

# **Ütemterv az Automaták és Formális Nyelvek c. tárgyhoz**

(Programtervező informatikus alapszak 272-B, Villamosmérnöki mesterszak 385M, 385ML)

## **2019/2020 II. félév (3 óra előadás+1 óra gyakorlat)**

1.-2. A véges determinisztikus automata fogalma, szómonoid. Egy véges determinisztikus automata által elfogadott nyelv. Véges nondeterminisztikus automata. Egy véges nondeterminisztikus automatával ekvivalens véges determinisztikus automata.

3.-4. Kimenettel rendelkező véges automata. Moore automata. Nyelvek, nyelvosztályok. Reguláris nyelvek és reguláris kifejezések. Reguláris nyelvek és véges automata kapcsolata, Kleene tétele. Reguláris nyelvek zárttsági tulajdonságai.

5.-6. Véges determinisztikus automata minimalizálása, Myhill – Nerode tétele. Véges automata mint felismerő. Döntési algoritmusok véges automata esetén. Alkalmazások. Környezetfüggetlen nyelvtanok és nyelvek. Bal és jobboldali derivációk, derivációs fák.

7.-8. Veremautomata, nondeterminisztikus és determinisztikus veremautomata. Veremautomata és környezetfüggetlen nyelvtan ekvivalenciája. Környezetfüggetlen nyelvtan ekvivalens átalakításai. Bar-Hillel lemma. A környezetfüggetlen nyelvek zárttsági tulajdonságai. A programozási nyelvek szintaktikája.

9.-10. Turing gépek mint felismerő és átalakító- Rekurzíven felsorolható és rekurzív halmazok. Parciálisan rekurzív függvények. Eldönthetőség és kiszámíthatóság. Turing eredménye.

11. –12. Generatív nyelvtanok, nyelvtanok és nyelvek kapcsolata, környezetfüggő nyelvek. Chomsky hierarchia tétele. Szintaktikai elemzés és szintaktikus elemzők.

13.-14. LR(k) nyelvtanok fogalma. Tár és idő: a bonyolultságelmélet elemei. Polinomiális idejű algoritmusok. Alkalmazások.

## **Tantárgyi követelmények**

A tárgy lezárásának a módja: aláírás + vizsga.

A félév elismerésének (az aláírás megszerzésének) feltételei: 2 félévközi zárthelyi dolgozat legalább elégséges szinten való teljesítése (külön-külön). Amennyiben a hallgató mind a zárthelyikről, mind azok pótlásáról igazolatlanul hiányzik, az aláírás végleges megtagadását javaslom.

A zárthelyik időtartama 45 perc, időpontja a 7. és 12. hétre tervezett – a tanulókör kérésére 1 héttel eltolható. Az értékelés módja: az elégséges osztályzat eléréséhez legalább az összpontszám 50%-a szükséges. A sikertelen vagy meg nem írt zárthelyik pótlása a 13. héten vagy az összes érintett hallgató által kért héten történik, egyéb feltétele a pótlásnak nincs.

A vizsgák mind gyakorlati mind elméleti részt tartalmaznak. Az elégséges osztályzat megszerzéséhez az összpontszám legalább 45%-ának az elérése szükséges.

## **Javasolt irodalom**

1. Fülöp Zoltán, Formális nyelvek és szintaktikus elemzésük – Polygon Kiad. jegyzet 2001-2019.

2. Bach Iván, Formális Nyelvek, Typotex Kiad, Budapest, 2001.
3. J. E. Hopcroft, J. D. Ullman: Introduction to Automata Theory, Languages and Computation, Addison-Wesley, 1979.
4. Demetrovics-Denev\_pavlov, A számítástudomány matematikai alapjai, Nemzeti Tankönyvkiad. Budapest, 1999.

Dr. Radeleczki Sándor  
A tárgy jegyzője:

Miskolc, 2019. szeptember 09.

# Automaták és Formális nyelvek, I. Zárthelyi dolgozat

Név:..... Kód:.....

**1.** (a) Szerkesszen egy, az  $L = (0 + 1)^*00(0 + 1)^*$  nyelvet akceptáló NFA-t és DFA-t (2p+3p).

(b) Minimalizálja az (a) pontban kapott DFA-t. (2p)

(c) Milyen véges automatát nevezünk Moore automatának? Adja meg a fogalmat matematikai formában. (2p)

**2.** Adottak az

$L_1 = \{w \in (0 + 1)^* \mid w \text{ legalább két egymás melletti 1-et tartalmaz}\},$

$L_2 = \{w \in (0 + 1)^* \mid w \text{ páratlan hosszúságú}\}$  és az

$L_3 = \{0^n12^{n-1} \mid n \geq 1\}$  nyelvek.

(a) Igazolja, hogy  $L_1$  és  $L_2$  reguláris nyelv,  $L_3$  pedig nem az. (1p+2p+2p)

(b) Igazolja, hogy  $L_1 \cdot L_2$  és  $L_2 \setminus L_3$  reguláris nyelv. (1p+1p)

**3.** (a) Melyek a reguláris nyelvek zártsági tulajdonságai? (2p)

(b) Igazolja, hogy ha  $L$  véges szó kivételével minden bináris szót tartalmaz, akkor reguláris nyelv. (2p)

**4.** Adott az  $s : (0 + 1)^* \rightarrow \text{reg}(a + b)$ ,  $s(0) = a^*$ ,  $s(1) = b$  behelyettesítés.

(a) Számítsa ki az  $L = 11(0 + 1)^*$  nyelv  $s$ -re vonatkozó képét. (2p)

(b) Milyen nyelvet kapunk és miért? (1p)

# Automaták és Formális nyelvek, II. Zárthelyi dolgozat

Név:..... Kód:.....

**1.** Adottak az

$$\begin{aligned} L_1 &= \{w \in (0+1)^* \mid w \text{ páros számú } 0\text{-t és } 1\text{-est tartalmaz}\}, \\ L_2 &= \{0^n 1^n \mid n \geq 1\} \cup \{00\}, \\ L_3 &= \{ww^R \mid w \in (0+1)^*\} \text{ nyelvek.} \end{aligned}$$

- (a) Igazolja, hogy  $L_1$ ,  $L_2$  és  $L_3$  környezetfüggetlen nyelvek. (2p+2p+2p)  
(b) Igazolja, hogy  $L_1 \cup L_2$  és  $L_3 \setminus L_1$  környezetfüggetlen. (1p+2p)

**2.** Adott az alábbi környezetfüggetlen nyelvtan:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow bA \mid aB \mid SC \mid DE \\ A &\rightarrow bAA \mid aS \mid a \mid AC \mid AE \\ B &\rightarrow aBB \mid bS \mid G \mid bC \mid b \\ C &\rightarrow aC, G \rightarrow b, D \rightarrow bb, F \rightarrow cb \end{aligned}$$

- (a) Kiszöböljük ki a nyelvtanból a felesleges szimbólumokat és a láncszabályokat (2p)  
(b) Az így egyszerűsített nyelvtan segítségével állítsuk elő a  $w = babaab$  szót, majd adjuk meg az előállítás derivációs fáját. (2p+2p)  
(c) Milyen alakban kaptuk meg az (a) pontban egyszerűsített nyelvtant? (1p)  
Írjuk fel ezt az egyszerűsített nyelvtant Chomsky-féle normálalakban. (2p)

**3.** Adott a következő veremautomata:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \{B, R\}, \delta, q_0, R, \emptyset), \text{ ahol} \\ \delta(q_0, 0, R) &= \delta(q_0, 1, R) = \delta(q_1, 1, R) = (q_1, BR), \\ \delta(q_0, 0, B) &= \delta(q_2, 0, B) = \delta(q_2, 1, B) = (q_2, \varepsilon), \\ \delta(q_1, 0, B) &= \delta(q_1, 1, B) = \{(q_1, BB), (q_2, \varepsilon)\}, \\ \delta(q_1, \varepsilon, R) &= \delta(q_2, \varepsilon, R) = (q_2, \varepsilon). \end{aligned}$$

- (a) Determinisztikus-e  $\mathbf{M}$ ? (Állítását indokolja.) (1p)  
(b) Akceptálja-e a  $w = 1001$  szót? - a tranzíciós fa felvázolásával adjon folyamatos leírást. (3p)

- 4.** (a) Találjon olyan zártsági tulajdonságot (tulajdonságokat) amely reguláris nyelvekre teljesül de környezetfüggetlen nyelvekre általában nem. (1p)  
(b) Milyen automatákkal származtathatók a programozási nyelvek? (1p)

# Automaták és Formális nyelvek, Vizsgázárthelyi dolgozat (2019.)

Név:..... Kód:.....

**1.**(a) Szerkesszen egy, az  $L = (0 + 1)11(0 + 1)^*$  nyelvet akceptáló NFA -t és DFA -t (2p+2p). (b) Minimalizálja az így kapott det. automatát. (2p)

**2.** Adottak az

$$\begin{aligned} L_1 &= \{w \in (0 + 1)^* \mid w \text{ legalább három egymás melletti } 0\text{-t tartalmaz}\}, \\ L_2 &= \{w \in (0 + 1)^* \mid w \text{ páros számú } 0\text{-t és páros számú } 1\text{-est tartalmaz}\}, \\ L_3 &= \{1^n 2^n \mid n \geq 1\} \text{ nyelvek.} \end{aligned}$$

(a) Igazolja, hogy  $L_1$  és  $L_2$  reguláris nyelv,  $L_3$  pedig környezetfüggetlen. (1p+2p+1p)

(b) Igazolja, hogy  $L_1 \setminus L_2$  reguláris és  $L_3 \cdot \overline{L_1}$  környezetfüggetlen nyelv. (1p+2p)

**3.** Adott az alábbi környezetfüggetlen nyelvtan:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow bA \mid aB \mid SC \mid DF & A &\rightarrow bAA \mid aS \mid a \mid AC \\ B &\rightarrow aBB \mid bS \mid b & C &\rightarrow Ca, \quad E \rightarrow bb, \quad F \rightarrow cb \end{aligned}$$

(a) Kiszöböljük ki a nyelvtanból a felesleges szimbólumokat. (2p)

(b) Az így egyszerűsített nyelvtan segítségével állítsuk elő a  $w = bbaaba$  szót, majd adjuk meg az előállítás derivációs fáját. (3p+2p)

(c) Írjuk fel az egyszerűsített nyelvtant Chomsky-féle normálalakban. (2p)

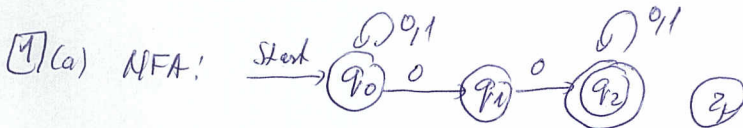
**4.** Adott az  $M = (Q, \{0, 1\}, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$ , Turing gép, ahol  $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, \mathbf{q}_4\}$ ,  $\Gamma = \{0, 1, X, Y, B\}$ ,  $F = \{\mathbf{q}_4\}$  és  $\delta$  az alábbi:

| $\delta$       | 0             | 1             | X             | Y             | B             |
|----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $q_0$          | $(q_1, X, R)$ | $(q_0, Y, L)$ | —             | $(q_3, Y, R)$ | —             |
| $q_1$          | $(q_1, 0, R)$ | $(q_2, Y, L)$ | —             | $(q_1, Y, R)$ | —             |
| $q_2$          | $(q_1, X, R)$ | —             | $(q_0, X, R)$ | $(q_2, Y, L)$ | —             |
| $q_3$          | —             | —             | —             | $(q_3, Y, R)$ | $(q_4, B, R)$ |
| $\mathbf{q}_4$ | —             | —             | —             | —             | —             |

Akceptálja-e a  $M$  gép a  $w = 0011$  szót? - Adjon folyamatos leírást. (4p)

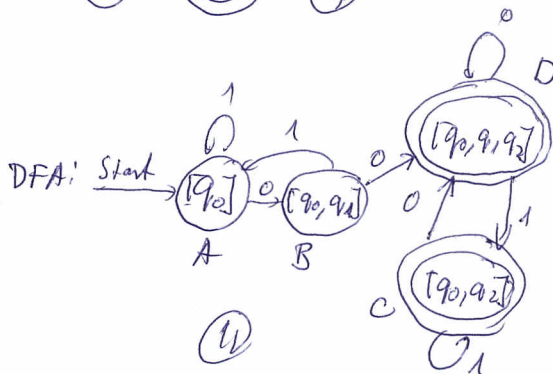
**5.** (a) A korlátos Turing gép, valamint az általa elfogadott nyelvosztály leírása. (3p)

(b) A reguláris nyelvek milyen zártsági tulajdonságait ismeri? (2p)



| $\delta^1$        | 0                 | 1            |
|-------------------|-------------------|--------------|
| $[q_0]$           | $[q_0, q_1]$      | $[q_0]$      |
| $[q_0, q_1]$      | $[q_0, q_1, q_2]$ | $[q_0]$      |
| $[q_0, q_1, q_2]$ | $[q_0, q_1, q_2]$ | $[q_0, q_2]$ |
| $[q_0, q_2]$      | $[q_0, q_1, q_2]$ | $[q_0, q_2]$ |

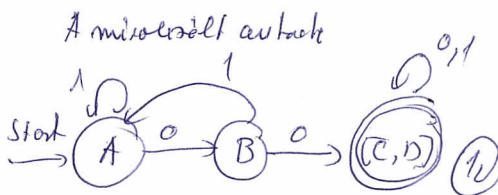
(2)



(b)

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| A |   |   |   |
| B | x |   |   |
| C | x | x |   |
| D | x | x | x |
| A | B | C | D |

$C \equiv D$  (1)



c) Definiciát  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, \Delta, \lambda)$  ahol  $Q, \Sigma, \dots$  jelölése...

2(a)  $L_1 = (0+1)^* 11 (0+1)^*$  - reg. kifejezés  $\Rightarrow L_1$  reg. nyelv. (1)

$\bar{L}_2 = \{w \in (0+1)^* \mid w \text{ páros } \} = (00+01+10+11)^*$  - reg. kifejezés  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \bar{L}_2$  reg. nyelv (1)  $L_2 = \overline{\bar{L}_2}$  reg. nyelv. (1)

Teljesítmény a  $L_1: (0+1+2)^n \rightarrow (0+1)^*$   $h(0)=0, h(1)=h(2)=1$

hasonlóan  $h(L_3) = \{0^q 1^r \mid n \geq 1\} = \{0^q 1^r \mid n \geq 1\}$  (1)

Ha  $L_3$  is reg. nyelv lenne akkor  $\{0^q 1^r \mid n \geq 1\}$  is reg. nyelv lenne, de tudjuk hogy nem az. Így  $L_3$  nem reg. nyelv. (1)

b)  $L_1$  reg. nyelv  $\Rightarrow L_1 \cap L_2$  is reg. nyelv (1)

$L_2 \setminus L_3 = L_2$  mert  $L_3$  -ban csak páros hosszúságú szavak vannak.

Így  $L_2 \setminus L_3$  reg. nyelv. (1)

(3) (b)  $\bar{L} = \{w_1, w_2, \dots, w_n\} = \{w_1\} \cup \{w_2\} \cup \dots \cup \{w_n\}$  - reg. gdw. (1p)

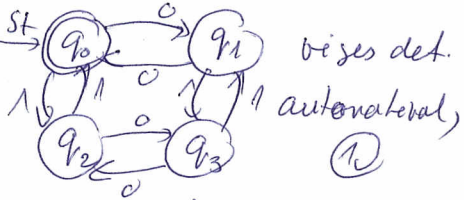
Für  $L = \bar{L}$  ist reg. gdw. (1p)

(4) (a)  $S(L) = S[11(0+1)^*] = S(1)S(1)(S(0)+S(1))^* =$  (1p)  
 $= bb(a^*+b)^* = b^2(a+b)^*$  (1p)

(b) Mit  $L = 11(0+1)^*$  reg. gdw., da  $S$  beliebigenteilsel  
bezieht  $S(L)$  lpe ist reg. gdw. (1p)

(1)(a)  $L_1$  előállítható a  $\rightarrow^*$  vizsg. det.

T:



(1)

érték  $L_1$  reg. nyel.  $\Rightarrow L_1$  & független nyelv. (1)

A  $10^{14} | n \geq 14$  nyelv előállítható az  $S \rightarrow 0S1/01$  & független nyelvtannal, is & független (1) 100k-on reg. nyelv, is & független is.  $L_2$  mint két & független nyelv uniója & független. (1)

$L_3$  előállítható az  $S \rightarrow 0S0/1S1/\epsilon$  & független nyelvtannal, ért.  $L_3$  & független. (2)

(b)  $L_1 \cup L_2$  mint két & független nyelv uniója & független (1)

$L_1$  reg. nyelv, ért.  $\bar{L}_1$  is reg. nyelv. (1) Mivel  $L_3$  & független,

ért.  $L_3 \setminus L_1 = L_3 \cap \bar{L}_1$  is on & független nyelv (1)

(2)(a) Első lépés (1)

$S \rightarrow bA/aB$

$A \rightarrow bAA/0S/a$

$B \rightarrow aBB/bS/bG$

$G \rightarrow B, D \rightarrow bb \rightarrow b$

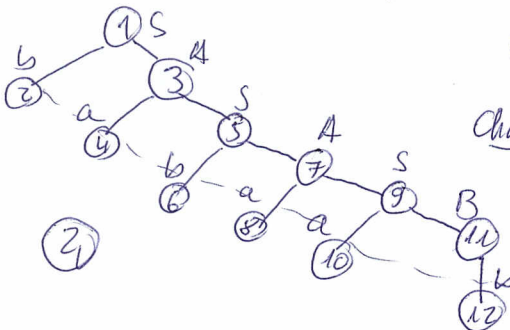
Második lépés (1)

$S \rightarrow bA/aB$

$A \rightarrow bAA/aS/a$

$B \rightarrow aBB/bS/b$

(b)  $S \rightarrow bA \rightarrow baS \rightarrow babA \rightarrow babaS \rightarrow babaB \rightarrow babaaab = w$  (2)



(c) Greibach feltevése nem látható adott.

Char. sz.:  $S \rightarrow C_a A / C_b B$

$A \rightarrow C_b D_a / C_a S / a$

$B \rightarrow C_a D_b / C_b S / b$  (2)

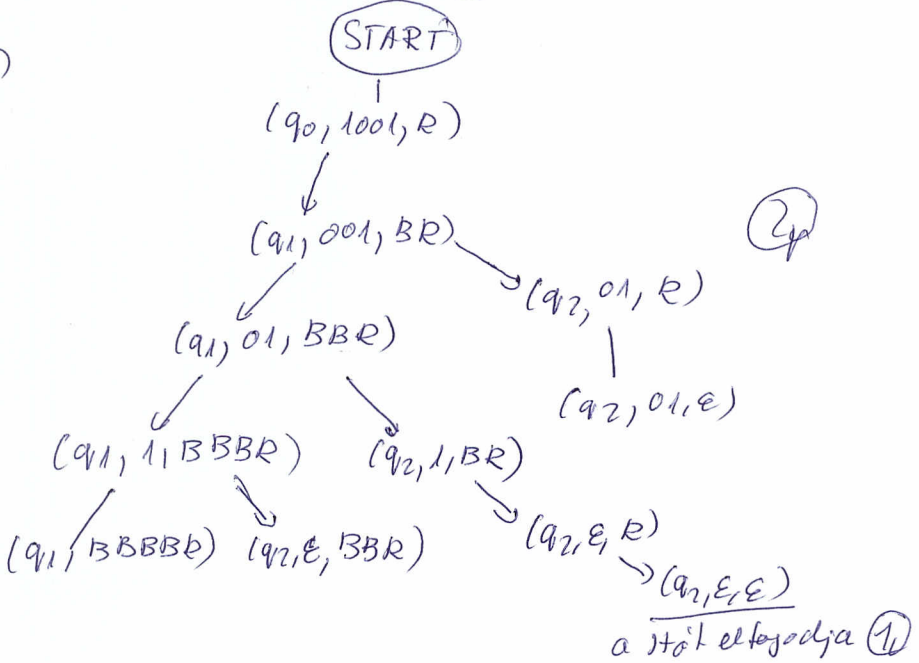
$C_a \rightarrow a, C_b \rightarrow b$

$D_A \rightarrow AA, D_B \rightarrow BB$



3(a) M non determinisztikus mert példának látként többes lehet az utóizest. (1)

(b)

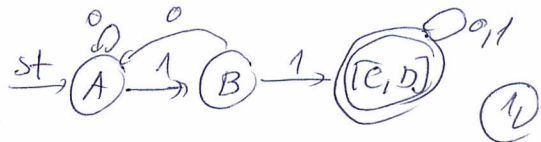
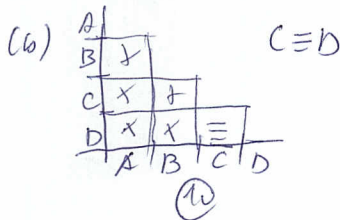
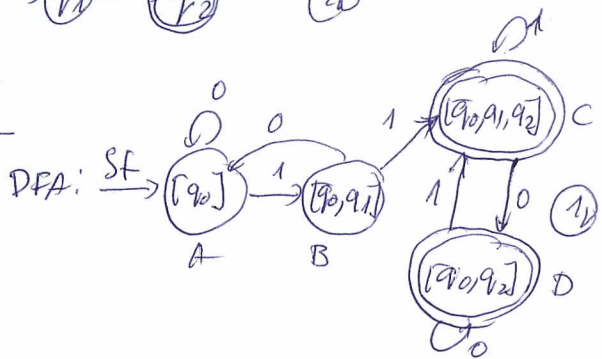


4(a) Reguleris nyelv nemete reguleris, de b. füzeten nyelv nemete általában nem b. füzeten. (1)

(b) Determinisztikus berencatadálal nyertelöl.

②a

④



$L_2$  elöltekintés a  $\Pi$  rögzítésbe merőleges  $T$  vektorral autotekintés, ezért  
 $L_2$  veg. nyel.  $(2)$   
 $L_3$  oldaltekintés az  $S \rightarrow 152/12$  s. f. síkba tekintés, ezért  
 2-féleképp nyel.  $(1)$

(b)  $L_1 \setminus L_2 = L_1 \cap \overline{L_2}$  also regulär.  $L_1$  regulär  $\Rightarrow \overline{L_1}$  regulär  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow \overline{L_1}$  &-fürsethen  $\cup$  (10)  $L_3 \cap \overline{L_1}$  &-függelien  $\Rightarrow$  nach  
 &-függelienes  $\Rightarrow$   $\overline{L_1} \cap L_3$  (10)

3) (a) Floot cipher  
 $S \rightarrow bA/aB$      $A \rightarrow bAA/a/a$   
 $B \rightarrow aBB/bS/b$      $E \rightarrow bb$ ,  $F \rightarrow cb$

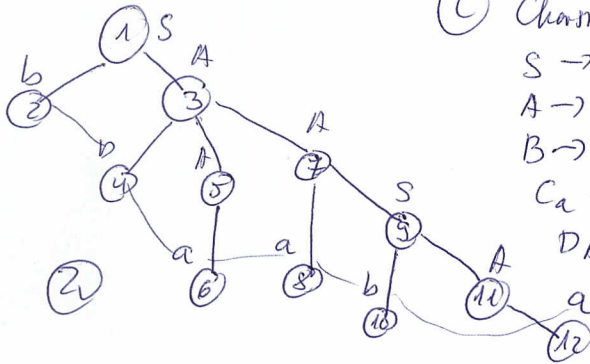
Mendel's experiment

$S \rightarrow bA/aB$   
 $A \rightarrow bAA/aS/a$   
 $B \rightarrow aBB/bS/b$  (1)

(19)  $S \rightarrow bA \rightarrow bbAA \rightarrow bbaA \rightarrow bbaqaS \rightarrow bbaea bA \rightarrow bbaea ba = w$

(20)

Derivációk



(C) Chomsky féle normalizálás  
 $S \rightarrow CbA / CaB$   
 $A \rightarrow CbDA / CaS / a$  (2)  
 $B \rightarrow CaDB / CbS / b$   
 $Ca \rightarrow a, Cb \rightarrow b$   
 $DA \rightarrow AA, DB \rightarrow BB$

(4)  $q_0 0011 \vdash x q_1 011 \vdash x 0 q_1 11 \vdash x q_2 0Y1 \vdash$   
 $\vdash xx q_1 Y1 \vdash xx Y q_1 1 \vdash xx q_2 YY \vdash$   
 $\vdash x q_2 xYY \vdash xx q_0 YY \vdash xx Y q_3 Y \vdash$  (3)  
 $\vdash xx YY q_3 \vdash xx YY B q_4 \vdash STOP$   
 aceptábi állapot: a szót elfogadja (1)

(5)(a) A Kálós Turing gépés a 1-típusú ydeleket fogadja el. Erel---