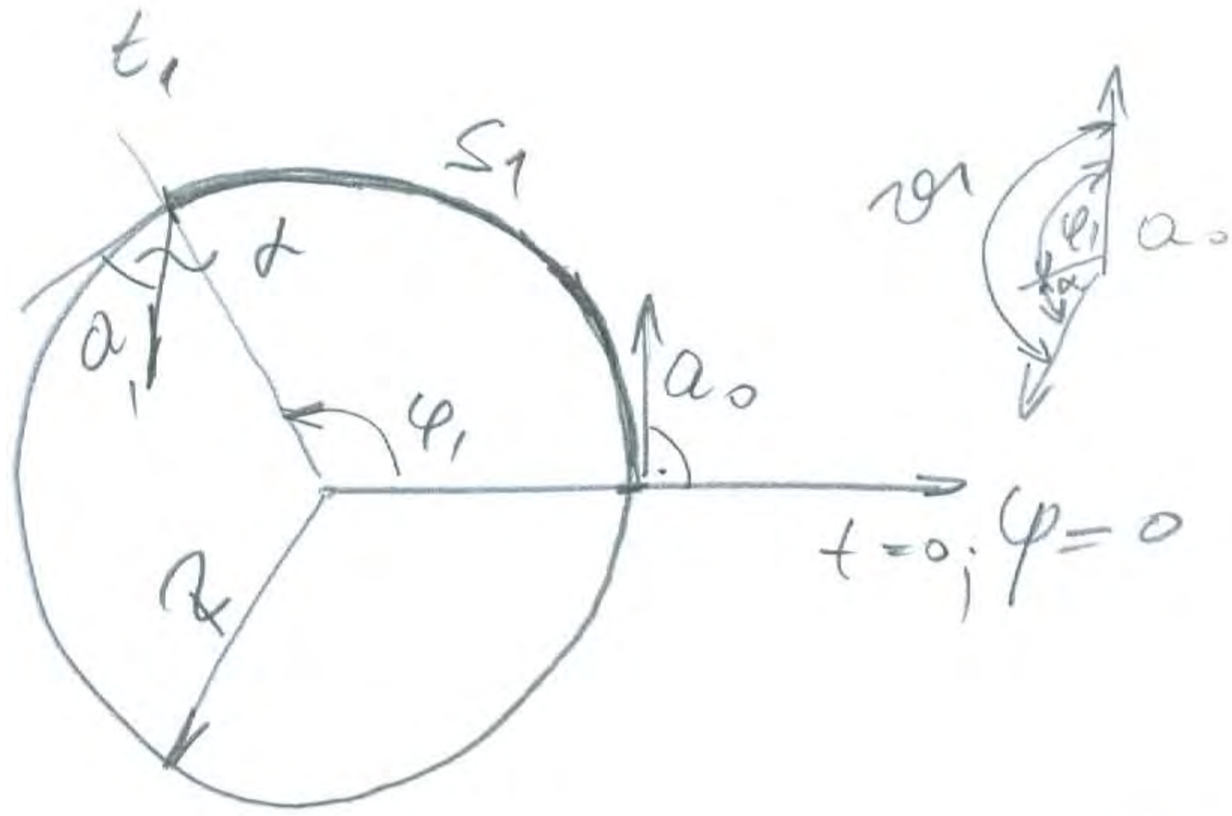
$$a_{n2} = a_t$$

$$\cancel{a_t} \cdot \frac{t_2^2}{R} = \cancel{a_t}$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{R}{a_t}}$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{10}{2}} = \underline{\sqrt{5}\ s}$$

2.



$R = 20\ m$

$t_1 = 4\ s$

$s_1 = 9{,}6\ m$

$$s_1 = \frac{a_0 t_1^2}{2}$$

$$a_0 = \frac{2 s_1}{t_1^2}$$

$$a_0 = \frac{\cancel{2}^{1} \cdot \cancel{9{,}6}^{4{,}8}}{\cancel{16}_{\cancel{8}\,4}} = 1{,}2\ \frac{m}{s^2}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$v = a_0 t$$

$$a = \sqrt{a_0^2 + a_n^2}$$

$$a = \sqrt{a_0^2 + \frac{a_0^4 \cdot t^4}{R^2}}$$

$$a = a_0 \sqrt{1 + \frac{a_0^2 t^4}{R^2}}$$

$$a_1 = 1{,}2 \sqrt{1 + \frac{\cancel{144}^{1} \cdot \cancel{16}\ \cancel{4}}{\cancel{400}_{\cancel{100}\ 25}}}$$

$$a_1 = \frac{1{,}2}{5} \cdot \sqrt{26{,}44} = 1{,}66\ \frac{m}{s^2}$$

$$tg\,\alpha = \frac{a_{n1}}{a_{01}}$$

$$tg\,\alpha = \frac{a_0 t_1^2}{R\,a_0}$$

$$tg\,\alpha = \frac{1{,}2 \cdot \cancel{16}^{8}}{\cancel{20}_{10}} = 0{,}96$$

$$\varphi_1 = \frac{s_1}{R} = \frac{9{,}6}{20} = 0{,}48\ ;\quad \vartheta = \varphi_1 + \alpha\ ;\quad \vartheta = 71^\circ 18'$$

3

$s = bt^2 + ct$

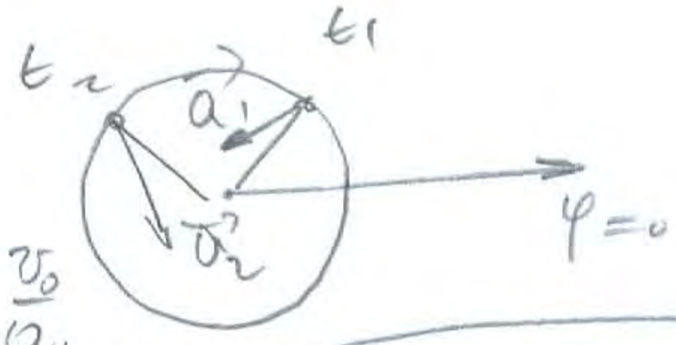
$b = 0{,}5\ \frac{m}{s^2}$

$c = 2\ m/s$

$t_1' = 2\ s$

$t_2' = 5\ s$

$t = t' + t^*;\ t^* = \frac{v_0}{a_t}$



$$s = \frac{a_t}{2} t'^2 + v_0 t'$$

$a_t = 2b;\ a_t = 1\ \frac{m}{s^2}$

$v_0 = c;\ v_0 = 2\ \frac{m}{s}$

$$a = \frac{\sqrt{R^2 a_t^2 + a_t^4 t^4}}{R}$$

$2a_1 = a_2$

$4a_1^2 = a_2^2$

$$4(R^2 \cancel{a_t^2} + \cancel{a_t^4} t_1^4) = R^2 \cancel{a_t^2} + \cancel{a_t^4} t_2^4$$

$$3R^2 = a_t^2 (t_2^4 - t_1^4)$$

$$R = \frac{a_t}{\sqrt{3}} \sqrt{t_2^4 - t_1^4}$$

$$R = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{625 - 16} = \underline{\underline{21{,}4\ m}}$$

4.

$x = a \sin \omega t$

$y = b \sin\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

$a = 4\,cm$

$b = 3\,cm$

$\omega = 6\pi$.

$\sin \omega t = \frac{x}{a}$

$$\boxed{\begin{array}{c} x \in (-a; +a) \\ \hline y \in (-b; +b) \end{array}}$$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$

$y = b\left(\sin 2\omega t \underbrace{\cos\frac{\pi}{2}}_{0} + \cos 2\omega t \underbrace{\sin\frac{\pi}{2}}_{1}\right)$

$y = b \cos 2\omega t$

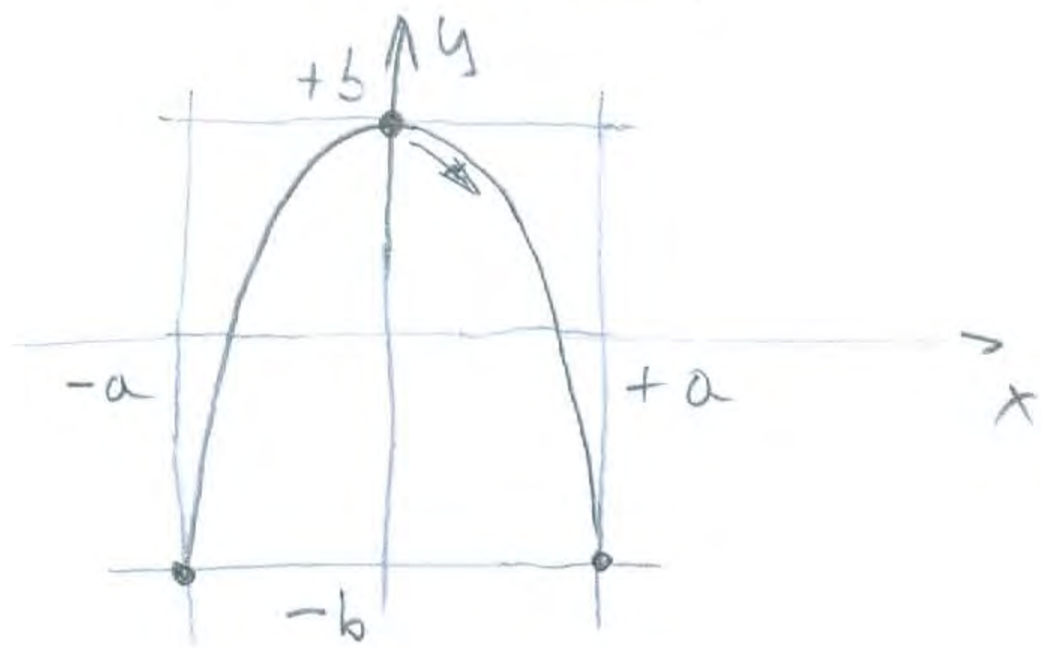
$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

$y = b(1 - 2\sin^2 \omega t)$

$$y = b\left(1 - 2\frac{x^2}{a^2}\right)$$

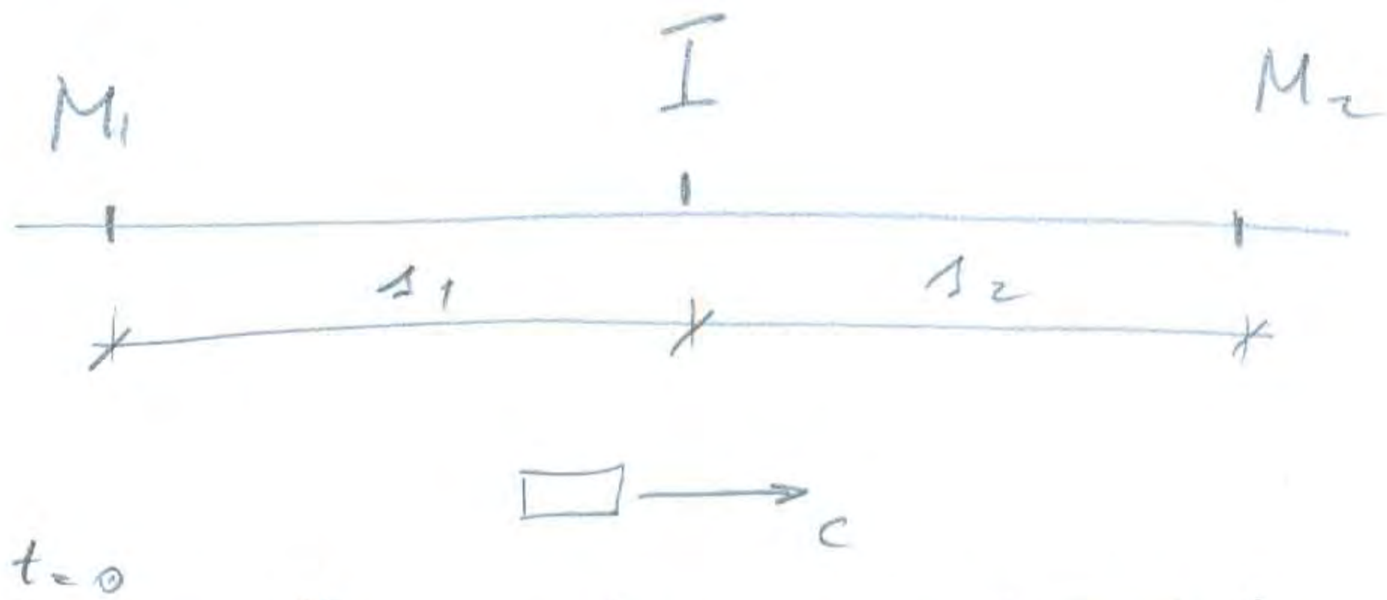


5.

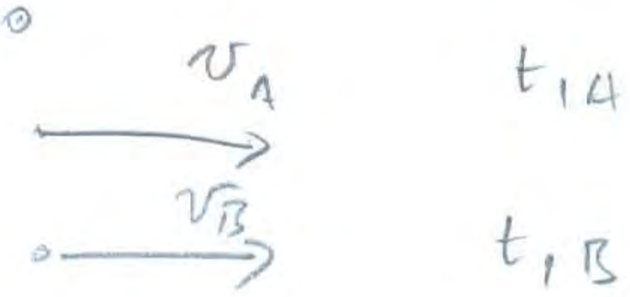
$c = 36 \frac{km}{h} = 36/3{,}6 \frac{m}{s} = 10 \frac{m}{s}$

$s_1 = 250\,m$

$s_2 = 200\,m$



$t = 0$



t_{1A} $\quad$ t_{1B}

(1) $s_1 = v_A t_{1A}$

$s_1 = v_B t_{1B}$

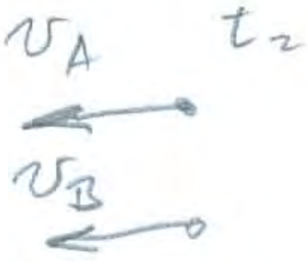
$\boxed{t_{1A} < t_{1B}}$

(2)

$t_{3A} > t_{1A}$ $\quad s_2 = v_A(t_{3A} - t_2)$ $\quad t_{3A}$

(3.)

$t_{3B} < t_{1B}$ $\quad s_2 = v_B(t_{3B} - t_2)$ $\quad t_{3B}$



t_2

$t_2 = \frac{s_1 + s_2}{c}$

(1.) $\frac{s_1}{v_A} < \frac{s_1}{v_B} \Rightarrow v_A > v_B$

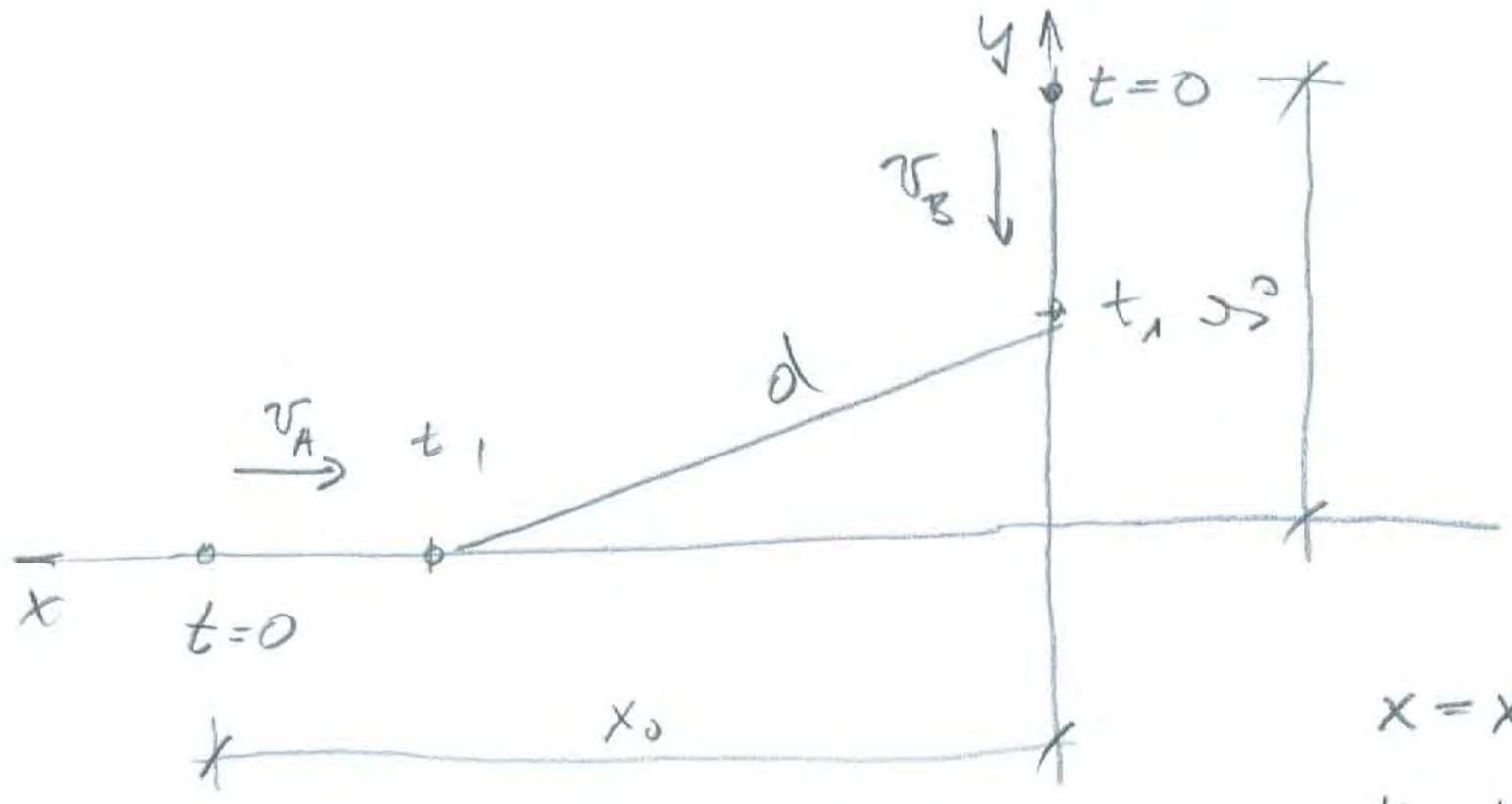
(2.) $\frac{s_2}{v_A} + \frac{s_1 + s_2}{c} > \frac{s_1}{v_A} \Rightarrow \frac{s_1 + s_2}{c} > \frac{s_1 - s_2}{v_A} \Rightarrow v_A > \frac{s_1 - s_2}{s_1 + s_2} \cdot c$

(3.) $\frac{s_2}{v_B} + \frac{s_1 + s_2}{c} < \frac{s_1}{v_B} \Rightarrow \frac{s_1 + s_2}{c} < \frac{s_1 - s_2}{v_B}$ $\quad v_B < \frac{s_1 - s_2}{s_1 + s_2} c$

$$v_H = \frac{s_1 - s_2}{s_1 + s_2} \cdot c$$

$$v_H = \frac{\cancel{50}}{\cancel{450}} \cdot 10 = \frac{10}{9} \frac{m}{s} = 4 \frac{km}{h}$$

6



$x_0 = 500\,m = 0{,}5\,km$

$y_0 = 200\,m = 0{,}2\,km$

$v_A = 40\,\frac{km}{h} = \frac{40}{3{,}6}\,\frac{m}{s}$

$v_B = 60\,\frac{km}{h} = \frac{60}{3{,}6}\,\frac{m}{s}$

$$\left.\begin{aligned} x &= x_0 - v_A t \\ y &= y_0 - v_B t \\ d &= \sqrt{x^2 + y^2} \end{aligned}\right\}$$

$d = \sqrt{f(t)}$

$f(t) = x_0^2 + y_0^2 - 2(x_0 v_A + y_0 v_B)t + (v_A^2 + v_B^2)t^2$

$f(t) = \alpha t^2 + \beta t + \gamma$; $\alpha = v_A^2 + v_B^2$; $\beta = -2(x_0 v_A + y_0 v_B)$; $\gamma = x_0^2 + y_0^2$

$$\frac{d\sqrt{f}}{dt}\Big|_{t=t_1} = 0 \quad ; \quad \frac{d\sqrt{f}}{dt} = \frac{df}{dt}\cdot\frac{1}{2}\,\frac{1}{\sqrt{f}} \Rightarrow \frac{df}{dt} = 0$$

$$\frac{df}{dt} = 2\alpha t + \beta \Rightarrow t_1 = -\frac{\beta}{2\alpha}; \quad t_1 = \frac{x_0 v_A + y_0 v_B}{v_A^2 + v_B^2}$$

$$\underline{\underline{t_1}} = \frac{0{,}5\cdot\cancel{40}^{\,\cancel{2}\,1} + \cancel{0{,}2}^{\,0{,}1}\cdot\cancel{60}^{\,3}}{40\cdot\cancel{40}^{\,\cancel{8}} + \cancel{60}^{\,30}\cdot\cancel{60}^{\,3}} = \underline{\underline{\frac{0{,}8}{130}}}\ h$$

$\alpha = 40\cdot 40 + 60\cdot 60$

$\beta = -2(0{,}5\cdot 40 + 0{,}2\cdot 60)$

$\gamma = 0{,}5^2 + 0{,}2^2$

$$t_1^2 = \frac{0{,}8^2}{130^2}$$

$d_1 = \sqrt{\ \ldots}$

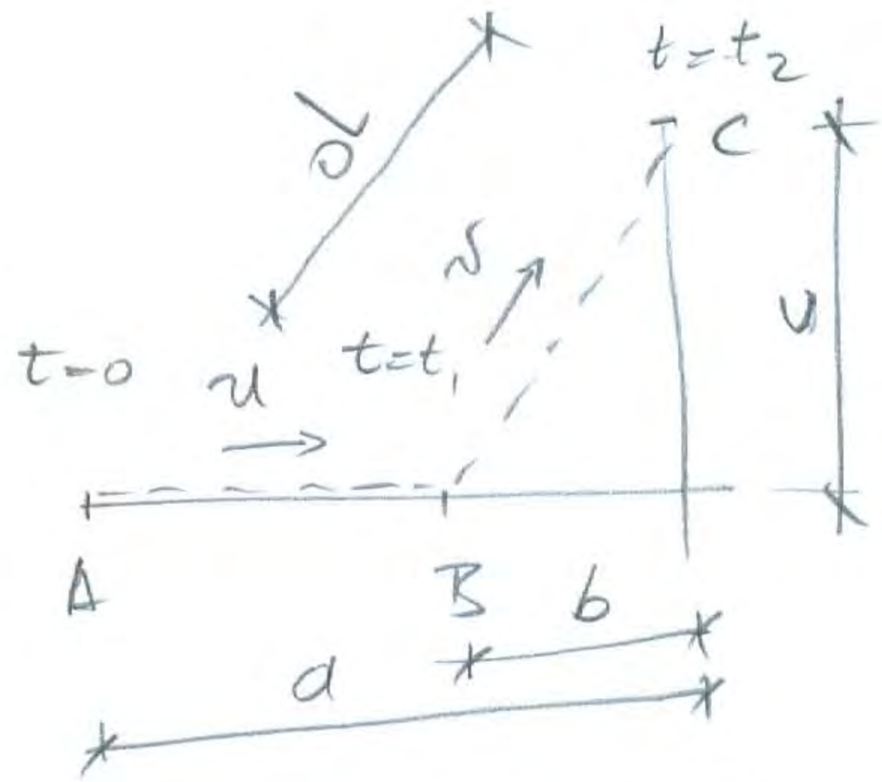
7.

$u = 50 \frac{km}{h}$

$v = 25 \frac{km}{h}$

$a = 4\,km$

$c = 3\,km$



$$t_2 = \frac{a-b}{u} + \frac{d}{v} \; ; \; d = \sqrt{b^2+c^2}$$

$$u \cdot v \cdot t_2 = (a-b)v + ud \; ; \; f(b) = (a-b)v + u(b^2+c^2)^{1/2}$$

$$\frac{dt_2}{db}\Big|_{b=b_m} = 0 \Rightarrow \frac{df(b)}{db}\Big|_{b=b_m} = 0$$

$$\frac{df}{db} = -v + u\frac{\cancel{2}b}{\cancel{2}\sqrt{b^2+c^2}}$$

$$\frac{df}{db} = \frac{ub - v\sqrt{b^2+c^2}}{\sqrt{b^2+c^2}} \Rightarrow u^2 b_m^2 = v^2 b_m^2 + v^2 c^2$$

$$b_m = \frac{vc}{\sqrt{u^2-v^2}} \; ; \; b_m = \frac{\cancel{25}\cdot 3}{\cancel{25}\sqrt{3}} = \sqrt{3}\,km \; ; \; d_m = 2\cdot\sqrt{3}\,km$$

$$a - b_m = (4-\sqrt{3})\,km \; ; \; t_2 = \frac{a-b_m}{u} + \frac{d_m}{v} \; ; \; t_2 = \frac{4-\sqrt{3}}{50} + \frac{2\cdot\sqrt{3}}{25}$$

$$t_2 = \frac{4+3\sqrt{3}}{50}\,h$$

8

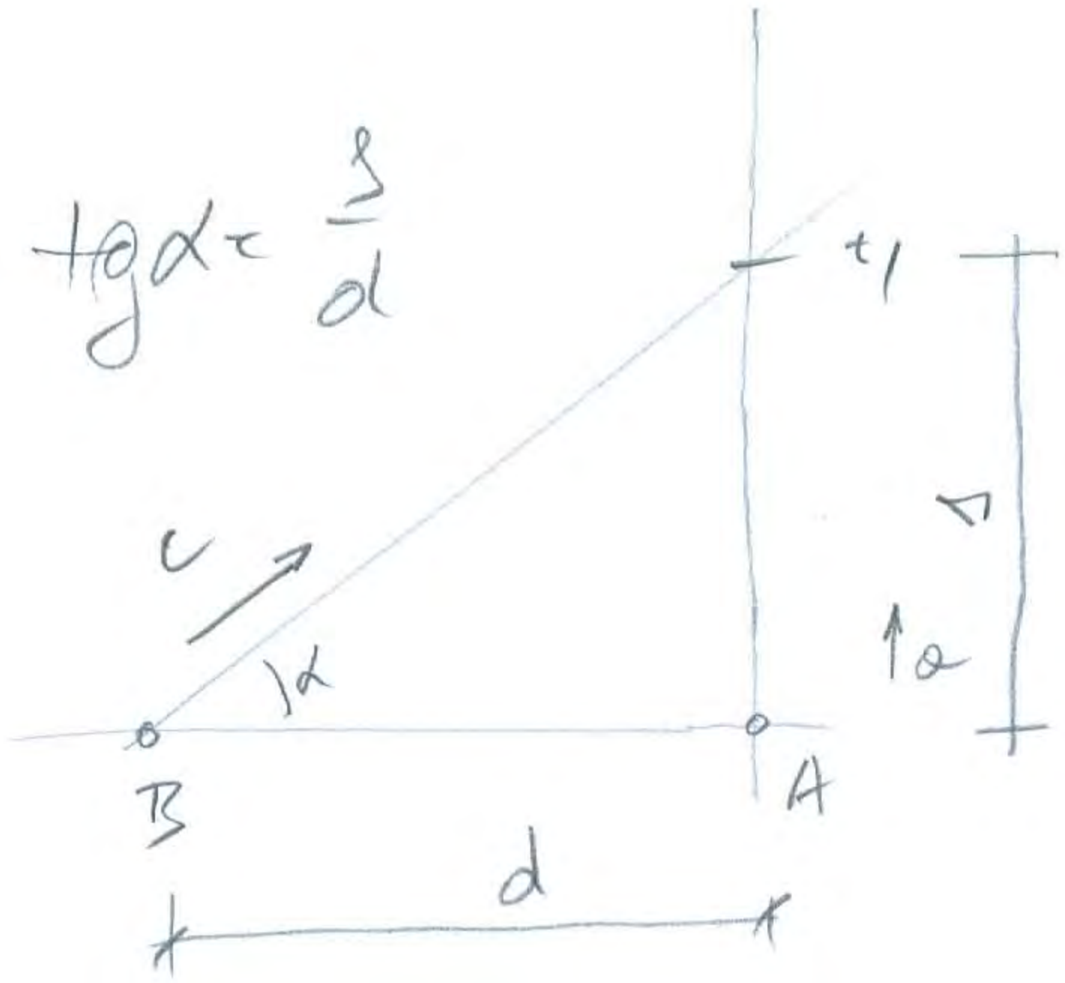
$a = 2\,\frac{m}{s^2}$

$t_h = 5\,s$

$c = 5\,\frac{m}{s}$

$d = 10\,m$

$tg\alpha = \frac{s}{d}$



$\sqrt{d^2+s^2} = ct_1$

$s = \frac{a}{2}t_1^2$

$\frac{s}{d^2+s^2} = \frac{a}{2c^2}$

$2c^2 s - as^2 - ad^2 = 0$

$s^2 - \frac{2c^2}{a}s + d^2 = 0 \Rightarrow s_{12} = \frac{\frac{\cancel{2}c^2}{a} \pm \sqrt{\frac{\cancel{4}c^4}{a^2} - \cancel{4}d^2}}{\cancel{2}}$

$s_1 = \frac{c^2 - \sqrt{c^4 - a^2d^2}}{a}$

$s_1 = \frac{25 - \sqrt{625 - 400}}{2}$

$s_1 = \frac{25 - 15}{2} = 5\,m$

$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{2}}$

$t_1 = \sqrt{5}\,s$

$t_1 < t_h$

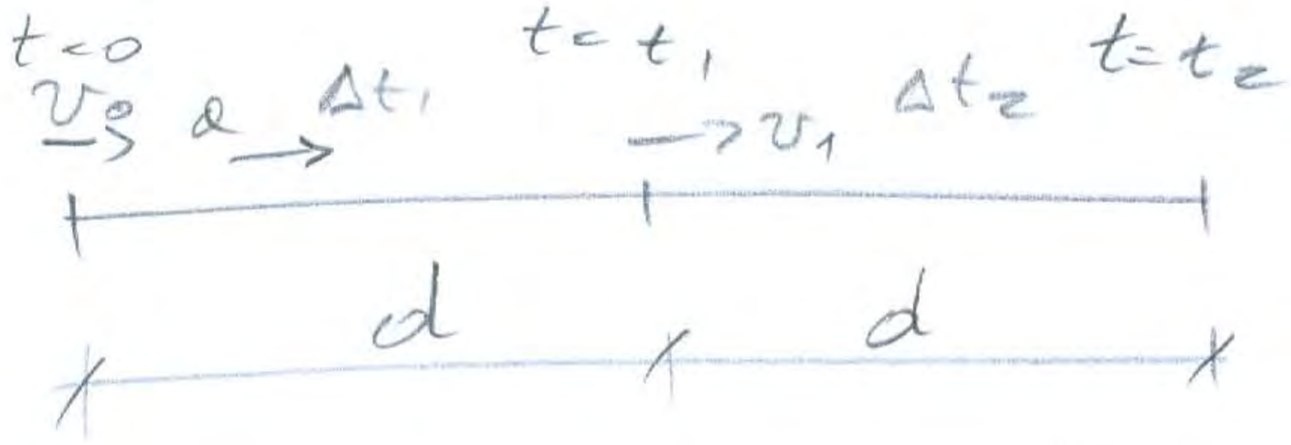
$tg\,\alpha = \frac{5}{10}$

9.

$d = 10\,m$

$\Delta t_1 = 1{,}06\,s$

$\Delta t_2 = 2{,}2\,s$



$$v_0 = \frac{d}{\Delta t_1} + \frac{a}{2}\Delta t_1 \leftarrow \begin{cases} d = v_0 \Delta t_1 - \frac{a}{2}\Delta t_1^2 \\ v_1 = v_0 - a\Delta t_1 \\ d = v_1 \Delta t_2 - \frac{a}{2}\Delta t_2^2 \\ \rightarrow d\left(\frac{1}{\Delta t_1} - \frac{1}{\Delta t_2}\right) = v_0 - v_1 + \frac{a}{2}(\Delta t_2 - \Delta t_1) - \end{cases}$$

$$d\,\frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\Delta t_1 \Delta t_2} = a\,\Delta t_1 + \frac{a}{2}\Delta t_2 - \frac{a}{2}\Delta t_1$$

$$2\,\frac{d}{\Delta t_1 \Delta t_2}\,\frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = a$$

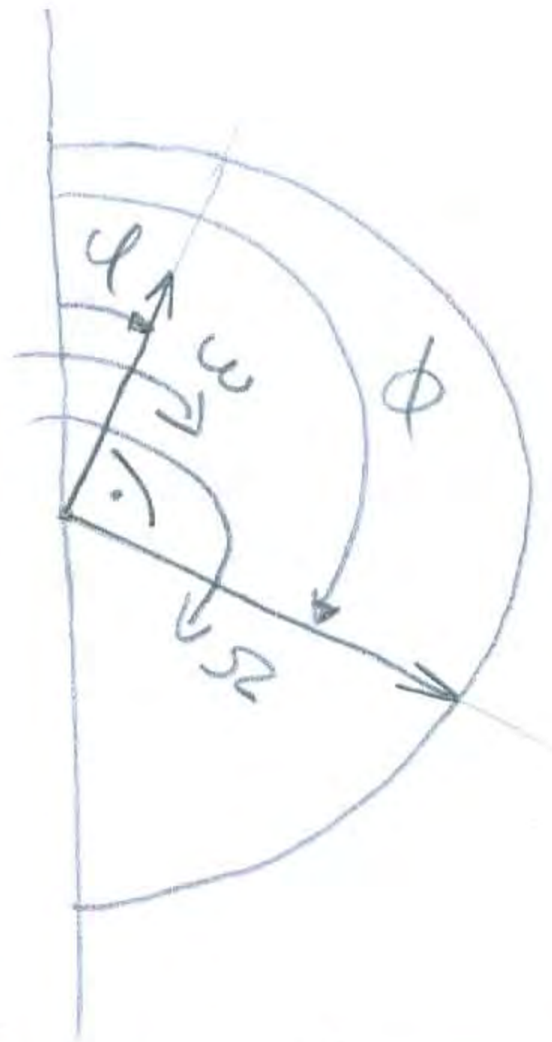
$$a = 2 \cdot \frac{10}{1{,}06 \cdot 2{,}2}\,\frac{0{,}14}{3{,}26} = \frac{m}{s^2}$$

$$v_0 = \frac{10}{\ldots}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{12}\,\frac{1}{h}$$

$$\Omega = \frac{2\pi}{1}\,\frac{1}{h}$$

$$\left.\begin{aligned} \phi - \varphi &= \frac{\pi}{2} \\ \phi &= \Omega t_1 \\ \varphi &= \omega t_1 \end{aligned}\right\}$$



$$(\Omega - \omega)\,t_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{2(\Omega - \omega)}$$

$$t_1 = \frac{\cancel{\pi}}{2 \cdot 2\cancel{\pi}\left(1 - \frac{1}{12}\right)}$$

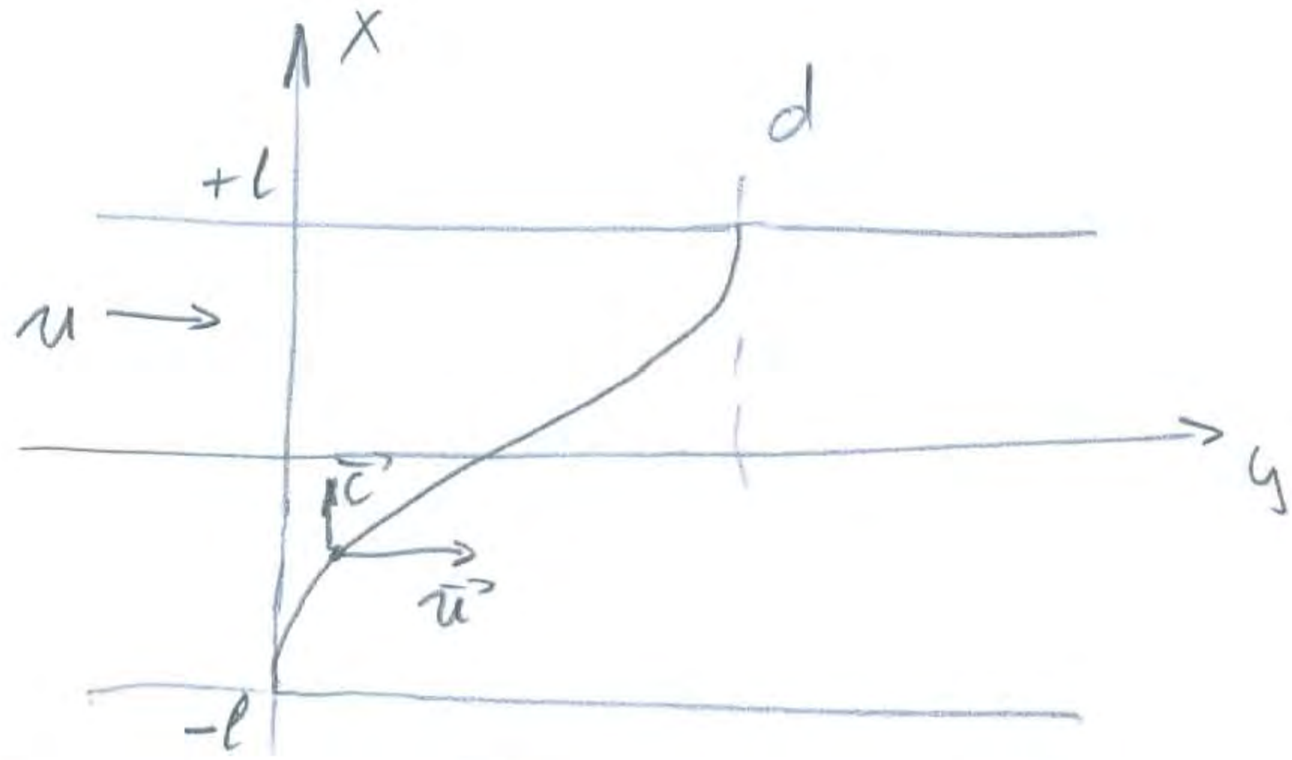
$$t_1 = \frac{\cancel{12}\,3}{\cancel{4} \cdot 11} = \frac{3}{11}\,h = \frac{3 \cdot 60}{11}\,\text{min}$$

$$t_1 = \frac{180}{11}\,\text{min} = 16\,\text{min}\ \frac{4 \cdot 60}{11}\,\text{sec}$$

$$\underline{\underline{t_1}} = 16\,\text{min}\ \frac{240}{11}\,\text{sec} \approx \underline{\underline{16'\ 21''}}$$

(11)

$$u = u_0\left(1 - \frac{x^2}{\ell^2}\right)$$



$$v_x = c \qquad \frac{dx}{dt} = c$$

$$v_y = u_0\left(1 - \frac{x^2}{\ell^2}\right) \qquad \frac{dy}{dt} = u_0\left(1 - \frac{x^2}{\ell^2}\right)$$

$$\left.\right\} \frac{dy}{dx} = \frac{u_0}{c}\left(1 - \frac{x^2}{\ell^2}\right)$$

$$y = \int_{-\ell}^{x} \frac{u_0}{c}\left(1 - \frac{x^2}{\ell^2}\right)dx \qquad y = \frac{u_0}{c}\left[x - \frac{x^3}{3\ell^2}\right]_{-\ell}^{x}$$

$$y = \frac{u_0}{c}\left(x - \frac{x^3}{3\ell^2} + \ell - \frac{\ell^3}{3\ell^2}\right) \qquad y = \frac{u_0}{c}\left(\frac{2\ell}{3} + x - \frac{x^3}{3\ell^2}\right)$$

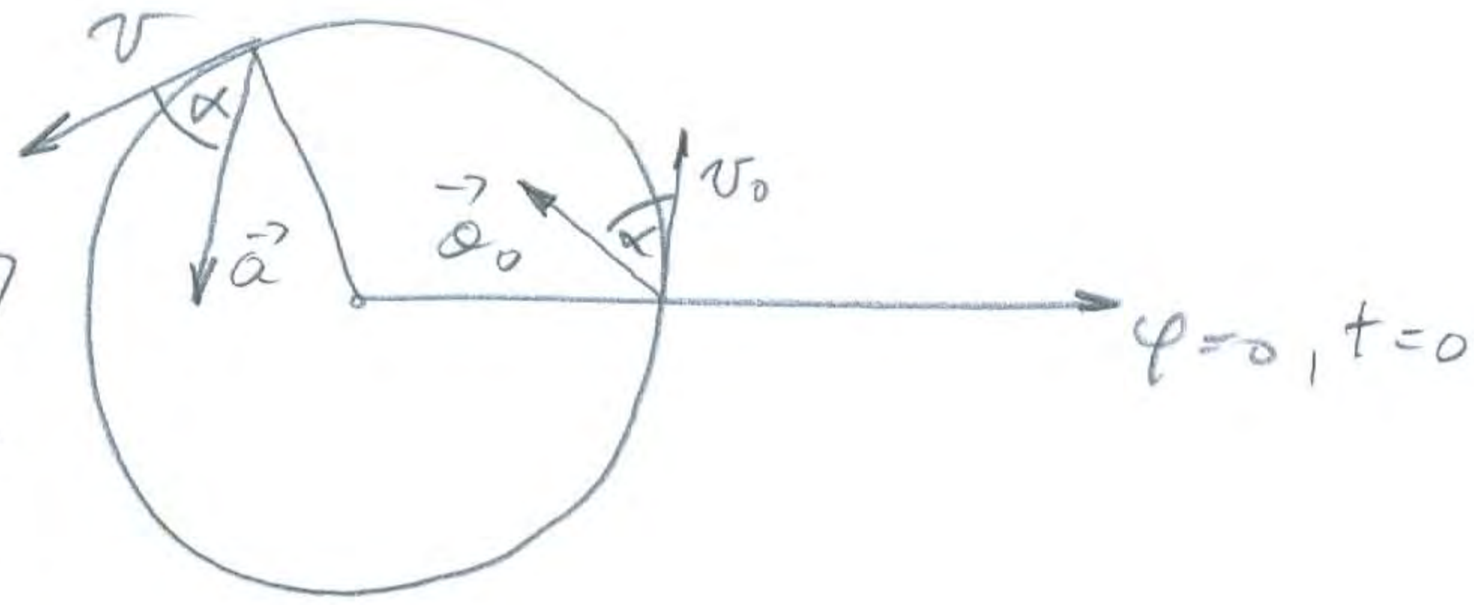
$$d = \frac{u_0}{c}\left(\frac{2\ell}{3} + \ell - \frac{\ell^3}{3\ell^2}\right) = \frac{4\ell}{3}\,\frac{u_0}{c}$$

(12.)

$v(0) = v_0$

$\alpha = \text{áll.}$

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\alpha &= \frac{a_n}{a_t} \\ a_t &= \dot{v} \\ a_n &= \frac{v^2}{R} \end{aligned}\right\}$$



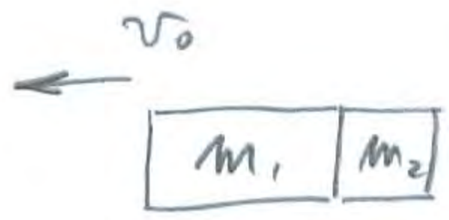
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v^2}{\dot{v}R} \Rightarrow \frac{1}{v^2}\frac{dv}{dt} = \frac{1}{R\operatorname{tg}\alpha}$$

$$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v^2} = \int_0^{\tau} \frac{1}{R\operatorname{tg}\alpha}\,dt$$

$$-\left[\frac{1}{v}\right]_{v_0}^{v} = \frac{\tau}{R\operatorname{tg}\alpha} \Rightarrow \frac{1}{v_0} - \frac{1}{v} = \frac{\tau}{R\operatorname{tg}\alpha}$$

$$\frac{1}{v_0} - \frac{\tau}{R\operatorname{tg}\alpha} = \frac{1}{v} \Rightarrow v = \frac{v_0 \operatorname{tg}\alpha R}{R\operatorname{tg}\alpha - v_0\tau}$$

13.

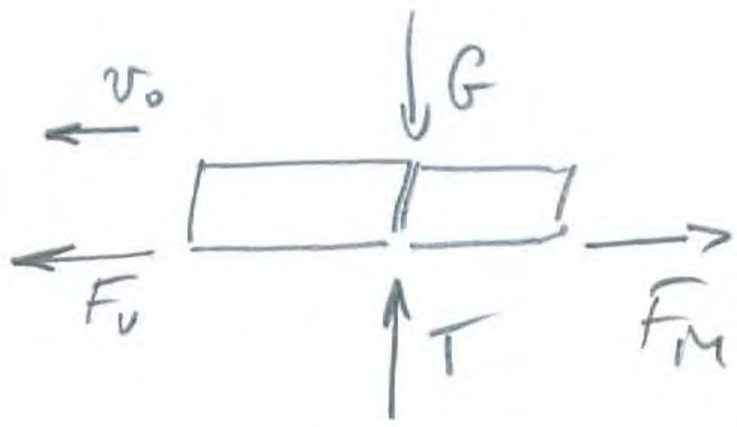


$m_1 = 4 \cdot 10^5\,kg$

$m_2 = 10^5\,kg$

$v_0 = 20\,m/s$

$\mu = 0{,}01$



$F_M = F_v$; $T = G$

$F_v = \mu_0 T$; $G = (m_1 + m_2) g$

$F_v = \mu_0 (m_1 + m_2) g$

$F_{M1} + F_{M2} = F_M$

$4 F_{M2} = F_{M1}$

$a_2 = \mu g$; $a_1 = \frac{\mu g}{4}$

$a_2 t_m = v_0$

$t_m = \frac{v_0}{a_2}$

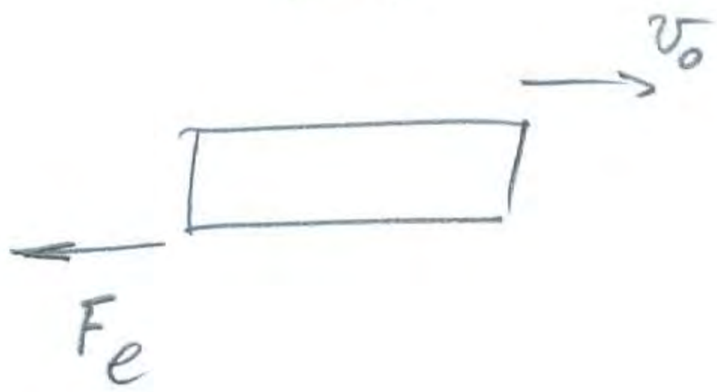
$a_r = a_1 + a_2$

$a_r = \frac{5}{4} \mu g$

$\Delta s = \frac{a_r}{2} t_m^2$

14.

$t=0$

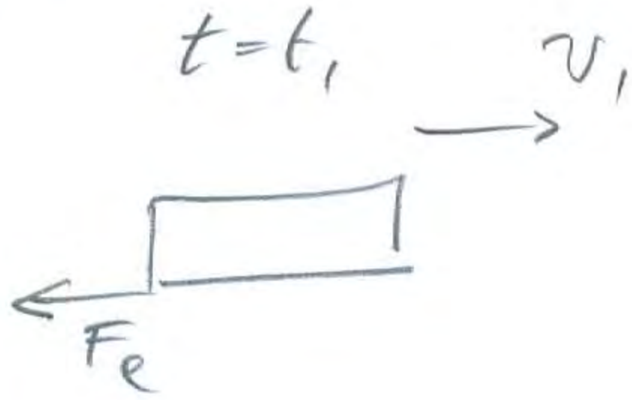


$v_0 = 6\,\frac{m}{s}$

$t_1 = 69\,s$

$v_1 = 3\,\frac{m}{s}$

$t=t_1$



$F_e = -kv$

$m\dot{v} = F_e$

$m\dot{v} = -kv$

$\dot{v} = -\frac{k}{m}v$

$$\boxed{\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\tau}v \; ; \; \tau = \frac{m}{k}}$$

$v = v_a e^{-\frac{t}{\tau}}$

$v(0) = v_0$

$v(t_1) = \frac{v_0}{2}$

$\Rightarrow \boxed{v_0 = v_a}$

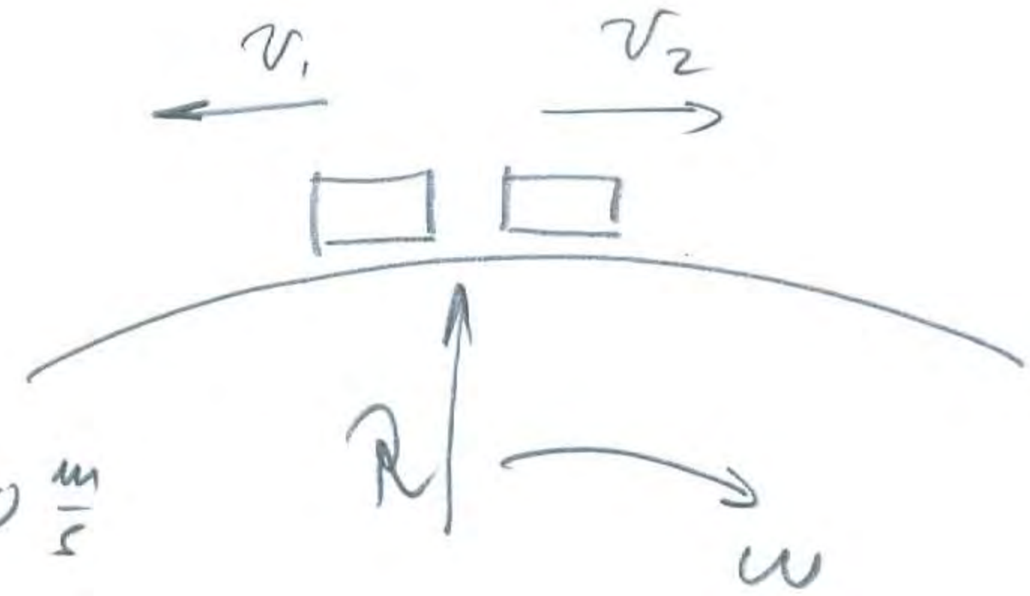
$\Rightarrow \frac{\cancel{v_0}}{2} = \cancel{v_0} e^{-\frac{t_1}{\tau}}$

$\frac{t_1}{\tau} = \ln 2$

$$\boxed{\tau = \frac{t_1}{\ln 2}}$$

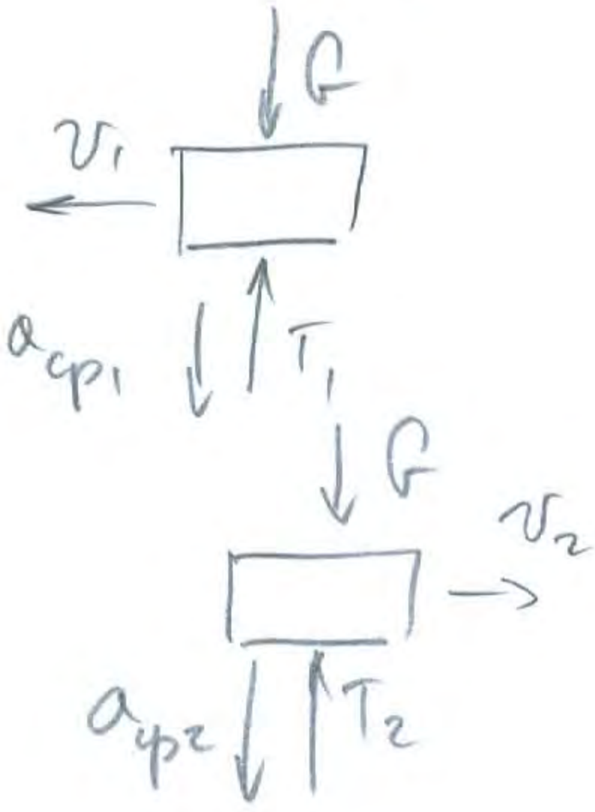
$\Delta s = v_a \int_0^{t_1} e^{-\frac{t}{\tau}} dt$

(15)



$\Delta v = 72 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s}$

$\omega = 2\pi \frac{1}{d}$



$v_1 = R\omega - \Delta v$ $\quad a_{cp1} = \frac{v_1^2}{R}$

$v_2 = R\omega + \Delta v$ $\quad a_{cp2} = \frac{v_2^2}{R}$

$F_{cp1} = G - T_1$ $\quad m a_{cp1} = G - T_1$

$F_{cp2} = G - T_2$ $\quad m a_{cp2} = G - T_2$

$$\boxed{T_2 - T_1 = m(a_{cp2} - a_{cp1})}$$

$$T_2 - T_1 = \frac{m}{R}\left[(R\omega + \Delta v)^2 - (R\omega - \Delta v)^2\right]$$

$$T_2 - T_1 = \frac{m}{\cancel{R}} 4 \cancel{R} \omega \Delta v$$

$$\boxed{T_2 - T_1 = 4 m \omega \Delta v}$$

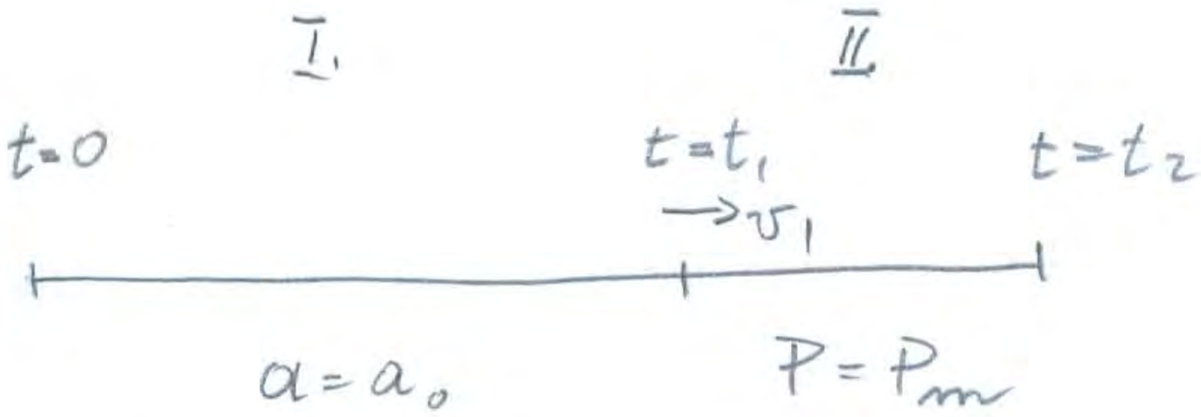
16.

$m = 500\,kg$

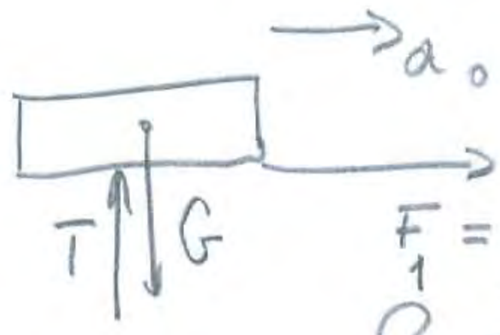
$P_m = 50\,kW$

$v_m = 100\,\frac{km}{h}$

$\mu_0 = 0{,}6$



I.



$$\left.\begin{aligned} F_1 &= \mu_0 T \\ G &= T \\ G &= mg \\ F &= m a_0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow a_0 = \mu_0 g$$

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= a_0 \cdot t_1 \\ P &= F_1 v_1 \\ v_1 &< v_m \end{aligned}\right\}$$

$$v_1 = \frac{P}{F_1}$$

$$v_1 = \frac{P}{\mu_0 m g}$$

$$t_1 = \frac{v_1}{a_0}$$

$$t_1 = \frac{P}{m \mu_0^2 g^2}$$

II.

$$\left.\begin{aligned} P &= F v \\ F &= m \dot{v} \end{aligned}\right\} \Rightarrow P = m v \dot{v}$$

$$P = \dot{T}$$

$$P(t_2 - t_1) = \frac{1}{2} m (v_m^2 - v_1^2)$$

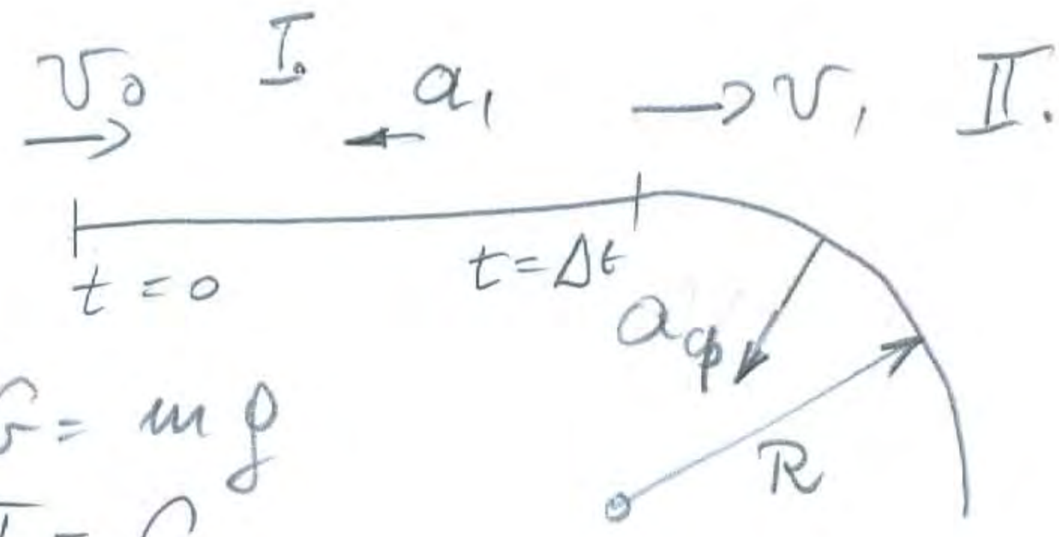
$$t_2 - t_1 = \frac{m}{2P}\left(v_m^2 - \frac{P^2}{\mu_0^2 m^2 g^2}\right)$$

17.

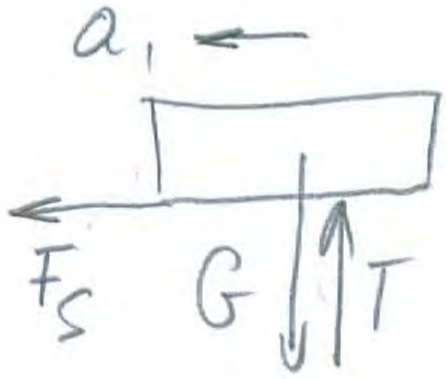
$v_0 = 90\ km/h$

$R = 20\ m$

$\Delta t = 1{,}6\ s$



I.



$G = mg$

$T = G$

$F_S = T\mu_0$

$F_S = mg\mu_0$

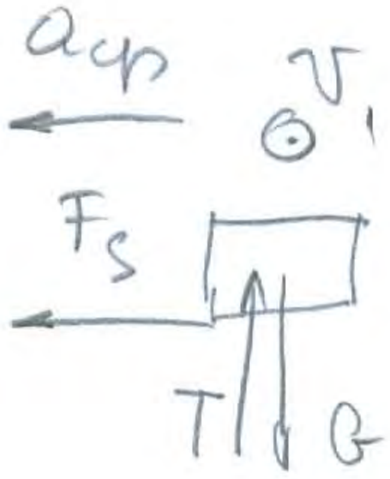
$F_S = ma_1$

$a_1 = \mu_0 g$

$v_1 = v_0 - a_1 \Delta t$

$v_1 = v_0 - \mu_0 g \Delta t$ (1)

II.



$$\left.\begin{aligned} F_S &= m a_{cp} \\ a_{cp} &= \frac{v_1^2}{R} \\ F_S &= \mu_0 m g \end{aligned}\right\}$$

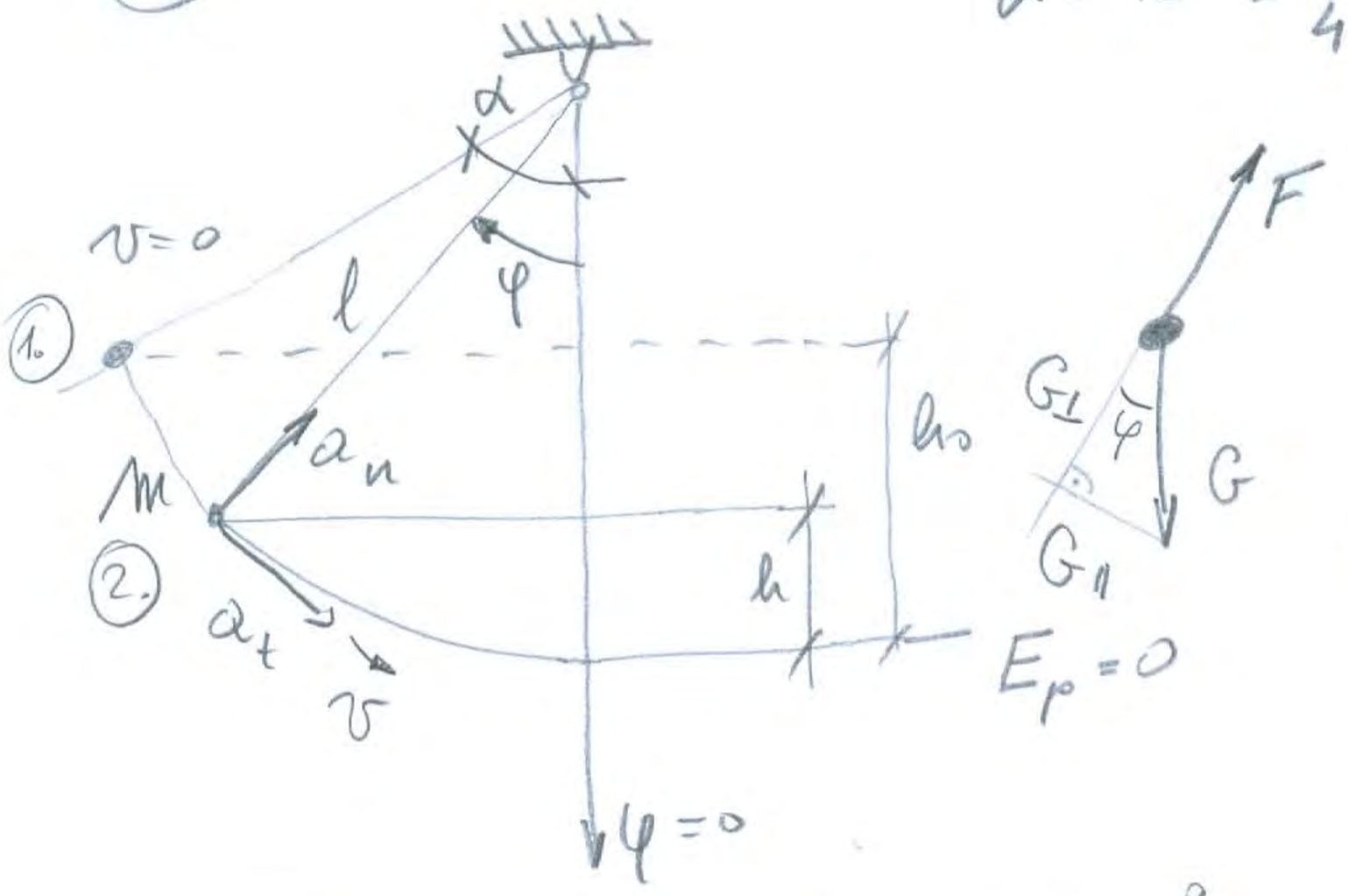
$\frac{v_1^2}{R} = \mu_0 g$ (2.)

(1.) és (2.) $\frac{(v_0 - \mu_0 g \Delta t)^2}{R} = \mu_0 g$

$g^2 \Delta t^2 \mu_0^2 - (R + 2 v_0 \Delta t) g \mu_0 + v_0^2 = 0$ $\left(\begin{aligned}\mu_0 &> 0 \\ \mu_0 &< 1\ !\end{aligned}\right)$

18.

$\alpha = 45° = \frac{\pi}{4}$



$G = mg$

$G_\parallel = G \sin\varphi$

$G_\perp = G \cos\varphi$

$m a_t = G_\parallel$

$a_t = g \sin\varphi$

$\Delta E_m = 0$

$E_{m0} = mgh_0$

$E_{m1} = \frac{1}{2} m v^2 + mgh$ $\Big\}$ $v^2 = 2g(h_0 - h)$

$a_\varphi = \frac{v^2}{l}$

$h_0 - h = l(\cos\varphi - \cos\alpha)$

$a_\varphi = 2g(\cos\varphi - \cos\alpha)$

$a^2 = a_t^2 + a_\varphi^2$

$a^2 = g^2(\sin^2\varphi + 4\cos^2\varphi - 8\cos\alpha\cos\varphi + \cos^2\alpha)$

$a = g\sqrt{f(\varphi)}$; $f(\varphi) = 3\cos^2\varphi - 8\cos\alpha\cos\varphi + 1 + \cos^2\alpha$

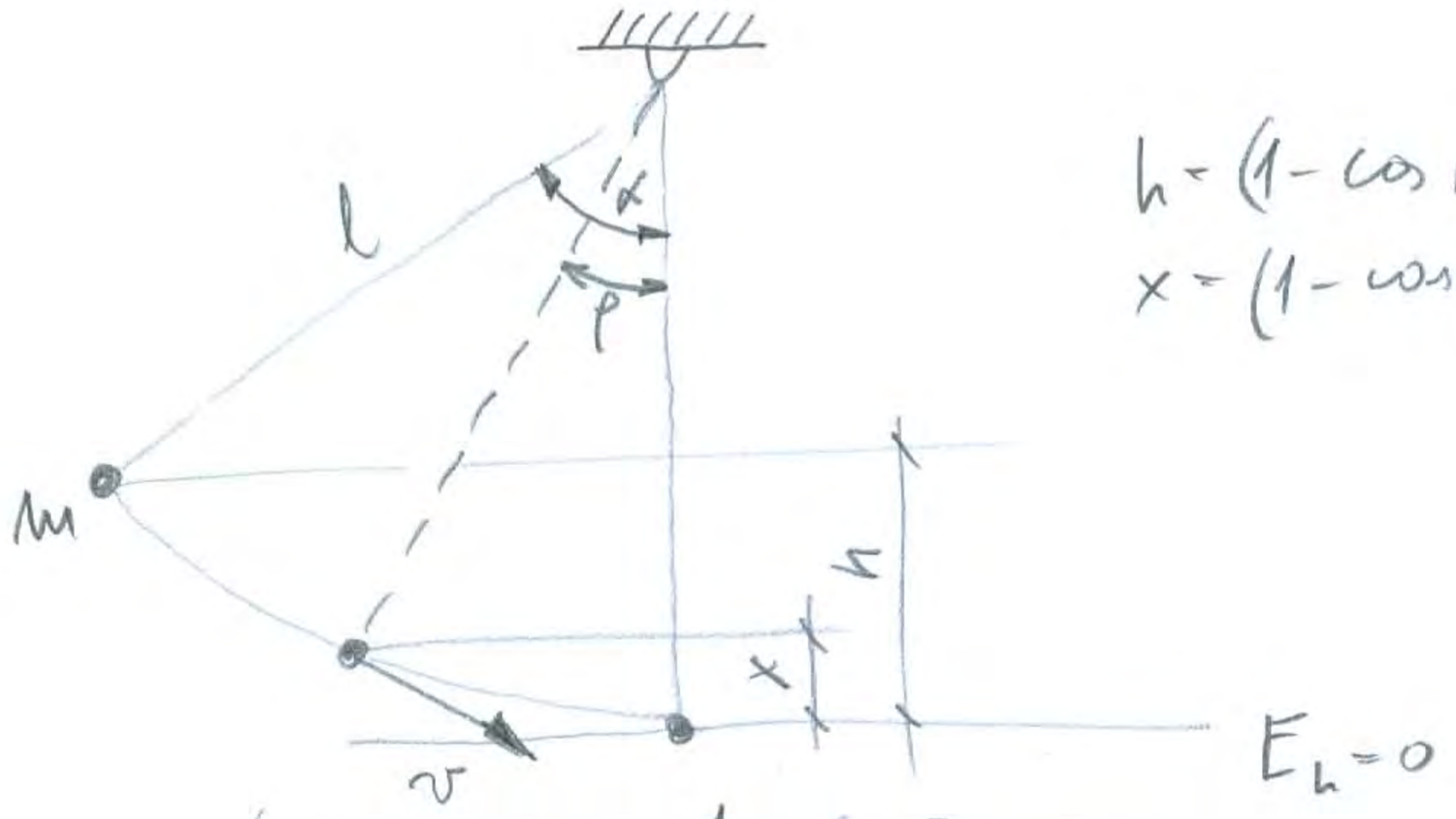
$\frac{df}{d\varphi}\Big|_{\varphi=\varphi_m} = 0$

$6\cos\varphi_m \sin\varphi_m = 8\cos\alpha \sin\varphi_m$

$\varphi_m \neq 0$

$\cos\varphi_m = \frac{8}{6}\cos\alpha$

19.

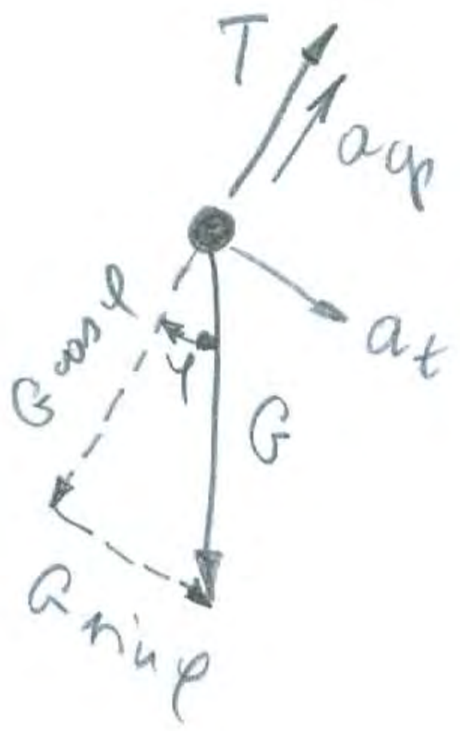


$h = (1-\cos\alpha)\,l$

$x = (1-\cos\varphi)\,l$

$$\cancel{m}gh - \cancel{m}gx - \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = 0$$

$$\boxed{2gl(\cos\varphi - \cos\alpha) = v^2}$$



$G = mg$; $\boxed{a_{\varphi} = \frac{v^2}{l}}$

$$\boxed{a_{\varphi} = 2g(\cos\varphi - \cos\alpha)}$$

$\cancel{m}a_t = \cancel{m}g\sin\varphi$ $\boxed{a_t = g\sin\varphi}$

$$\boxed{a^2 = a_t^2 + a_{\varphi}^2}$$

$$a^2 = g^2(\sin^2\varphi + 4\cos^2\varphi - 8\cos\varphi\cos\alpha + 4\cos^2\alpha)$$

$$\boxed{a^2 = g^2(1 + 4\cos^2\alpha - 8\cos\alpha\cos\varphi + 3\cos^2\varphi)}$$

$$f(\varphi) = 1 + 4\cos^2\alpha - 8\cos\alpha\cos\varphi + 3\cos^2\varphi$$

$$a = g\sqrt{f}$$

$$\frac{da}{d\varphi} = g\frac{1}{2\sqrt{f}}\frac{df}{d\varphi} \quad ; \quad \left.\frac{df}{d\varphi}\right|_{\varphi=\varphi_0} = 0$$

(20)

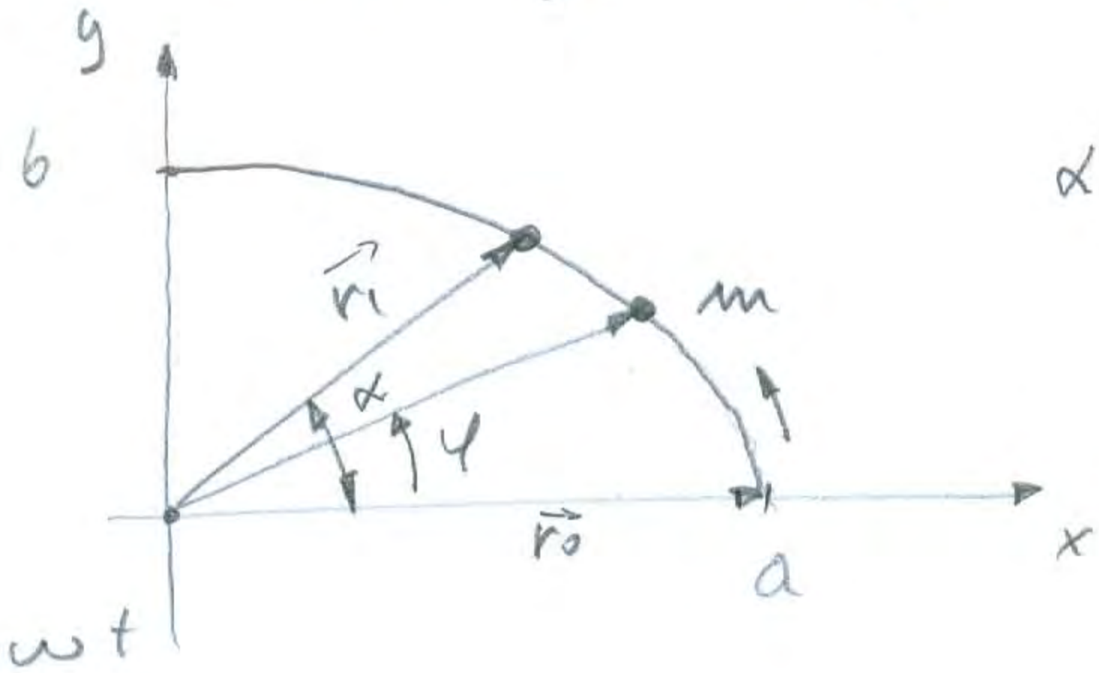
$t_0 = 0$

$t_1 = \frac{\pi}{4\omega}$

$x = a\cos\omega t$

$y = b\sin\omega t$

$$\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \right)$$



$\alpha = \frac{\pi}{4}$

$\varphi = \omega t$

$\ddot{x} = -a\omega^2\cos\omega t$

$\ddot{y} = -b\omega^2\sin\omega t$

$$\boxed{\begin{aligned} \ddot{x} &= -\omega^2 x \\ \ddot{y} &= -\omega^2 y \end{aligned}}$$

$F_x = -m\omega^2 x$

$F_y = -m\omega^2 y$

$$\boxed{\vec{F} = -D\vec{r}}$$

$$\boxed{P = \vec{F}\vec{v}}$$

$$\boxed{P = -D\vec{r}\cdot\dot{\vec{r}}}$$

$$P = -\frac{1}{2}D(r^2)^{\cdot}$$

$$\int_{t_0}^{t_1} P\,dt = W$$

$$\boxed{W = -\frac{1}{2}D(r_1^2 - r_0^2)}$$

Vizsgatételek a 2018/2019. tanév II. félévében az Á ltalános fizika I. c. tárgy (GEFIT00-1B tárgykód) esetén a gépész- és mechatronikai-mérnök BSc (G 1BG1-5; G 1MR) hallgatók részére

A)

1. A vonatkoztatási rendszer fogalma. A mozgás leírására használt fogalmak. Az anyagi pont kinematikája. A gyorsulás természetes koordinátái
2. Területi sebesség. A sebesség és a gyorsulás hengerkoordinátái
3. A tehetetlenségi axióma. Párkölcsönhatások. A tehetetlenség fogalma. A tömeg mérése. Az ekvivalencia elv. Az impulzusmegmaradás
4. Az erőaxióma. Erőtörvények, kezdeti feltételek. Az akció-reakció tétele. A szuperpozíciós elv
5. A teljesítmény- és a munkatétel. A konzervatív mező. A potenciális energia-.A mechanikai energiatétel
6. Perdülettétel. Centrális mező. Az általános tömegvonzás
7. A bolygók mozgása. A lehetséges pályagörbék egyenlete
8. Az elliptikus harmonikus oszcillátor
9. Csillapított lineáris szabad rezgés
10. Gerjesztett lineáris rezgés, rezonancia
11. Impulzustétel pontrendszerre. A tömegközépponti tétel. Perdülettétel pontrendszerre
12. Teljesítmény- és munkatétel pontrendszerre.
13. Az energiatétel pontrendszerre. A Van der Waals erő
14. Ütközések
15. Rakéták

B)

1. A belső energia fogalma. A kinetikus gázelmélet elemei. A nyomás mikrofizikai értelmezése. Az egyatomos gáz belső energiája
2. Állapotjelzők. A termikus egyensúly. Folyamatjelemzők. A hőtan I. főtétele. A kvázisztatikus térfogati munka
3. A Boltzmann-statisztika alapfogalmai. A statisztikus súly és a rendezetlenség. Az entrópia. A hőtan II. főtétele. A hőmérséklet fogalma
4. Zárt rendszer részecskéinek energia szerinti legvalószínűbb eloszlása.
5. A Boltzmann eloszlás. A Maxwell-féle sebességeloszlás
6. A Boltzmann eloszlás Az ekvipartíció tétele
7. Fundamentális egyenletek Az ideális gáz állapotegyenlete
8. A fajhő. Robert Mayer egyenlete. A politrop gáz belső energiája és entrópiája, a Poisson-egyenletek
9. A reális gázok Van der Waals féle állapotegyenlete. Kritikus állapotjelzők. Fázisátalakulások
10. Körfolyamatok. Az erőgépi ciklus termikus hatásfokának felső korlátja
11. A Carnot-körfolyamat. Hűtőgép és hőszivattyú
12. Kontinuumok. Euler-féle leírás. Gyorsulásmező. A kontinuitási egyenlet
13. Térfogaton és felületen eloszló erők. A fezsültségi tenzor
14. A kontinuum mozgásegyenletének általános alakja
15. A Pascal-fluidum, Euler és Bernoulli egyenlete

Minden vizsgázó egy-egy tételt kap az A), illetve a B) tételsorból. Az eredményes vizsga feltétele mind két kapott tétel legalább elégséges szintű kidolgozása.

Miskolc, 2019. február 01.

Dr. Macsuga János
egyetemi adjunktus

Vizsgaidőpontok:

2019. május 23
2019. május 30.
2019. május 31.
2019. június 06.
2019. június 13.
2019. június 20.
2019. június 27.

Az aláírás-szerzés és vizsgázás feltételei és körülményei a 2018/2019. tanév II. félévében az Általános fizika I. c. tárgy (GEFIT00-1B tárgykód) esetén a gépész- és mechatronikai-mérnök BSc (G 1BG1-5; G 1MR) hallgatók részére

A tárgy lezárásának módja: aláírás és kollokvium

A félév elismerésének (az aláírás megszerzésének) feltételei

A gyakorlatok látogatása kötelező. Az órai jelenlét jelenléti ív aláíratásával kerül ellenőrzésre. Négy vagy több alkalommal történő hiányzás esetén, a további feltételek teljesítésétől függetlenül, a hiányzás okára való tekintet nélkül, a szorgalmi időszakban a hallgató csak további feltételek teljesítése esetén kap aláírást. Ha a hiányzások száma bármely oknál fogva hat vagy több, az aláírás véglegesen megtagadásra kerül.

Minden hallgatónak, a félév során három alkalommal, előre meghatározott ütemterv alapján, a számolási gyakorlatokon, a gyakorlatvezető által előzőleg már bemutatott feladatok közül véletlenszerűen kiválasztott, egy-egy fel-adatot önállóan, írásban kell megoldania. A feladatmegoldásra 15 perc áll rendelkezésre. A gyakorlatvezető a fel-adatmegoldásokra „megfelelt", illetve „nem felelt meg" minősítést ad. Az aláírás szükséges feltétele a két feladat-megoldás „megfelelt" minősítése.

A félév során három meghirdetett időpontban, az aláírás megszerzéséhez a hallgató köteles az előadásokon készült sajátkezű, megfelelő terjedelmű jegyzet bemutatására. A sajátkezű jegyzet kézzel írott, a jegyzet minden lapján a bal felső sarokban kerüljön feltüntetésre az előadás dátuma. A jegyzet lapjai előadásonként egyes sorszámmal kezdődően a jobb felső sarokban sorszámozottak legyenek. A jegyzet előadásonként legalább négy oldal terje-delmű legyen és fedje le az előadáson elhangzottakat.

Pótlási lehetőségek a szorgalmi időszakban

Ha a hiányzások száma kevesebb, mint hat és a hallgató minden más feltételt teljesített, a gyakorlatvezető a hallgatót a szorgalmi időszak végén egy alkalommal megkísérelhető beszámoló zárthelyi megírására utasítja. E 30 perces zárthelyi anyagát a tárgyhoz használt feladatgyűjteményben szereplő példák alkotják. Amennyiben a zárthelyiben feladott legalább egy példa megoldása elvileg, numerikusan és grafikusan egyaránt helyes, a dolgozat minősítése „megfelelt", egyébként „nem felelt meg". „Megfelelt" minősítés esetén a hiányzások száma nem befo-lyásolja az aláírás megszerzését.

Azokat a hallgatókat, akiknek a feladatmegoldását a gyakorlatvezető elfogadhatatlannak ítéli, de hiányzásaik száma nem haladja meg a hármat, a gyakorlatvezető a szorgalmi időszak végén egy alkalommal megkísérelhető beszámoló zárthelyi megírására utasítja. E 30 perces zárthelyi anyagát a tárgyhoz használt feladatgyűjteményben szereplő példák alkotják. Amennyiben a zárthelyiben feladott legalább egy példa megoldása elvileg, numerikusan és grafikusan egyaránt helyes, a dolgozat minősítése „megfelelt", egyébként „nem felelt meg". „Megfelelt" minősítés esetén a beadott feladat minősítése az aláírás megszerzését nem befolyásolja.

A sajátkezű jegyzet meghirdetett évközi időpontbeli bemutatásának elmulasztását az időpontot követő egy naptári héten belül, a gyakorlatvezetővel történt egyeztetésnek megfelelő időpontban, pótolhatja a hallgató. A sajátkezű jegyzet előírt időbeni bemutatásának elmulasztása csak az előzőekben ismertetett módon pótolható.

A szorgalmi időszak végén azok a hallgatók kapnak aláírást, akik egyidejűleg teljesítik az alábbi feltételeket

1) a tárgy gyakorlati óráiról (bármilyen okból következően) legfeljebb három alkalommal hiányoztak, vagy – hatnál kevesebb hiányzás és sikeres órai szereplés esetén – a hiányzást pótlandó eredményes beszámoló zárthelyit írtak
2) a számolási gyakorlatokon elfogadhatóan szerepeltek, illetve hatnál kevesebb órai hiányzás mellett, nem megfelelő órai szereplés esetén sikeres beszámoló zárthelyit írtak.
3) sajátkezű, megfelelő formájú és terjedelmű jegyzetet mutattak be az előirt időpontokban, vagy határidőn belül pótolták a jegyzetbemutatási kötelezettségüket

A vizsgaidőszakban történő aláírás-pótlás feltételei

Azon hallgatók, akik az alább felsorolt feltételek valamelyikét teljesítik, a vizsgaidőszakban megkísérelhető beszámoló zárthelyi megírásával aláírást szerezhetnek. E 30 perces zárthelyi anyagát a tárgyhoz használt feladatgyűjteményben szereplő példák alkotják. Amennyiben a zárthelyiben feladott legalább egy példa megoldása elvileg, numerikusan és grafikusan egyaránt helyes, a dolgozat minősítése „megfelelt”, egyébként „nem felelt meg”. „Megfelelt” minősítés esetén a hallgató aláírást kap.

1. a tárgy gyakorlati óráiról (bármilyen okból kifolyólag) legfeljebb öt alkalommal hiányoztak a hiányzásuk pótlása a szorgalmi időszakban eredménytelen volt, de a beadott feladatuk megfelelt.
2. a tárgy gyakorlati óráiról (bármilyen okból kifolyólag) legfeljebb három alkalommal hiányoztak, de eredménytelenül adtak be feladatot és azt a szorgalmi időszakban nem tudták pótolni.

Azon hallgatók esetén, akik a fenti két feltétel egyikét sem teljesítik, vagy nem mutattak be sajátkezű előadási jegyzetet a tanszék az aláírás végleges megtagadását javasolja. Amennyiben a tanszék által javasolt végeleges aláírás megtagadás ellenére — valamely méltánylandó indokokra való tekintettel — a dékán vagy a rektor mégis engedélyezi a pótlást, az érintett hallgató a tárgy előadója és egy másik tanszéki oktató alkotta bizottság előtt szerezheti meg az aláírást a félév teljes anyagából tett sikeres írásbeli és szóbeli beszámolóval. Az írásbeli beszámoló: egy 30 perces „beszámoló zárthelyi”. A zárthelyi anyagát a tárgyhoz használt feladatgyűjteményben szereplő példák alkotják. Amennyiben a zárthelyiben feladott legalább egy példa megoldása elvileg, numerikusan és grafikusan egyaránt helyes, a dolgozat minősítése „megfelelt”, egyébként „nem felelt meg”. A szóbeli beszámoló során a hallgató két tételt kap a tárgyhoz kiadott vizsgatételek közül. A sikeres beszámolóhoz – a sikeres zárthelyin túl – a hallgatónak mindkét vizsgatételből elfogadhatóan kell szerepelnie.

A vizsga menete

A vizsga kollokvium. A hallgatók számára a szorgalmi időszak elején megismerhetővé tesszük a lehetséges vizsgatételek két csoportját, a tananyag felosztásához illeszkedően. Mind két tételcsoportból egy-egy véletlenszerűen kiválasztott tétel kidolgozása a vizsgafeladat.

A vizsga írásbeli és szóbeli. Előre ismert vizsgatételek két csoportban, a tananyag felosztásához illeszkedően. Mind két tételcsoportból egy-egy véletlenszerűen kiválasztott tétel kidolgozása a vizsgafeladat. A sikeres vizsgához mind két tétel külön-külön legalább elégséges szintű kidolgozása szükséges. Elégséges szintű a kidolgozás, ha tartalmazza a tételhez kapcsolódó alapvető fogalmak ismertetését az ehhez szükséges ábrákkal és matematikai összefüggésekkel.

Részletesen: a kidolgozás

1. ábrákat
2. fogalmak ismertetését
3. definíciókat
4. matematikai összefüggéseket
5. levezetéseket
6. diszkussziót

kell, hogy tartalmazzon. A részek külön-külön kerülnek értékelésre 1-tól 5-ig terjedő skálán. Ha két rész 1-es értékelést kap, akkor a tétel értékelése is 1-es, a dolgozat nem értékelhető, a vizsga elégtelen minősítést kap. Amennyiben a tétel értékelhető, a részértékek átlagolásra kerülnek. Ha az átlag egészrésze 1, akkor dolgozat nem értékelhető, a vizsga elégtelen minősítést kap. Egy értékelhető tételre maximum 5, minimum 2 egység kapható. Ha mindkét tétel legalább 2 egység értékű, akkor a két tétel egységeit átlagoljuk, majd vesszük az átlag egész részét. Amennyiben az egészrész kisebb, mint az átlag, akkor vesszük a tételek értékei közötti különbség abszolút értékét. Ha ez a különbség 2 vagy nagyobb, akkor a vizsga eredménye a tételek eredményéből képzett átlag egészrésze. Ha a különbség 1, vagy kisebb, akkor a vizsga eredménye a tételek eredményéből képzett átlag egészrésze eggyel növelve. A hallgatónak az írásbeli eredményének megfelelő jegy kerül megajánlásra. Amennyiben a hallgató ezt a jegyet nem tartja elfogadhatónak a vizsgát szóban folytathatja. A szóbeli vizsgarészben vizsgáztató az előadásokon elhangzott anyag részeire vonatkozó, az írásbeli tételek részét képező két vagy több kérdést tesz fel. A hallható a vizsgáztató által szóban feltett kérdésekre rövid gondolkodás után szóban és – táblán – írásban ad választ. A válaszok értékelése az írásbeli dolgozat értékelési módszerével azonos. Amennyiben a szóbeli vizsgarész eredménye elégtelen, a vizsga eredménye is elégtelen. Amennyiben a szóbeli vizsga legalább 2 egységre értékelt, akkor a szóbeli és az írásbeli vizsga eredményéből képzett átlag egészrészét képezzük. Amennyiben az egészrész kisebb, mint az átlag, akkor vesszük az írásbeli és a szóbeli értékei közötti különbség abszolút értékét. Ha ez a különbség 2 vagy nagyobb, akkor a vizsga eredménye a tételek eredményéből képzett átlag egészrésze. Ha a különbség 1, vagy kisebb, akkor a vizsga eredménye a tételek eredményéből képzett átlag egészrésze eggyel növelve.
Nem megengedett eszközök használata esetén a hallgató elégtelen érdemjegyet kap. Nem megengedett eszközök használata következtében elégtelenre minősített vizsga utána a hallgató a következő – pót – vizsgán az írásbeli utána a szóbelit tenni is köteles. Ebben az esetben a vizsga eredménye az előzőekben ismertetett módszerrel kerül meghatározásra.

Miskolc, 2019. február 01.

Dr. Macsuga János
egyetemi adjunktus