

## Ütemterv

a **Műszaki áramlástan** c. tárgyhoz (GEAHT321-B)  
energetikai mérnöki, ipari termék- és formatervező mérnöki, gépészmérnöki, járműmérnöki  
alapképzési szakos levelező hallgatók részére  
2019/2020. tanév I. félév

1. hét: Folyadékok és gázok tulajdonságai: összenyomhatatlan és összenyomható folyadék, ideális folyadék, ideális gáz, viszkozitás. Felületi feszültség, kapillaritás.
2. hét: A nyomás skaláris voltának igazolása. A hidrosztatika alapegyenlete. Nyomáseloszlás nyugvó folyadékban, hidrosztatikai paradoxon.
3. hét: Közlekedőedények, vízállásmutató, manométerek, barométer. Az atmoszféra nyomáseloszlása. Sík felületre ható erő meghatározása.
4. hét: Görbült felületre ható erő meghatározása. Folyadékok kinematikája: Lagrange-féle és Euler-féle leírás mód, áramvonal, nyomvonal és pályavonal, áramfelület, áramcső.
5. hét: Tömegmegmaradás áramcsőre stacionárius áramlás esetén. Egy-dimenziós mozgásegyenlet az áramvonal mentén, Bernoulli egyenlet.
6. hét: Energiadiagram. A Bernoulli egyenlet alkalmazásai: Venturi cső alkalmazása és kalibrálása. Mérőperem, mérőtorok, Prandtl cső. Kifolyás nagyméretű nyitott és zárt tartályból, kvázi-stacionárius kifolyás véges méretű tartályból, sugárkontrakció.
7. hét: Kifolyás változó keresztmetszetű tartályból. Kiáramlás nagy keresztmetszetű nyíláson. Téglalap keresztmetszetű bukógát. Impulzus tétel. Az impulzus tétel alkalmazásai: könyökcsőre ható impulzuserő, elterelő lemezre ható erő.
8. hét: Energiaegyenlet, áttolási munka. Alkalmazás gőzturbinára. Energiaegyenlet stacionárius csőáramlásra. Alkalmazás szivattyút és vízturbinát tartalmazó rendszerre.
9. hét: Osborne REYNOLDS kísérletei. Csősúrlódási tényező számítása lamináris és turbulens áramlás esetén; sima, átmeneti és érdes falú cső. Moody diagram. Nyomásesés és teljesítményvesztés vízszintes állandó keresztmetszetű csőben. A csősúrlódási tényező kísérleti meghatározása.
10. hét: A csőidomok és a szerelvények hidraulikai ellenállása. Összetett csővezeték jelleggörbéje. Az esés, mint fajlagos energiavesztés bemutatása. Áramlás nem kör keresztmetszetű csatornában. Hidraulikai átmérő és hidraulikai sugár. Chézy-féle formula.
11. hét: Súrlódásos áramlásba helyezett áramvonalas és tompa testekre ható erők. Felhajtóerő-tényező, ellenállás-tényező. Körhenger körüli kis Reynolds számú áramlások ikerörvényei, Kármán-féle örvénysor. Körhenger és gömb ellenállás-tényezője a Reynolds szám függvényében.
12. hét: ZH

13. hét: Körhengerről leváló örvények leválási frekvenciája, Strouhal szám. Testek alakellenállása. Példák testekre ható ellenállás meghatározására.

14. hét: Gömb esése folyadékban. A határsebesség meghatározása. Gömb emelkedése folyadékban. A határsebesség meghatározása. PótZH (nem az előadás időpontjában).

### Tantárgyi követelmények

1. A tárgy lezárásának módja: aláírás + vizsga.
2. Az aláírás megszerzésének feltételei: Részvétel az előadásokon és gyakorlatokon és az egy félévközi zárthelyi legalább elégséges (50%-os) szinten való teljesítése. A zárthelyi időtartama 80 perc, időpontja a szorgalmi időszak 12. hetére tervezett. A zárthelyi dolgozat értékelésének módja: 0-49%: elégtelen, 50%-tól megszerezte a hallgató az aláírást.
3. A sikertelen vagy meg nem írt zárthelyi pótlása a 14. héten történik.
4. Aki igazolatlanul távol marad mind a zárthelyiről, mind a pótzárthelyiről, végleges aláírás megtagadást kap.
5. A zárthelyi és pótzárthelyin aláírást nem szerzett hallgatók két alkalommal aláíráspótló zárthelyin vehetnek részt. Az aláírás megszerzéséhez az érintett hallgatónak az aláíráspótló zárthelyik valamelyikén szintén legalább a elérhető maximális pontszám 50%-át kell elérnie.
6. Az **írásbeli vizsgán** (elegendően nagy létszám esetén) a hallgatók 80 perces zárthelyit írnak, ahol az év közben elhangzott anyag elméleti kérdéseit, illetve azok gyakorlati alkalmazását (de számértékek nélkül) kérjük számon. Az elért pontszám alapján jegyet ajánlunk meg. Az értékelés módja: 0-49%: elégtelen, 50-59%: elégséges, 60-69%: közepes, 70-79%: jó, 80-100%: jeles. A jeles osztályzatot csak szóbeli megerősítéssel lehet szerezni.
7. A **szóbeli vizsgán** (kis létszám esetén) 2 tételt húz a hallgató; egyet a tételek első feléből és egy másikat a második feléből. Egy mellékfeltétel az, hogy a két húzott tétel sorszámja legalább 7-el különbözzék egymástól. Ilyenkor a hallgatók 20-30 perces felkészülési időt kapnak, majd szóban is elmondják a leírt anyag azon részét, amelyet a vizsgáztató kér. Ezen kívül a vizsgáztató még néhány olyan elemi kérdést is feltehet, amely nem kapcsolódik szorosan a két húzott tétel olyan témájához.

### Ajánlott irodalom

1. Czibere Tibor: Áramlástan. Kézirat. Tankönyvkiadó, Budapest, 1985
2. Baranyi László, Kalmár László: Áramlástan példatár. Kézirat. Tankönyvkiadó, Budapest, 1990.
3. Bohl, W.: Műszaki áramlástan. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1983.
4. Lajos T.: Az áramlástan alapjai. Műegyetemi Kiadó, Budapest, 1997.
5. White, F.M.: Fluid Mechanics. 4th Edition, McGraw-Hill, Boston, 1999.
6. Streeter, V.L., Wylie, E.B.: Fluid Mechanics. McGraw-Hill, Auckland, 1987.

**Zárthelyi dolgozat a Műszaki áramlásban (GEAHT321-B) c. tárgyból (MINTA!!!)**

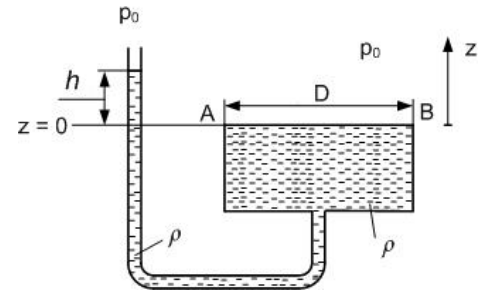
|                   |            |            |            |             |          |
|-------------------|------------|------------|------------|-------------|----------|
| Név:              |            |            |            | Neptun kód: |          |
|                   | 1. feladat | 2. feladat | 3. feladat | 4. feladat  | $\Sigma$ |
| Elérhető pontszám | 15         | 15         | 20         | 20          | 70       |
| Elért pontszám    |            |            |            |             |          |

A zárthelyi időtartama: 80 perc.

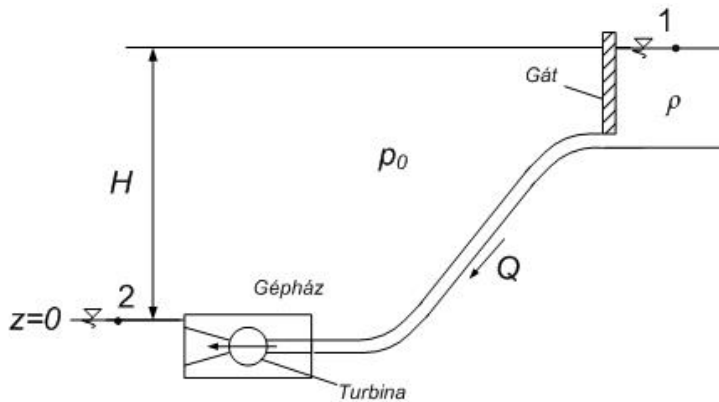
A megfelelő minősítéshez szükséges: **28** pont.

**1. feladat:** Mekkora a zárt tartály  $D$  átmérője, ha az  $AB$  fedőlapjára  $F_{AB} = 10 \text{ kN}$  eredő erő hat?

Adatok:  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ ;  $h = 0,6 \text{ m}$ ;  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .



**2. feladat:**



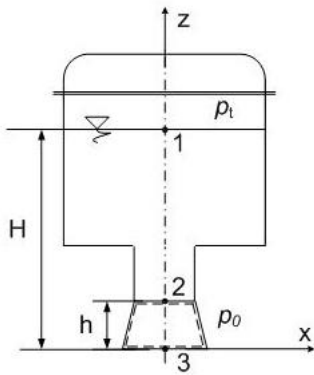
Az ábrán vázolt vízerőmű turbinájának víznyelése  $Q = 540000 \text{ m}^3/\text{h}$ . A csővezetékben fellépő teljes fajlagos energiavesztés  $h' = Y'/g = 15 \text{ m}$ . Határozza meg a turbinában fellépő veszteségek elhanyagolásával a turbina  $P_t$  tengelyteljesítményét! A légköri nyomás változásától eltekintünk.

Adatok:

$$H = 500 \text{ m}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3,$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2, \quad p_0 = 1,0 \text{ bar}.$$

**3. feladat:**



Egy nagyméretűnek tekinthető zárt tartályból egy függőleges tengelyű kúpos kialakítású diffúzoron keresztül áramlik a  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű súrlódásmentes folyadék a  $p_0$  nyomású környezetbe. A diffúzor beömlő keresztmetszete  $A_2 = 0,04 \text{ m}^2$ , a diffúzor kiömlő keresztmetszete pedig ennek a 1,4-szerese. A diffúzor  $h = 1 \text{ m}$  hosszúságú, a kiömlő keresztmetszete  $H = 6 \text{ m}$  távolságban van a folyadékfelszín alatt. A tartályban a folyadék feletti légpárna nyomása  $p_t = 1,2 \text{ bar}$ .

Mekkora és milyen irányú erő hat a diffúzorra? A diffúzor önsúlyát és a diffúzorban lévő folyadék súlyától eltekintünk! ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ )

**4. feladat:** Egy nagyméretű nyitott tartályból egy konfúzorban végződő csővezetéken keresztül a szabadba ömlik a  $\rho$  sűrűségű folyadék.

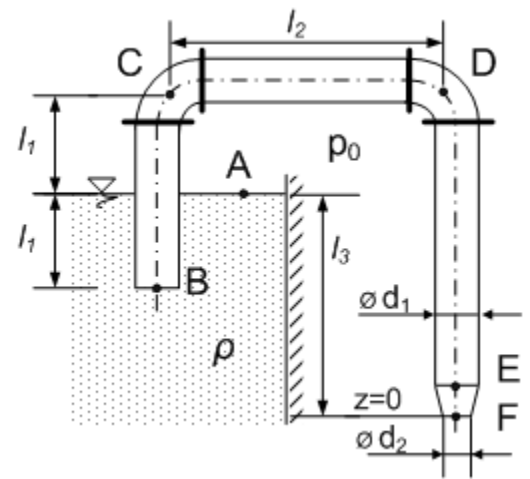
- Mekkora a csővezetéken időegység alatt átáramló folyadék mennyisége?
- Az áramlási veszteségektől eltekintve rajzolja meg az energiadiagramot a **számszerű értékek** feltüntetésével!

Adatok:

$$p_0 = 0,1 \text{ MPa}, \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$d_1 = 60 \text{ mm}, d_2 = 40,13 \text{ mm}$$

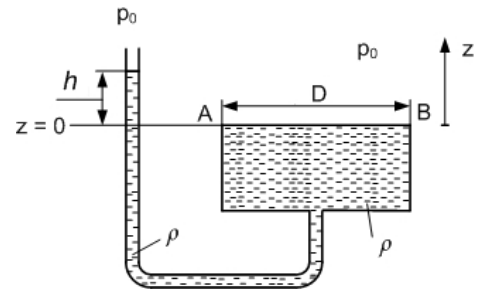
$$l_1 = 2 \text{ m}, l_2 = 6 \text{ m}, l_3 = 4 \text{ m}, l_{EF} = 0,5 \text{ m}$$



**Zárthelyi dolgozat megoldása a Műszaki áramlásban (GEAHT321-B) c. tárgyból (MINTA)**

**1. feladat:** Mekkora a zárt tartály  $D$  átmérője, ha az  $AB$  fedőlapjára  $F_{AB} = 10$  kN eredő erő hat?

Adatok:  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ ;  $h = 0,6 \text{ m}$ ;  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .



Adatok:

$$\rho := 900 \text{ kg/m}^3 \quad F := 10000 \text{ N} \quad g := 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$h := 0.6 \text{ m} \quad p_0 := 10^5 \text{ Pa}$$

A fedolpra ható ero:  $F = (p_F - p_0)A$

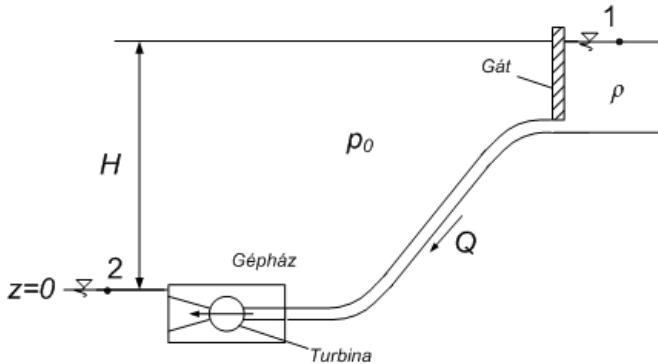
Hydrostatica alapegyenlete a tartály fedolapján:  $p_F = p_0 + \rho g h$

Téglalap felülete:  $A = \frac{D^2 \pi}{4}$

$$D := \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\rho \cdot g \cdot h \cdot \pi}}$$

**D = 1.55 m**

**2. feladat:**



Az ábrán vázolt vízerőmű turbinájának víznyelése  $Q = 540000 \text{ m}^3/\text{h}$ . A csővezetékben fellépő teljes fajlagos energiavesztés  $h' = Y'/g = 15 \text{ m}$ . Határozza meg a turbinában fellépő veszteségek elhanyagolásával a turbina  $P_t$  tengelyteljesítményét! A légköri nyomás változásától eltekintünk.

Adatok:

$$H = 500 \text{ m}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3,$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2, \quad p_0 = 1,0 \text{ bar}.$$

Adatok:

$$\rho := 1000 \text{ kg/m}^3 \quad H := 500 \text{ m} \quad Q := \frac{540000}{3600} \quad Q = 150 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$p_0 := 10^5 \text{ Pa} \quad g := 9.81 \text{ m/s}^2 \quad Y := 15 \text{ g} \quad Y = 147.15 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

Energiaegyenlet 1-2 pont közé:  $\frac{p_1}{\rho} + g z_1 + \frac{v_1^2}{2} - w_t = \frac{p_2}{\rho} + g z_2 + \frac{v_2^2}{2} + Y'$

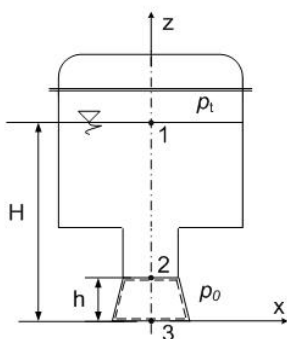
Peremfeltétel:

$$p_1 = p_0, \quad v_1 = 0, \quad z_1 = H, \quad w_t = \frac{P_t}{\dot{m}}, \quad \dot{m} = \rho Q, \quad p_2 = p_0, \quad z_2 = 0, \quad v_2 = 0$$

$$P_t := \rho \cdot Q \cdot (g \cdot H - Y)$$

**$P_t = 7.137 \times 10^8 \text{ W}$**

### 3. feladat:



Egy nagyméretűnek tekinthető zárt tartályból egy függőleges tengelyű kúpos kialakítású diffúzoron keresztül áramlik a  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű sűrűlódásmentes folyadék a  $p_0$  nyomású környezetbe. A diffúzor kiömlő keresztmetszete  $0,04 \text{ m}^2$ , a beömlő keresztmetszet pedig ennek a harmada. A diffúzor  $h = 3 \text{ m}$  hosszúságú, a kiömlő keresztmetszete  $H = 10 \text{ m}$  távolságban van a folyadékfelszín alatt. A tartályban a folyadék feletti légpárna nyomása  $p_t = 1,6 \text{ bar}$ .

Mekkora és milyen irányú erő hat a diffúzorra? A diffúzor önsúlyát és a diffúzorban lévő folyadék súlyától eltekintünk! ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ )

Adatok:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{fl}} &:= 1000 \text{ kg/m}^3 & p_t &:= 1.610^5 \text{ Pa} & A_3 &:= 0.04 \text{ m}^2 \\ p_0 &:= 10^5 \text{ Pa} & H &:= 10 \text{ m} & A_2 &:= \frac{A_3}{3} \\ g &:= 9.81 \text{ m/s}^2 & h &:= 3 \text{ m} & & \end{aligned}$$

$$\text{Impulzustétel: } \vec{R} = \dot{m}(\vec{v}_2 - \vec{v}_3) + \vec{G} + \vec{P}_2^* + \vec{P}_3^*$$

$$\text{Peremfeltétel: } \dot{m} = \rho Q = \rho A_3 v_3, \quad \vec{v}_2 = -v_2 \vec{k}, \quad \vec{v}_3 = -v_3 \vec{k}, \quad \vec{G} = \vec{0}$$

$$\vec{P}_i^* = - \int_{A_i} (p_i - p_0) d\vec{A}, \quad (i = 2, 3)$$

$$p_3 = p_0, \Rightarrow \vec{P}_3^* = \vec{0}, \quad \vec{P}_2^* = -(p_2 - p_0) A_2 \vec{k}$$

Bernoulli egyenlet 1-3 pont közé:

$$\frac{p_1}{\rho} + g z_1 + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_3}{\rho} + g z_3 + \frac{v_3^2}{2} \quad \text{Peremfeltétel: } \begin{aligned} p_1 &= p_t, \quad v_1 = 0, \quad z_1 = H \\ p_3 &= p_0, \quad z_3 = 0 \end{aligned}$$

$$v_3 := \sqrt{2 \cdot \left( \frac{p_t - p_0}{\rho} + g \cdot H \right)} \quad v_3 = 17.782 \text{ m/s}$$

Kontinuitási tétel:  $Q = A_3 v_3 = A_2 v_2, \quad A_2 = A_3 / 2$

$$v_2 := 2v_3 \quad v_2 = 35.564 \text{ m/s}$$

Bernoulli egyenlet 1-2 pont közé:

$$\frac{p_1}{\rho} + g z_1 + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + g z_2 + \frac{v_2^2}{2} \quad \text{Peremfeltétel: } \begin{aligned} p_1 &= p_t, \quad v_1 = 0, \quad z_1 = H \\ z_2 &= h \end{aligned}$$

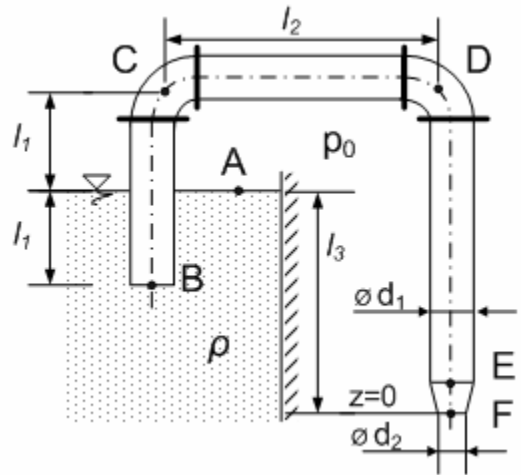
$$p_2 := p_t + \rho \cdot g \cdot (H - h) - \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 \quad p_2 = -4.037 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\vec{R} := \rho \cdot A_3 \cdot v_3 \cdot (-v_2 + v_3) - (p_2 - p_0) \cdot A_2 \quad R = -5.932 \times 10^3 \text{ N} \quad \vec{R} = -5932 \vec{k} \text{ [N]}$$

**4. feladat:** Egy nagyméretű nyitott tartályból egy konfúzorban végződő csővezetéken keresztül a szabadba ömlik a  $\rho$  sűrűségű folyadék. Mekkora a csővezetéken időegység alatt átáramló folyadék mennyisége? Az áramlási veszteségektől eltekintve rajzolja meg az energiadiagramot a **számszerű értékek** feltüntetésével!

Adatok:

$$\begin{aligned} p_0 &= 0,1 \text{ MPa} & g &= 10 \text{ m/s}^2 \\ d_1 &= 60 \text{ mm} & d_2 &= 40 \text{ mm} \\ l_1 &= 2 \text{ m} & l_2 &= 6 \text{ m} \\ l_3 &= 4 \text{ m} & \rho &= 1000 \text{ kg/m}^3 \\ l_{EF} &= 0,5 \text{ m} \end{aligned}$$



Adatok:

$$\begin{aligned} \rho &:= 1000 \text{ kg/m}^3 & d_1 &:= 0.06 \text{ m} & l_2 &:= 6 \text{ m} \\ p_0 &:= 10^5 \text{ Pa} & d_2 &:= 0.0401 \text{ m} & l_3 &:= 4 \text{ m} \\ g &:= 10 \text{ m/s}^2 & l_1 &:= 2 \text{ m} \end{aligned}$$

a.)

A-F pontra Bernoulli-egyenlet:  $\frac{p_A}{\rho} + g z_A + \frac{v_A^2}{2} = \frac{p_F}{\rho} + g z_F + \frac{v_F^2}{2}$

Peremfeltétel:  $p_A = p_0, v_A = 0, z_A = l_3, p_F = p_0, z_F = 0$

$$v_F := \sqrt{2 \cdot g \cdot l_3} \quad v_F = 8.944 \text{ m/s}$$

$$\frac{v_F^2}{2} = 40 \text{ J/kg}$$

Kontinuitási tétel:  $Q = A_G v_G = A_B v_B$

$$Q := v_F \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4}$$

$$Q = 8.946 \text{ m}^3/\text{s}$$

b.)

$e_{\text{ö}} = \frac{p_A}{\rho} + g z_A + \frac{v_A^2}{2}$  Peremfeltétel:  $p_A = p_0, v_A = 0,$

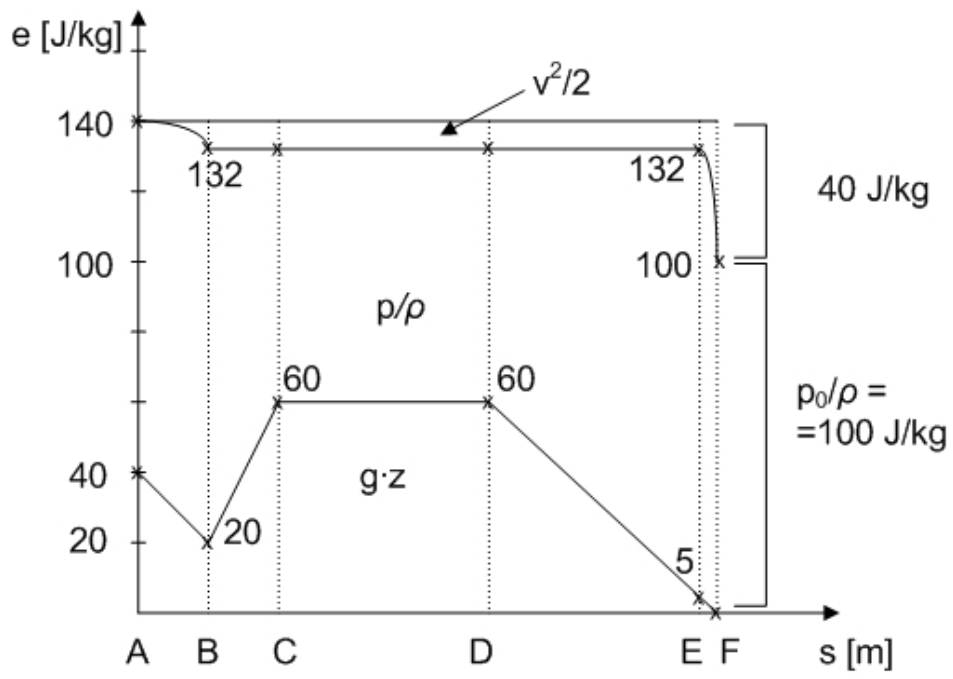
$$e_{\text{ö}} := \frac{p_0}{\rho} + g \cdot l_3$$

$$e_{\text{ö}} = 140 \text{ J/kg}$$

Kontinuitási tétel:  $Q = A_G v_G = A_B v_B$

$$v_B := v_F \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^2 \quad v_B = 4.001 \text{ m/s}$$

$$\frac{v_B^2}{2} = 8.004 \text{ J/kg}$$

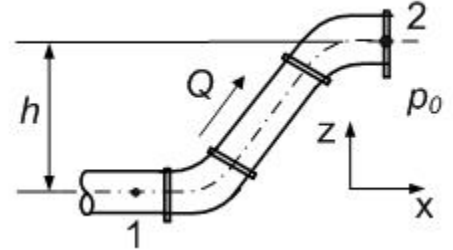




## Vizsgázárthelyi dolgozat a Műszaki áramlásban (GEAHT321-B) c. tárgyból (MINTA!!!)

1. **Számítsa** a hidraulikai átmérőt egy nyitott, téglalap keresztmetszetű csatornában, amelynek alapja  $b$ , és a csatornában áramló víz magassága  $H$ ! **(5 pont)**
2. **Ismeresse** Osborne REYNOLDS csőáramlásra vonatkozó kísérleteit és annak eredményeit! **(8 pont)**
3. Ábra és levezetés segítségével mutassa be, hogyan határozná meg a csőúrlódási tényező értékét! **(7 pont)**
4. Ábra segítségével mutassa meg a higanyos barométerrel történő mérés elvét! **(3 pont)**

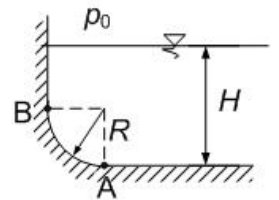
5. Az ábrán vázolt csővezetékén keresztül  $\rho$  sűrűségű súrlódásos víz áramlik a  $p_0$  nyomású környezetbe. A csőszakaszban lévő folyadék térfogata  $V$ . Mekkora és milyen irányú erő hat a fenti adatokkal meghatározott esetben az 1 és 2 pontok közti csőszakaszra? A csővezeték súlya elhanyagolható.



**Adott:**  $p_0, p_1, d_1, d_2, h, Q, V, \rho, g$  **(12 pont)**

6. **Ismeresse** azt a folyadékmanométert, amely nagy pozitív és negatív túlnyomások mérésére is alkalmas! Ábra és levezetés segítségével mutassa meg, hogyan határozható meg a mérő segítségével a nyomás! A nyomásnak milyen mértékegységeit ismeri? Mi a kapcsolat ezen egységek között? **(8 pont)**

7. **Számítsa**, hogy a folyadék súlyából származóan mekkora nagyságú és milyen irányú erő hat az ábrán látható fal AB szakaszának  $b$  szélességű szelvényére, ha a medence  $H$  magasságig van  $\rho$  sűrűségű vízzel megtöltve?



**Adott:**  $\rho, H, R, b$  **(14 pont)**

8. Az energiaegyenlet megfelelő alakjának alkalmazásával **számítsa** a vízturbina  $P_T$  tengelyteljesítményének számítására alkalmas összefüggést! Nevezze meg az összefüggésben lévő mennyiségeket és adja meg azok SI mértékegységét! **(6 pont)**
9. **Írja fel** a newtoni súrlódási törvényt és ismeresse az összefüggésben szereplő mennyiségek nevét és mértékegységét. Ábrán mutassa meg a newtoni és nem-newtoni folyadék közti különbséget! **(5 pont)**
10. **Számítsa** a szabad felszínű áramlásra vonatkozó Chézy formulát! **(12 pont)**

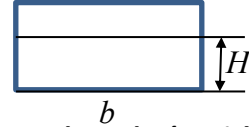
Elérhető pontszám: **80 pont**

Elégségeshez szükséges pontszám: **40 pont**

A zárthelyi időtartama: 90 perc

**Vizsgazárthelyi dolgozat megoldása a Műszaki áramlástan (GEAHT321-B) c. tárgyból  
(MINTA!!!)**

1. **Számítsa** a hidraulikai átmérőt egy nyitott, téglalap keresztmetszetű csatornában, amelynek alapja  $b$ , és a csatornában áramló víz magassága  $H$ ! **(5 pont)**



2. **Ismertesse Osborne REYNOLDS csőáramlásra vonatkozó kísérleteit és annak eredményeit!** **(8 pont)**

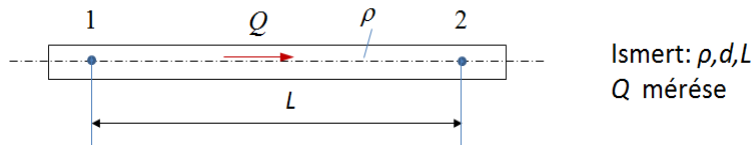
- Kis sebességnél a festék egy rétegben marad => lamináris áramlás
- A sebességet egy bizonyos érték felé növeljük, akkor instabillá válik az áramlás (kis zavarásra elkeveredik a festék)
- Tovább növelve a sebességet a festék elkeveredik a vízzel => turbulens áramlás

$$Re = \frac{v d}{\nu} \quad c \text{ [m/s]: átlagsebesség; } d \text{ [m]: csőátmérő; } \nu \text{ [m}^2\text{/s]: kinematikai viszkozitás}$$

$$Re_{krit} = 2300;$$

- Ha  $Re < Re_{krit}$  : stabilan lamináris áramlás, megzavarás hatására sem válik turbulenssé az áramlás (nem keveredik el a festék)
- Ha  $Re > Re_{krit}$  : lehet lamináris, de instabil, kis megzavarás hatására is turbulenssé válik az áramlás (elkeveredik a festék); vagy lehet turbulens.

3. **Ábra és levezetés segítségével mutassa be, hogyan határozná meg a csőszűrlődési tényező értékét!** **(7 pont)**



$$\text{Kontinuitási egyenlet: } Q = Ac = \frac{d^2 \pi}{4} c \Rightarrow c = \frac{4Q}{d^2 \pi}$$

$$\text{Energiaegyenlet: } \frac{p_1}{\rho} + gz_1 + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + gz_2 + \frac{v_2^2}{2} + Y'$$

$$Y' = \frac{p_1 - p_2}{\rho} + g(z_1 - z_2) + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} = \frac{\Delta p'}{\rho}$$

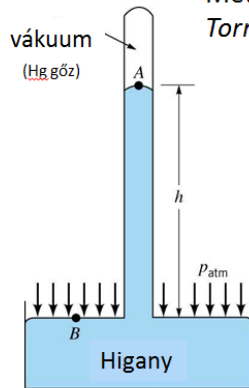
$$\Delta p' = \rho Y' = \rho \lambda \frac{L c^2}{d 2} = \rho \lambda \frac{L}{d} \frac{8Q^2}{d^4 \pi^2} = \rho \lambda L \frac{8Q^2}{d^5 \pi^2}$$

$$Y' = \lambda \frac{L c^2}{d 2} \quad c = \frac{4Q}{d^2 \pi}$$

Csőszűrlődési tényező:  $\lambda = \frac{\Delta p' d^5 \pi^2}{8 \rho L Q^2}$  [-] ellenőrzés – megismétlés több Q esetén

4. Ábra segítségével mutassa meg a higanyos barométerrel történő mérés elvét! (3 pont)

### Barométer



Meteorológiai műszer a légnyomás mérésére.  
Torricelli találta fel 1643-ban.

$$p_{atm} \cong \rho_{Hg} g h$$

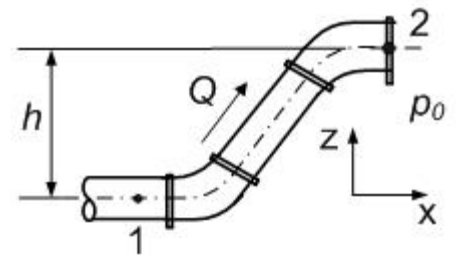
Működése azon az elven alapul, hogy ha egy egyik végén lezárt higannyal telt csövet nyitott végével egy higannyal töltött edénybe állítunk (lásd a képen), akkor a higanyoszlop magassága a higannyal teli edényre nehezedő légnyomásnak megfelelően változik.

A modern barométereken egy számlap előtti mutató segít a pontos értéket leolvasni.

$$1 \text{ Hgmm} = 1 \text{ Torr}$$

$$760 \text{ Torr} = 101325 \text{ Pa}$$

5. Az ábrán vázolt csővezetéken keresztül  $\rho$  sűrűségű súrlódásos víz áramlik a  $p_0$  nyomású környezetbe. A csőszakaszban lévő folyadék térfogata  $V$ . Mekkora és milyen irányú erő hat a fenti adatokkal meghatározott esetben az 1 és 2 pontok közti csőszakaszra? A csővezeték súlya elhanyagolható.



**Adott:**  $p_0, p_1, d_1, d_2, h, Q, V, \rho, g$  (12 pont)

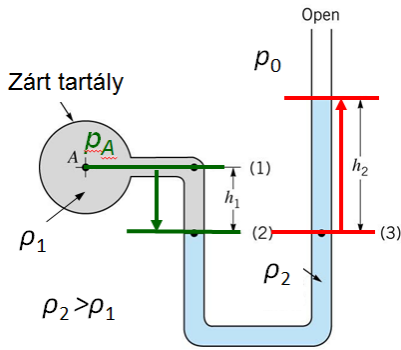
$$\vec{R} = \dot{m}(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) + \vec{G} - \vec{G}_k + \vec{F}_1^* + \vec{F}_2^* \quad \vec{G}_k = \vec{0}; \quad \vec{G} = -\rho g V \vec{k}$$

$$\dot{m} = \rho Q \quad Q = A v \Rightarrow v = \frac{4Q}{d^2 \pi}; \quad \vec{v}_1 = \frac{4Q}{d_1^2 \pi} \vec{i}; \quad \vec{v}_2 = \frac{4Q}{d_2^2 \pi} \vec{i}$$

$$\vec{F}_i^* = - \int_{(A_i)} (p - p_k) d\vec{A}; \quad (i=1,2) \quad \vec{F}_1^* = -(p_1 - p_0) \frac{D^2 \pi}{4} (-\vec{i}) \quad \vec{F}_2^* = \vec{0}; \quad (p_2 = p_0)$$

$$\vec{R} = \rho Q \left( \frac{4Q}{d_1^2 \pi} \vec{i} - \frac{4Q}{d_2^2 \pi} \vec{i} \right) - \rho g V \vec{k} + (p_1 - p_0) \frac{d_1^2 \pi}{4} \vec{i} = \frac{4Q^2 \rho}{\pi} \left( \frac{1}{d_1^2} - \frac{1}{d_2^2} \right) \vec{i} - \rho g V \vec{k} + (p_1 - p_0) \frac{d_1^2 \pi}{4} \vec{i}$$

6. Ismertesse azt a folyadékmanométert, amely nagy pozitív és negatív túlnyomások mérésére is alkalmas! Ábra és levezetés segítségével mutassa meg, hogyan határozható meg a mérő segítségével a nyomás! A nyomásnak milyen mértékegységeit ismeri? Mi a kapcsolat ezen egységek között? (8 pont)



Nagyobb + vagy – túlnyomásnál egy másik, nagyobb sűrűségű folyadékot is használnak

$$p_A + \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 + p_0$$

$$p_A - p_0 = \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1$$

Nyomás mértékegysége: Pa

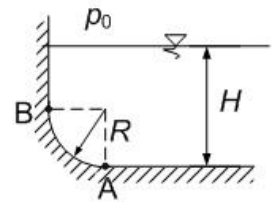
$$1 \text{ bar} = 101325 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ Hgmm} = 1 \text{ Torr}$$

$$760 \text{ Torr} = 101325 \text{ Pa}$$

7. Származzassa, hogy a folyadék súlyából származóan mekkora nagyságú és milyen irányú erő hat az ábrán látható fal AB szakaszának  $b$  szélességű szelvényére, ha a medence  $H$  magasságig van  $\rho$  sűrűségű vízzel megtöltve?

**Adott:**  $\rho, H, R, b$  (14 pont)



Az AB felületre ható erő = a súlypont-beli túlnyomás  $\times$  felület

$$\vec{F}_{AB} = -F_x \vec{i} - F_z \vec{k}_s A$$

$$\vec{F}_{AB} = F_x \vec{i} - F_z \vec{k}$$

$$F_x = (p - p_0)_s A_{vet} \quad A_{vet} = Rb$$

$$F_z = G = \rho g V \quad V = [(H - R)R + R^2 \pi / 4] b$$

Hidrosztatika alapegyenlete:  $\frac{dp}{dz} = -\rho g \Rightarrow p = -\rho g z + K$  C pontban:  $z=0, p=p_0 \rightarrow K=p_0$

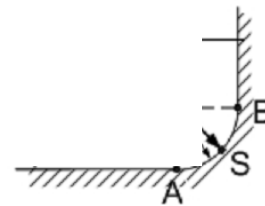
$$p(z) = p_0 - \rho g z$$

A súlypontbeli túlnyomás a hidrosztatika egyenlete alapján:  $(p - p_0)_s = -\rho g z \quad z = -(H - R/2)$

$$F_x := \rho \cdot g \cdot \left( H - \frac{R}{2} \right) \cdot R \cdot b$$

$$F_z := \rho \cdot g \cdot \left( H \cdot R - R^2 + R^2 \cdot \frac{\pi}{4} \right) \cdot b$$

$$F_{AB} := \sqrt{F_x^2 + F_z^2}$$



8. Az energiaegyenlet megfelelő alakjának alkalmazásával származzassa a **vízturbina**  $P_T$  tengelyteljesítményének számítására alkalmas összefüggést! Nevezze meg az összefüggésben lévő mennyiségeket és adja meg azok SI mértékegységét! (6 pont)

$$\frac{p_1}{\rho} + g z_1 + \frac{v_1^2}{2} - w_t = \frac{p_2}{\rho} + g z_2 + \frac{v_2^2}{2} + u_2 - u_1 - q \quad w_t = \frac{P_T}{\dot{m}}$$

$$P_T = \dot{m} \left[ \frac{p_1 - p_2}{\rho} + g(z_1 - z_2) + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} - Y' \right]$$

$p$ : nyomás [Pa];  $g$ : nehézségi gyorsulás [ $\text{m/s}^2$ ];  $z$ : magasság [m];  $v$ : sebesség [m/s]

$Y'$ : fajlagos mechanikai veszteség [J/kg];  $\dot{m}$ : tömegáram [kg/s]

9. Írja fel a newtoni súrlódási törvényt és ismertesse az összefüggésben szereplő mennyiségek nevét és mértékegységét. Ábrán mutassa meg a newtoni és nem-newtoni folyadék közti különbséget! (5 pont)

**Newtoni súrlódási törvény:**

$$\tau = \mu \frac{dv}{dn}$$

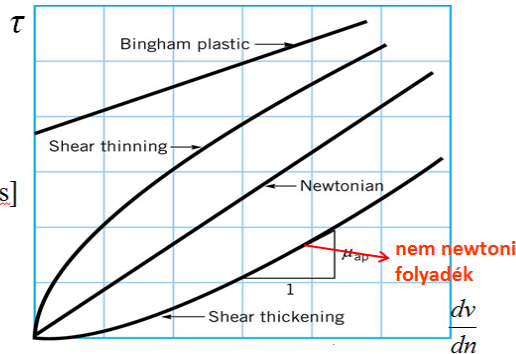
$\tau$  ~ alakváltozás [N/m<sup>2</sup>]

$\mu$  ~ dinamikai viszkozitási tényező [Pas]

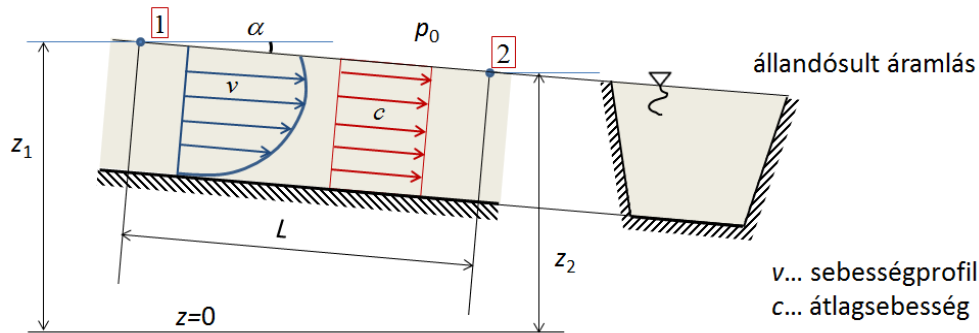
$\nu = \mu/\rho$  kinematikai viszkozitás [m<sup>2</sup>/s]

$n$ : felületi normális

$v$ : sebesség [m/s]



10. Származzassa a szabad felszínű áramlásra vonatkozó Chézy formulát! (12 pont)



Energiaegyenlet 1-2:  $\frac{p_1}{\rho} + gz_1 + \frac{c_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + gz_2 + \frac{c_2^2}{2} + Y'$       $p_1 = p_2 = p_0$       $c_1 = c_2$

$$gz_1 = gz_2 + Y' \Rightarrow Y' = g(z_1 - z_2) = g h'_{12}$$

**Esés:**  $J = \frac{h'_{12}}{L} = \frac{z_1 - z_2}{L} = \sin \alpha$

$$\left. \begin{aligned} Y' &= \lambda \frac{L}{D_H} \frac{c^2}{2} = g h'_{12} \\ h'_{12} &= J L \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{Y'}{g} &= \lambda \frac{L}{D_H} \frac{c^2}{2g} = h'_{12} = J L \\ J &= \frac{\lambda}{D_H} \frac{c^2}{2g} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \lambda &= \lambda \left( \text{Re}, \frac{k}{D_H} \right) \\ \text{Re} &= \frac{c D_H}{\nu} \end{aligned}$$

$$c = \sqrt{\frac{2g}{\lambda} D_H J}$$

**Chézy képlet**  
(csatornázásnál tapasztalati formula)

## Tételjegyzék a Műszaki áramlástan (GEAHT321-B) c. tárgyból (MINTA!!!)

1. Folyadékok és gázok tulajdonságai. Newton-féle súrlódási törvény.
2. Felületi feszültség, kapillaritás.
3. A folyadéknomás skalár voltának igazolása. Nyomáseloszlás nyugvó folyadékban.
4. Közlekedőedény, manométerek, barométer.
5. Folyadékba merített síkfalra ható erő.
6. Folyadékba merített görbült falra ható erő.
7. A folyadékmozgások Lagrange-, ill. Euler-féle tárgyalásmódja. Sebességtér, áramvonalak, áramcső.
8. A tömegmegmaradás tétele áramcsőre. Ideális folyadék egy-dimenziós mozgásegyenlete.
9. A Bernoulli egyenlet egyszerű alakja. Energiadiagram.
10. A Bernoulli egyenlet alkalmazása: párhuzamos áramlásba helyezett testek körüli súrlódásmentes áramlás.
11. A Bernoulli egyenlet alkalmazása: térfogatáram mérők (Venturi cső, mérőperem, mérőtorok).
12. A Bernoulli egyenlet alkalmazása: pontbeli sebesség mérése Prandtl csővel.
13. A Bernoulli egyenlet alkalmazása: kiáramlás zárt és nyitott tartályból, sugárkontrakció. Kvázistacionárius kifolyás tartályból.
14. Kifolyási idő változó keresztmetszetű tartályból.
15. Kiáramlás nagy keresztmetszetű kiömlőnyíláson; négyszög keresztmetszetű bukógát.
16. Impulzustétel, könyökcsőre ható erő.
17. Az impulzustétel alkalmazása: folyadéksugár által az elterelő lemezre ható erő.
18. Energiaegyenlet a termodinamika I. főtétele alapján. Áttolási munka (nyomás munkája). Stacionárius alak.
19. Energiaegyenlet stacionárius csőáramlásra összenyomhatatlan közeg esetén.
20. Energiaegyenlet alkalmazása szivattyú valamint víz- és gőzturbina esetére (példák).
21. Energiaegyenlet áramlásos folyamatok esetén. Speciális eset: Bernoulli egyenlet.
22. Osborne REYNOLDS kísérletei. Áramlási veszteség számítása csővezetékben.
23. Moody diagram. A diagram jellemző részei.
24. Csősúrlódási tényező meghatározása méréssel. Nyomásesés és teljesítmény veszteség csőáramlásnál a térfogatáram függvényében.
25. Szerelvények áramlási vesztesége. A veszteségtényező meghatározása méréssel. Összetett csőszakasz áramlási vesztesége.
26. Egységnyi hosszra eső fajlagos mechanikai energiaveszteség, esés kísérleti bemutatása.
27. Áramlási veszteségek nem kör keresztmetszetű csövekben, hidraulikai átmérő, hidraulikai sugár különböző áramlási keresztmetszetek esetén.
28. A hidraulikai átmérő alkalmazása szabad felszínű áramlás esetén; Chézy-formula. Manning-formula.
29. Áramló folyadékba helyezett áramvonalas és nem áramvonalas testekre ható felhajtóerő és ellenállás. Felhajtóerő-tényező és ellenállás-tényező.
30. Körhenger körüli áramlás áramképei különböző Reynolds számok esetén. Körhenger és gömb ellenállás-tényezője.

31. Körhengerről leváló örvények frekvenciája, Strouhal szám.  $St$  (Re), örvényleválás frekvenciája.
32. Nyugvó folyadékba helyezett gömb esése; határsebesség meghatározása.
33. Nyugvó folyadékba helyezett gömb felúszása; határsebesség meghatározása.