

# Fizika I.

## Mérnök informatikus (BSc) alapszak, nappali tagozat (BI) GEFIT011-B FIT/21V /3kredit Villamosmérnöki (BSc) alapszak, nappali tagozat (BV) GEFIT111B FIT/22V /5kredit Tematika és követelmények, 2018/2019. tanév II. félév

### A tananyag heti bontásában:

7. hét A fizika tárgya és felosztása. Az SI mértékegységrendszer. Kinematikai alapfogalmak. Mozgás leírása derékszögű koordináta-rendszerben. Speciális mozgások.
8. hét Dinamikai alapfogalmak. Newton axiómák. Erőtörvények. A teljesítmény és a kinetikus energia definíciója. A teljesítmény tétele.
9. hét A mechanikai munka definíciója, a munkatétel. A mechanikai energiatétel. Lineáris csillapítatlan szabad rezgés.
10. hét Lineáris csillapított szabad rezgés, gyengén csillapítás. Gerjesztett rezgés. Amplitúdó rezonancia. A kontinuummechanika elemei. Bernoulli-egyenlet.
11. hét Hidrosztatika. Felületi jelenségek, felületi feszültség. Hőtan elemei. Belső energia hőközlés, munkavégzés. Kvázisztatikus térfogati munka.
12. hét A hőtan első főtétele. A kinetikus gázelmélet elemei. Az egyatomos ideális gáz belső energiája. Az ideális gáz állapotegyenlete. Az első főtétel alkalmazása speciális állapotváltozásokra.
13. hét Erőgépi és hűtőgépi körfolyamatok. Szilárd testek és folyadékok hőtágulása. Kristályok fajhője. Dulong-Petit szabály. Olvadás, párolgás.
14. hét Az elektrosztatika alapjelenségei. Elektromos töltés, térerősség. A Coulomb-féle erőtvény. Potenciális energia és potenciál. Ponttöltés tere és potenciálja.
15. hét Az elektromos mező forrástörvénye. Töltéeloszlások. Vezetők elektrosztatikus mezőben. A kapacitás fogalma. Kondenzátorok. Síkkondenzátor kapacitása. Az elektrosztatikus tér energiája, energiasűrűsége.
16. hét Az elektromos áramlás. Áramsűrűség vektor. Áramerősség fogalma. Áramforrások, elektromotoros erő. Áramvezetés fémekben. Ohm-törvény. Vékony vonalas vezető ellenállása. Az ellenállást befolyásoló tényezők. Fajlagos ellenállás hőmérséklet függése.
17. hét Ohm törvény teljes áramkörre. Egyenáramú hálózatok.
18. hét Kirchoff-törvények és alkalmazásai. Ellenállások soros és párhuzamos kapcsolása. Ellenállások mérése. Wheatstone-híd kapcsolás. A Joule-törvény integrális alakja.
19. hét Rektori szünet.
20. hét Összefoglalás.

### Az aláírás megszerzésének feltételei:

A félév végén azok a hallgatók kapnak aláírást, akik

1. a számolási gyakorlatoknak legalább a felén részt vesznek, és elfogadhatóan szerepelnek,
2. az évközi zárthelyi dolgozatukat  
a mérnök informatikus hallgatók, a (18. hét) eredményesen megírják, illetve az elégtelen osztályzatú vagy elmulasztott dolgozatot a pótzárthelyin (20. hét) pótolják, (a zárthelyi dolgozat feladatokból áll),  
a villamosmérnök hallgatók, a (13. és a 18. héten) eredményesen megírják, illetve az elégtelen osztályzatú vagy elmulasztott dolgozatot a pótzárthelyin (20. hét) pótolják, (a zárthelyi dolgozat feladatokból áll).

### Az aláírás pótlásának feltételei:

Azok a hallgatók, akik a 2. feltételnek nem tettek eleget, a vizsgaidőszakban szerezhetik meg az aláírásukat egy ismételt zárthelyi dolgozat megírásával.

Akik az 1. vagy az 1. és 2. feltételnek nem tettek eleget, azok esetében a tanszék az aláírás végleges megtagadását javasolja a dékánnak. Ha a dékán úr mégis engedélyezi a pótlást, akkor a hallgató a tárgy előadójánál szerezheti meg az aláírást a félév teljes anyagából tett sikeres írásbeli beszámolóval.

### A vizsgára bocsátás feltételei és a vizsga menete:

Vizsgára csak érvényes aláírással rendelkező hallgatók bocsáthatóak. A 100 pontos írásbeli vizsga minimumkérdésekből, definíciókból, tételekből és levezetésekkel áll. A minimumkérdések összesen 20 pontot érnek, ebből legalább 11 pontot el kell érni, egyébként a vizsgadolgozat elégtelen. Az elégséges eredményhez összesen legalább 50 pontot kell szerezni. Az elért pontszám alapján a tanszék vizsgajegyvet ad. Amennyiben a vizsgadolgozat javítása során felmerül a gyanú, hogy a hallgató tiltott eszköz használatával írta meg a dolgozatát, a hallgatónak szóbeli vizsgát kell tennie, erről értesítést kap. Ha a szóbeli vizsgán nem jelenik meg, úgy osztályzata elégtelen.

### Kötelező irodalom:

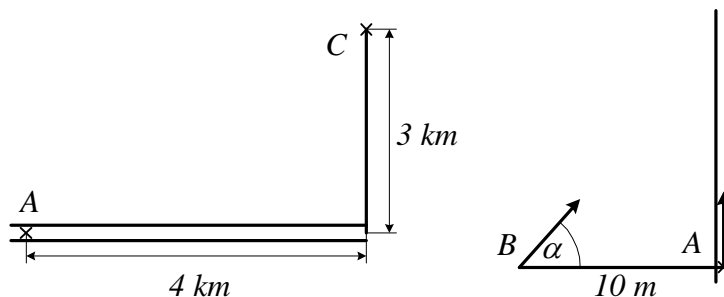
1. Szabó: Fizika I. (Mechanika, hőtan) (ME jegyzet)
2. Demjén-Szótér-Takács: Fizika II. (Elektrodinamika, optika) (ME jegyzet)
3. Az oktató honlapjára feltett aktualizált tananyagok: [http://www.uni-miskolc.hu/~www\\_fiz/palasthy/index.htm](http://www.uni-miskolc.hu/~www_fiz/palasthy/index.htm)

### Ajánlott irodalom:

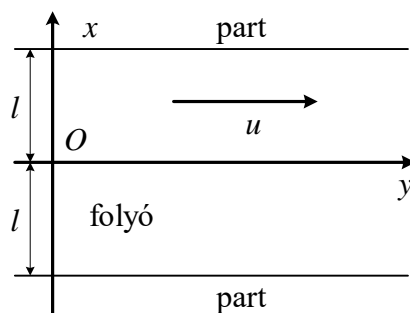
1. Litz: Elektromosság- és mágnességtan 1998,
2. Sears – Zemansky – Young: University Physics 1988.

## Feladatok

1. Egy autóbusz sebessége 30 km/h. Az iskolához legközelebb eső két megálló távolsága az iskola kapujától a menetirány sorrendjében 200 m, illetve 140 m. Két fiú beszélget a buszon. András azt mondja, hogy érdekesebb az első megállóban leszállnia, Béla szerint neki a második megállóban érdekesebb. Mindkettőjüknek igaza van. Hogyan lehetséges ez? (Az egyetlen figyelembe veendő szempont az időmegtakarítás.)
2. Két országút merőlegesen keresztezi egymást. Az egyik 60 km/h, a másikon 40 km/h sebességgel halad egy-egy autó a kereszteződés felé. Amikor a gyorsabb autó távolsága a kereszteződéstől 200 m, akkor a másiké 500 m. Mikor kerül legközelebb egymáshoz a két jármű, és mekkora a minimális távolság? Hol vannak ekkor az autók?
3. Egy motorkerékpáros az ábrán megjelölt A pontból C-be akar jutni. Az úton legfeljebb 50 km/h, a mezőn legfeljebb 25 km/h sebességgel tud haladni. A-tól milyen távolságban kell az útról letérnie, hogy a lehető legrövidebb idő alatt jusson A-ból C-be? Mekkora a minimális menetidő?



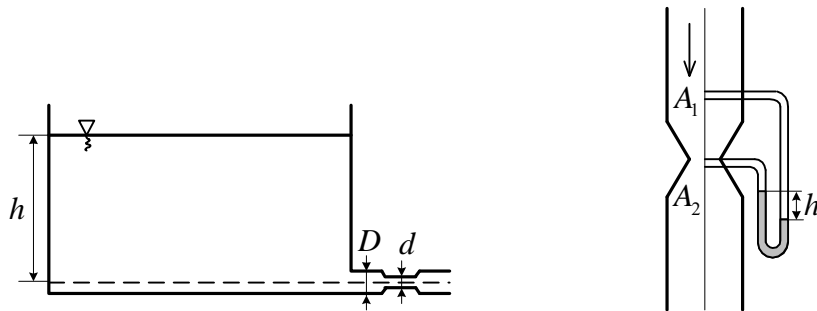
4. Egy villamos a megállóból  $2 \text{ m/s}^2$  gyorsulással indulva 5 s-ig egyenletesen változó mozgást végez. Indulás pillanatában a vége A-ban van. Egy ember  $5 \text{ m/s}$  állandó sebességgel egyenes vonalban fut a villamos után, és a jármű végét éppen eléri. Amikor a villamos elindult, az ember B-ben volt. Mennyi idő múlva éri el a kocsit, és milyen irányban futott?
5. Állandó gyorsulással haladó test pályájának egy 10 m-es szakaszát  $1,06 \text{ s}$  alatt, az ezt követő, ugyancsak 10 m hosszú szakaszt pedig  $2,20 \text{ s}$  alatt futja be. Számítsuk ki a test gyorsulását. Mekkora a sebessége az első szakasz kezdőpontjában?
6. 12 óra után mikor lesz először merőleges egymásra az óra kis- és nagymutatója?
7. Egy pont a 10 m sugarú körön nyugalomból indulva  $2 \text{ m/s}^2$  tangenciális gyorsulással egyenletesen változó mozgást végez. Mekkora a pont sebessége, gyorsulása, szögsebessége és szöggyorsulása 10 s-mal az indulás után? Mennyi utat tett meg eddig a pont? Mikor volt egyenlő nagyságú a tangenciális és a normális gyorsulása?
8. Egy csónak az A pontból indulva áthalad a  $2l$  szélességű folyón. A csónak sebessége a vízhez képest állandó: nagysága  $c$ , iránya merőleges a partvonalra. A víz sebességének  $u$  nagysága a partra merőleges irányban változik, és pedig az  $u = u_0 (1 - x^2 / l^2)$  függvény szerint ( $u_0$  állandó). Határozzuk meg a csónak pályájának egyenletét. Mennyivel viszi le a víz a csónakot, míg átér a túlsó partra? (ábra)



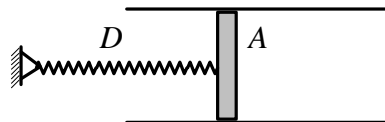
9. Síkmozgást végző pont koordinátái a következőképpen függnek az időtől:  $x(t) = a \sin \omega t$ , illetve  $y(t) = b \sin (2 \omega t + \pi/2)$ ,  $a = 4 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$ ,  $\omega$  állandó. Határozzuk meg a pálya  $y = f(x)$  alakú egyenletét, majd ábrázoljuk a pályagörbét.
10. R sugarú körön mozgó pont pályasebessége a  $t = 0$  pillanatban  $v_0$ . A test sebessége a gyorsulásával állandó  $\alpha$  szöget zár be. Hogyan változik a pályasebesség az idő függvényében?
11. Álló vízben  $6 \text{ m/s}$  kezdősebességgel indított, majd magára hagyott csónak sebessége  $69 \text{ s}$  alatt  $3 \text{ m/s}$ -ra csökken. A víz ellenálló ereje a test sebességével arányos. Hogyan változik a csónak által befutott út az idő függvényében?
12. Az  $xy$  síkban mozgó  $m$  tömegű pont koordinátái a következőképpen függnek az időtől:  $x(t) = a \cos \omega t$ ,  $y(t) = b \sin \omega t$ , ( $a$ ,  $b$  és  $\omega$  pozitív állandó). Számítsuk ki a pontra ható erő munkáját a  $(0, \pi / 4\omega)$  időközben.
13. Anyagi pont az  $F_x = ky^2$ ,  $F_y = kxy$ :  $k > 0 \text{ const.}$  síkbeli erőterben mozog. Mennyi munkát végez az erőter, ha a test a  $P_1 (0, r)$  pontból a  $P_2 (r, 0)$  pontba mozdul el. a) azon a negyedköríven, amelynek középpontja az  $O$  origó, b) a  $P_1O$  és az  $OP_2$  egyenes szakaszon.
14. Körpályán keringő űrhajós a Földnek mindig ugyanazon pontja fölött van. A Föld mely pontjaira teljesíthető ez a feltétel? Mekkora sugarú pályán és mekkora sebességgel kering az űrhajó? (A Föld sugara  $6370 \text{ km}$ .)
15. Henger alakú,  $0,4 \text{ cm}$  átmérőjű cső alsó végében nehezék van. Ezt az eszközt areométerként (úszó sűrűségmérőként) alkalmazzuk. Az aerométer tömege  $0,2 \text{ kg}$ , a folyadék sűrűsége  $0,8 \text{ g/cm}^3$ . Mekkora periódusidővel fog a mérőeszköz rezegni, ha függőleges lökést kap?
16. A  $10 \text{ kg}$  tömegű  $P$  pont az  $x$  tengelyen mozog. Két erő hat rá: az egyik az  $O$  kezdőpont felé mutat és  $OP$ -vel arányos, az arányossági tényező  $250 \text{ N/m}$ : a másik a pont sebességével arányos és azzal ellentétes irányú, az arányosság tényezője  $60 \text{ Ns/m}$ . Kezdetben  $P$  abszcisszája  $8 \text{ m}$ , sebessége pedig zérus. Hogyan változik a pont  $x$  koordinátája az idő függvényében?
17. A  $10 \text{ kg}$  tömegű  $P$  pont a rögzített  $C$  centrumtól való távolságával arányos visszatérítő erő hatására lineáris rezgést végez,  $C$ -től  $1 \text{ m}$  távolságban az erő nagysága  $20 \text{ N}$ . A pontot körülvevő közeg ellenálló ereje a pont sebességével arányos. Kezdetben a test sebessége zérus. A  $CP$ -távolság három teljes rezgés után a kezdeti értéknek csak az  $1/10$ -e. Mekkora a periódusidő?
18. Egyik végén beforrasztott cső a légkörtől  $h$  hosszúságú higanyfonállal elválasztott levegőt tartalmaz. Ha a csövet függőlegesen tartjuk, az elzárt légoszlop hossza  $L_1$ , illetve  $L_2$

aszerint, hogy a beforrasztott vagy a nyitott vége néz fölfelé. A higany sűrűsége  $\rho$ . Számítsuk ki a légköri nyomást. (264)

19. U alakú üvegső bal oldali vége zárt, a másik nyitott. A csőben alul  $13,6 \text{ g/cm}^3$  sűrűségű higany, a jobb szárban efölött  $50 \text{ cm}$  magas vízoszlop van. A légköri nyomás  $1 \text{ bar}$ , a bal szárban a higany fölött a levegő nyomása  $0,9 \text{ bar}$ . Mekkora a magasságkülönbség a két higanyszint között? (273)
20. Az ábrán látható tartályban a vízmagasság  $h=1 \text{ m}$ , a kifolyócső átmérője  $D=5 \text{ cm}$ , a tartályé sokkal nagyobb. A kifolyócső egy helyen elszűkül, itt az átmérője  $d=4 \text{ cm}$ . A légköri nyomás  $1 \text{ bar}$ . a) Mekkora a víz sebessége a kiömlőnyílásban? Mennyi az időegység alatt kiömlő víz térfogata? b) Számítsuk ki a nyomást a szűkületben. (346)

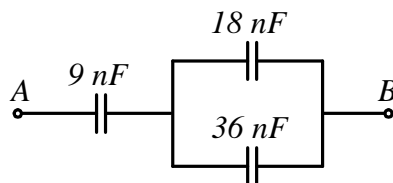


21. Függőleges tengelyű  $A_1 = 0,2 \text{ m}^2$ -es keresztmetszetű csővezetékben víz áramlik stacionáriusan. A vezetékbe beiktatott Venturi-cső keresztmetszete a szűkületben  $A_2 = 0,1 \text{ m}^2$  területű. A differenciál-manométer bal szárában a higany  $h = 0,2 \text{ m}$ -rel áll magasabban, mint a másik szárban. Mekkora a víz sebessége a csővezetékben? Hány  $\text{kg}$  víz áramlik át a csövön másodpercenként? (A higany sűrűsége  $13,6 \text{ kg/dm}^3$ .) (348)
22. Az ábrán látható hengeres edénybe  $100 \text{ kPa}$  nyomású,  $300 \text{ K}$  hőmérsékletű levegő van bezárva. A henger alapterülete  $100 \text{ cm}^2$ , a gáz térfogata  $1 \text{ liter}$ , a légköri nyomás is  $100 \text{ kPa}$ . A súrlódás nélkül mozgatható dugattyúhoz  $5 \text{ kN/m}$  direkciós erejű rugó kapcsolódik. Mekkora lesz az elzárt levegő nyomása, ha hőmérsékletét  $600 \text{ K}$ -re növeljük? (426)



23. Acélpalackba zárt gáz nyomása  $40 \text{ bar}$ , hőmérséklete  $37 \text{ }^\circ\text{C}$ . Mekkora lesz a nyomás, ha a gáz felét kiengedjük a palackból, és a hőmérséklet  $12 \text{ }^\circ\text{C}$ -ra csökken? (427)
24.  $20 \text{ l}$ -es palackban  $10 \text{ MPa}$  nyomású,  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ -os gáz van. Kiengedünk belőle  $0,86 \text{ kg}$ -ot. a) Mekkora lesz a nyomás, ha a hőmérséklet változatlan? b) Milyen hőmérsékletre kell a gázt melegítenünk, hogy nyomása újból  $10 \text{ MPa}$  legyen? Az oxigén sűrűsége  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ -on és  $100 \text{ kPa}$  nyomáson  $1,43 \text{ kg/m}^3$ . (428)
25.  $5 \text{ l}$ -es palackban  $0,1 \text{ MPa}$  nyomású nitrogéngáz van. Mekkora nő a nyomás, ha  $1,5 \text{ kJ}$  hőt közlünk a gázzal? A nitrogén adiabatikus kitevője  $1,4$ . (450)
26. Ideális gáz állandó nyomáson kitágulva  $200 \text{ J}$  munkát végez. Mennyi hőt vesz fel eközben, ha adiabatikus kitevője  $1,4$ ? (451)
27. Milyen nyomásra kell a  $10 \text{ dm}^3$  térfogatú,  $0,1 \text{ MPa}$  nyomású gázt izotermikusan komprimálni, hogy  $3,14 \text{ kJ}$  hőt adjon le? (453)

28. Egy molekulanyaláb  $5,4 \cdot 10^{-26}$  kg tömegű részecskékből áll, ezek 460 m/s sebességgel azonos irányban röpködnek. A nyaláb a sebességére merőleges falba ütközik. Mekkora nyomás terheli a falat, ha az ütközés rugalmas, és a molekulák sűrűsége  $1,5 \cdot 10^{14} / \text{cm}^3$ ? (H/1)
29. Egy  $44,8 \text{ dm}^3$  térfogatú, vízszintes tengelyű hőszigetelt hengert vékony, súrlódásmentes, hőszigetelő dugattyú oszt két részre. A bal oldali térfélbe 200 W teljesítményű fűtőspirál nyúlik be. Kezdetben a dugattyú középen áll, és mindkét részben  $10^5 \text{ Pa}$  nyomású egyatomos gáz van. Mennyi időre kell a fűtőtestet bekapcsolni, hogy a jobb oldali gáz térfogata a felére csökkenjen? (H/3)
30. 10 cm sugarú szigetelő gömb legalsó pontján  $1 \mu\text{C}$  töltésű golyócska van rögzítve. A gömb sima belső felületén egy  $0,048 \mu\text{C}$  töltésű,  $1,125 \text{ g}$  tömegű pont mozoghat. Egyensúly esetén mekkora szöget zár be a második töltéshez húzott sugár a függőlegesen fölfelé mutató iránnyal? FFII/2.
31. Félkör alakú vékony, sima szigetelő rúd vízszintes síkban van rögzítve, végpontjaiban  $20 \text{ nC}$ , illetve  $10 \text{ nC}$  töltésű részecske ül. A félkörön pozitív töltéssel ellátott kis gyűrű csúszhat. Mekkora szöget zár be a gyűrűhöz és a  $10 \text{ nC}$ -os töltéshez húzott sugár egyensúlyban? Milyen az egyensúlyi helyzet? FFII/10.
32. Egy négyzet csúcsaiban azonos  $Q$  töltésű pontszerű testek vannak. Mekkora a négyzet középpontjában elhelyezkedő ötödik részecske töltése, ha a rendszer egyensúlyban van?
33. Homogén, egyenletesen feltöltött szigetelő gömb sugara  $a$ , relatív permittivitása  $\epsilon'$ , a töltéssűrűség  $\rho$ . Hogyan változik a télerősség és a potenciál a gömb középpontjától mért  $r$  távolság függvényében?
34. Egy 50 V-ra töltött  $2 \mu\text{F}$ -os és egy 100 V-ra töltött  $3 \mu\text{F}$ -os kondenzátort párhuzamosan kapcsolunk. Mekkora lesz a kondenzátorok feszültsége?
35. Legfeljebb mekkora feszültség lehet az A, B pontok között, hogy egyik kondenzátor töltése se haladja meg az  $1,2 \mu\text{C}$ -ot?

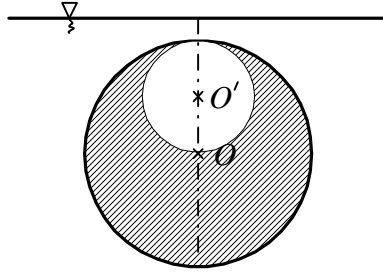


36. Ismeretlen kapacitású, 80 V-ra töltött kondenzátor sarkait összekapcsoljuk egy 16 V-ra töltött,  $60 \mu\text{F}$  kapacitású kondenzátor pólusaival. Mekkora az ismeretlen kapacitás, ha a kondenzátorok közös feszültsége 20 V. a) Az egynemű pólusokat, b) az ellentétes pólusokat kötöttük össze. FFII/14.

### További feladatok

37. Egy 180 cm magas ember 5 km/h sebességgel egyenes vonalon halad el a 4,8 m magasságban levő lámpa alatt. Mekkora sebességgel és gyorsulással mozog az ember árnyékának végpontja a földön?

38. Két ember megy egymással szemben 96 m távolságból. Az egyik sebessége 1,2 m/s, a másiké 2 m/s. Egy légy röpköd az egyik ember orráról a másikéra 5 m/s sebességgel. Mennyi utat tesz meg, míg a két ember találkozik?
39. Egy pont mozgását az  $x(t) = a \cos(\omega t)$ ,  $y(t) = a \cos(3\omega t)$  függvények írják le.  $a = 10$  cm,  $\omega =$  állandó. (A pont az xy síkban mozog.) Állítsuk elő a pálya egyenletét  $y = f(x)$  alakban. Hol metszi a pályagörbe az x tengelyt? Mely pontokban lesz a sebesség párhuzamos az x tengellyel?
40. Egy vonat 20 m/s sebességgel egyenletesen halad, a menet-ellenállási tényező 0,01. Valamely pillanatban az 500 t tömegű szerelvényről leszakad egy 100 t tömegű rész, a vezető változatlan marad. Milyen messze van egymástól a vonat két része abban a pillanatban, amikor a leszakadt kocsik megállnak?
41. A  $\pi/3$  hajlásszögű lejtőn fekvő test tömege 0,5 kg, a szabadon függőé 1 kg. A magára hagyott rendszer a gyorsulással mozog. Ha az 1 kg tömegű testet helyezük a lejtőre, és a másik lóg szabadon, a rendszer gyorsulása  $a/2$ . A lejtő és a testek bármelyike között a súrlódási tényező  $\mu$ . Számítsuk ki  $\mu$  értékét. (Az állócsiga kicsiny és súrlódás nélkül forog.)
42. A  $6 \cdot 10^{24}$  kg tömegű Föld körül körpályán keringő  $7,2 \cdot 10^{22}$  kg tömegű Holdnak a Föld középpontjára vonatkozó impulzusmomentuma  $2,8 \cdot 10^{34}$  kgm<sup>2</sup>/s. Számítsuk ki a Hold összes mechanikai energiáját. (A gravitációs állandó  $6,7 \cdot 10^{-11}$  m<sup>3</sup>/kgs<sup>2</sup>).
43. Az Egyenlítő mentén épült vasútvonalon két mozdony halad ellenkező irányban, egyaránt 72 km/h pályasebességgel. Mindkét mozdony tömege 25 t. A Föld forgása következtében a két mozdony nem egyforma erővel nyomja a síneket (Eötvös-hatás). Melyik fejt ki nagyobb nyomóerőt, és mekkora a két nyomóerő különbsége?
44. 25 N/m direkción erejű rugó felső végét rögzítjük, az alsóhoz 1 kg tömegű testet erősítünk. Ezt a testet úgy támasztjuk alá, hogy a rugó feszültségmentes legyen. A  $t = 0$  pillanatban az alátámasztást lökés nélkül eltávolítjuk. Hogyan változik a rugó megnyúlása az idő függvényében?
45. Higanysba hosszú üvegcsövet dugunk úgy, hogy 40 cm hosszú darab áll ki belőle. Ezután befogjuk a függőleges helyzetű cső felső végét, és 60 cm-rel följebb húzzuk. Milyen magasan fog állni a 13,6 g/cm<sup>3</sup> sűrűségű higany a csőben, ha a légköri nyomás 1 bar? (277)
46. Sárgaréz-ből készült gömbhéj külső sugara 1 m. Mekkora a falvastagsága, ha félig beme-rülve úszik a vízben? (A sárgaréz sűrűsége 8,5 kg/dm<sup>3</sup>.) (291)
47. Legalább mekkora munkavégzés szükséges ahhoz, hogy egy 2 mm sugarú higanycseppet két egyforma méretű cseppe szakítsunk? A higany felületi feszültsége 0,49 J/m<sup>2</sup>.
48. Az ábrán látható, homogén anyagból készült üreges gömb sugara 20 cm. A test a vázolt helyzetben vízben lebeg (a víz nem tud behatolni a gömb alakú üregbe). Mekkora a test anyagának sűrűsége? Mekkora forgatónyomaték hat az üreges gömbre, ha az OO' egyenes vízszintes helyzetű? (317)



49. Vízszintes tengelyű hőszigetelt hengert egy súrlódásmentes, hőszigetelt dugattyú két részre oszt. Az egyik,  $3 \text{ dm}^3$ -es részben  $400 \text{ kPa}$  nyomású, a másik részben - ennek térfogata  $5 \text{ dm}^3$  -  $300 \text{ kPa}$  nyomású argongáz van. A dugattyút elengedjük. Mekkora lesz a nyomás az egyensúly beálltakor? (H/2)
50. Számítsuk ki a normál állapotú levegő sűrűségét, felhasználva, hogy a levegő tömegének  $2/9$  része oxigén,  $7/9$ -e pedig nitrogén. (Az oxigén móltömege  $32 \text{ g/mol}$ , a nitrogéné  $28 \text{ g/mol}$ .) (H/13)
51.  $0,1 \text{ MPa}$  nyomású,  $5 \text{ dm}^3$  térfogatú egyatomos gáz eredeti térfogata kétszeresére tágul ki úgy, hogy közben belső energiája nem változik. Ezután állandó nyomáson ismét  $5 \text{ dm}^3$ -re komprimáljuk, majd e térfogaton visszavisszük a kiinduló állapotba. Összesen mennyi munkát végez a gáz? Mennyi hőt vesz fel az izenergikus és az izosztér szakaszban együttevve? (H/7)
52. Hányszor nagyobb a két proton között fellépő elektromos taszítóerő a gravitációs vonzóerőnél? A proton tömege  $1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ , töltése  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , a gravitációs állandó  $6,7 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg}^2$ . FFII/1.
53. Egyenlő szárú háromszög alapja  $10 \text{ cm}$ , magassága  $12 \text{ cm}$ . Az alap végpontjaiban  $0,5 \mu\text{C}$ -os töltések ülnek. Mekkora erő hat a harmadik csúcsba helyezett  $0,1 \mu\text{C}$  töltésű pont-  
ra? FFII/7.
54. Két egyforma fémgolyócskát azonos mértékben feltöltünk, majd  $l$  hosszúságú selyemfonalakkal közös pontban felfüggesztjük őket. A golyók egymástól  $d \ll l$  távolságra állapodnak meg. Az egyik gömbről elvezetjük a töltést. Mekkora lesz a két golyócska távolsága az új egyensúlyi helyzetben? FFII/3.
55. Azonos hosszúságú szigetelő fonalakkból és egyforma fémgolyócskákból két, közös pontban felfüggesztett ingát készítünk. A rendszer elektromos töltést kap, s a fonalak  $60^\circ$ -os szögben szétállnak. A golyókat petróleumba merítve a fonalak szöge  $54^\circ$ -ra csökken. Mekkora a fém sűrűsége, ha a petróleum relatív permittivitása  $2$ , sűrűsége pedig  $0,8 \text{ g/cm}^3$ ? FFII/4.
56. Egy  $5 \mu\text{F}$ -os kondenzátor átütési feszültsége  $200 \text{ V}$ , egy  $20 \mu\text{F}$ -osé pedig  $100 \text{ V}$ . Legfeljebb mekkora feszültség kapcsolható a két kondenzátor sorba kötésével előállított telepre? FFII/15.

## Írásbeli vizsgakérdések

1. A sebesség definíciója  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$
2. A gyorsulás definíciója  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$
3. A gyorsulás természetes koordinátái (1)  $\vec{a} = \dot{v}\vec{t} + \frac{v^2}{\rho}\vec{n}$
4. Sebesség és gyorsulás Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszerben (2)  
 $\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$ ,  $\vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$
5. Sebesség henger koordináta-rendszerben (1)  $\vec{v} = \dot{\rho}\vec{e}_\rho + \rho\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi + \dot{z}\vec{k}$
6. Erőaxióma (2)  $\dot{\vec{p}} = \vec{F}$ ,  $m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}$
7. Erőaxióma, állandó tömeg esetén, derékszögű koordináta-rendszerben, x-komponens (1)  $m\ddot{x} = F_x(\vec{r}, \vec{v}, t)$
8. Akció-reakció tétele (1)  $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$
9. A munka definíciója (1)  $W_{1,2} = \int_{1,2} \vec{F} d\vec{r}$
10. A pillanatnyi teljesítmény (1)  $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$
11. A munka számolása a pillanatnyi teljesítmény segítségével (1)  $W_{1,2} = \int_{1,2} \vec{F} \vec{v} dt$
12. Konzervatív mezőben egy zárt görbén végzett munka (1)  $\oint_{1,2} \vec{F} d\vec{r} = 0$
13. Munkatétel (1)  $W_{1,2} = T_2 - T_1$ ,  $T = \frac{1}{2}mv^2$
14. Teljesítmény tétel (1)  $P = \frac{dT}{dt}$ ,  $T = \frac{1}{2}mv^2$
15. Mechanikai energiatétel konzervatív mezőben (1)  $E = T + V = \text{állandó}$
16. Mechanikai energiatétel, ha nem-konzervatív erők is vannak (1)  $W_{1,2}^{nk.} = E_2 - E_1$
17. Rugalmas erő erőtvénye (1)  $F_x = -Dx$
18. Lineáris csillapítatlan szabad rezgés mozgásegyenlete (1)  $m\ddot{x} = -Dx$
19. Lineáris csillapítatlan szabadrezgés kitérés-idő függvénye (1)  $x(t) = A \sin(\omega_0 t + \delta)$
20. Lineáris csillapított szabad rezgés mozgásegyenlete (1)  $m\ddot{x} = -Dx - K\dot{x}$
21. Lineáris gyengén csillapított szabadrezgés kitérés-idő függvénye (1)  $x(t) = C e^{-\alpha t} \sin(\gamma t + \delta)$
22. Gerjesztett lineáris rezgés mozgásegyenlete (1)  $m\ddot{x} = -Dx - K\dot{x} + F_0 \cos \omega t$
23. Gerjesztett lineáris rezgés kitérés-idő függvénye (1)  $x(t) = A \sin(\omega t - \delta)$
24. Kontinuitási egyenlet integrális és differenciális alakja (2)  $\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = -\oint_A \rho \vec{v} d\vec{A}$ ,  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0$
25. Kontinuitási egyenlet vékony áramcsőre (1)  $\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$
26. Bernoulli-egyenlet (1)  $p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{állandó}$
27. Hidrosztatikai nyomás (1)  $p = p_0 + \rho gy$
28. Hőtan I. főtétele, elemi és véges folyamatra (2)  $dE = \delta Q + \delta W$ ,  $\Delta E_{1,2} = Q + W$



29. Kvázisztatikus térfogatimunka (1)  $W_{12} = -\int_{V_1}^{V_2} p dV$

30. Ideális gáz belső energiája (1)  $E = \frac{f}{2} pV = \frac{f}{2} NkT$

31. Az ekviparició tétele (1)  $\bar{\varepsilon}_x = \frac{1}{2} kT$

32. Ideális gáz állapotegyenlete (2)  $pV = NkT$ ,  $pV = \frac{m}{M} RT$

33. Poisson egyenlet (1)  $pV^\kappa = \text{állandó}$

34. Termikus hatásfok definíciója (1)  $\eta = \frac{W'}{Q_{be}}$

35. Carnot-ciklus termikus hatásfoka (1)  $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

36. A Clausius egyenlőtlenség (1)  $\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$

37. Szilárdtestek lineáris és térfogati hőtágulása (2)  $l = l_0(1 + \alpha \Delta T)$ ,  $V = V_0(1 + \beta \Delta T)$

38. Coulomb-törvény (1)  $\vec{F} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \vec{e}_r$

39. Elektromos térerősség definíciója (1)  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$

40. Két pont közötti potenciál különbség (1)  $U_{1,2} = \int_{1,2} \vec{E} d\vec{s}$

41. Az elektrosztatika I. alaptörvénye, integrális és differenciális alak (2)  $\oint_c \vec{E} d\vec{s} = 0$ ,  $\nabla \times \vec{E} = 0$

42. Elektromos térerősség és potenciál kapcsolata (1)  $\vec{E} = -\text{grad}U = -\nabla U$

43. Ponttöltés elektromos tere és potenciálja (2)  $\vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \vec{e}_r$ ,  $U = k \frac{Q}{r}$

44. Az elektromos indukcióvektor definíciója (1)  $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

45. Lineáris anyagegyenlet (kapcsolat az elektromos indukció és az elektromos térerősség között) (1)  $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$

46. Az elektrosztatika Gauss-törvénye, integrális és differenciális alak (2)  $\oint_A \vec{D} d\vec{A} = Q$ ,  $\nabla \cdot \vec{D} = \rho$

47. Határfeltételek az elektrosztatikában (2)  $E_{t1} = E_{t2}$ ,  $D_{n2} - D_{n1} = \sigma$

48. Kapacitás definíciója (1)  $C = \frac{Q}{U}$

49. Síkkondenzátor kapacitása (1)  $C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$

50. A kondenzátor energiája (1)  $W = \frac{1}{2} CU^2$

51. Az elektromos mező energiasűrűsége (1)  $w = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E}$

52. Elektromos áramsűrűség (szállítási és vezetési) (1)  $\vec{J} = \rho \vec{v} + \vec{j}$

53. Áramsűrűség nyugvó vezető kristályban (1)  $\vec{j} = -en_e \vec{v}_e$

54. Töltésmegmaradás törvénye, integrális és differenciális alak (2)  $\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = -\oint_A \vec{J} d\vec{A}$ ,  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$

55. Elektromotoros erő (1)  $\mathcal{E}_{-,+} = \int_{-,+} \vec{E}^* d\vec{s}$

56. A stacionárius elektromos mező második alaptörvénye (2)  $\oint_A \vec{J} d\vec{A} = 0, \quad \nabla \vec{J} = 0$

57. Differenciális Ohm-törvény (1)  $\vec{j} = \gamma(\vec{E} + \vec{E}^*)$

58. Ohm törvény integrális alakja (1)  $R = \frac{U}{I} = \frac{\int \vec{E} d\vec{r}}{\int_A \vec{J} d\vec{A}}$

59. Vékony vonalas vezető ellenállása (1)  $R = \rho \frac{l}{A}$

60. Ohm-törvény teljes áramkörre (1)  $\mathcal{E} = I(R + r)$

61. Kirchoff-törvények, csomóponti és hurok törvény (2)  $\sum_{i=1}^n I_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n U_i = 0$

62. Wheatstone-féle hídkapcsolás ismeretlen ellenállása (1)  $R_x = R_2 \frac{R_4}{R_3}$

63. Joule-törvény integrális alakja (1)  $P_{1,2} = U_{1,2} I$