

ÜTEMTERV
Lineáris algebra numerikus módszerei
c. tárgyhoz (GEMAK231B, GEMAK231-B)
BSc programtervező informatikus alapszakok számára
Óraszám: heti 2+2, (aláírás+gyakorlati jegy, 4 kredit)
2019/20-as tanév I. félév.

- 1 - 2. hét:** Lebegőpontos számábrázolás, kerekítés, hibák, klasszikus hibaanalízis.
3 - 4. hét: Mátrixok, vektorok, normák, kondíciós számok.
5 - 6. hét: Lineáris egyenletrendszerek megoldása, Gauss elimináció (algoritmus, műveletigény, részleges és teljes főelem választás)
7. hét: *Oktatási szünet*
8. hét: *1. zárthelyi dolgozat megírása*
9. hét: LU-felbontás, Cholesky-felbontás,
10. hét: Legkisebb négyzetes közelítések.
11. hét: Sajátértékek feladatok, hatvány-módszer.
12. hét: Lagrange-interpoláció. Hermite- és Spline-interpoláció
13. hét: *2. zárthelyi dolgozat megírása*
14. hét: *Pótzárthelyi dolgozat megírása*

A tárgy lezárásának módja: aláírás és gyakorlati jegy

Az aláírás és a gyakorlati jegy feltétele:

- a gyakorlatokon az előadás anyagából felkészülten való megjelenés
- a gyakorlatokon való **aktív** részvétel,
- két zárthelyi dolgozat legalább elégséges szintű megírása.

A félév során két zárthelyi dolgozat lesz a 8. és 13. héten. A zárthelyi dolgozatok elméleti kérdéseket (tételek, definíciók), számolási feladatokat és egy MATLAB nyelven elkészített programot tartalmaznak.

Elégtelen zárthelyi dolgozat javítására a félév végén, a 14. héten nyílik lehetőség pót zárthelyi dolgozat írásával, melynek anyaga megegyezik azzal, aminek a pótlására szolgál. Ha ez is elégtelen, akkor a vizsgaidőszakban az egész félév anyagából kell zárthelyi dolgozatot írni.

FONTOS tudni !

Akit a zh írása során **nem megengedett eszközök** használata miatt felfüggesztenek, az az így szerzett elégtelen érdemjegyet ebben a félévben **csak szóban**, a tanszékvezető által kijelölt időpontban és általa kijelölt Bizottság előtt pótolhatja.

Miskolc, 2019. szeptember 1.

Dr. Karácsony Zsolt
a tárgy előadója

Miskolci Egyetem

Alkalmazott Matematikai Tanszék

Miskolc, 2018. december 11.

Név:.....

Neptun kód:.....

I.Zárthelyi dolgozat LINEÁRIS ALGEBRA NUMERIKUS MÓDSZEREI című tantárgyból.

A csoport

1. Feladat: Definiálja a következő fogalmakat:

- (a) Nemnulla lebegőpontos számok általános alakja,
- (b) Kivonás művelet abszolút hibakorlátja,
- (c) Felsőháromszög mátrix,
- (d) Mátrix egyes normája.

2. Feladat: Határozza meg a következő lineáris egyenletrendszer együttható mátrixának Frobenius normáját!

$$\begin{array}{rrrrrr} 2x & + & y & - & z & = & 30 \\ 2x & - & 2y & + & 4z & = & -20 \\ 3x & + & 2y & + & z & = & 20 \end{array}$$

3. Feladat: Adottak a következők: $a = 5 \pm 0.2$, $b = 3 \pm 0.1$, $c = 1 \pm 0.4$. Határozza meg a $d = (a + b)(b + c)$ kifejezés abszolút és relatív hibakorlátját!

Írjon MATLAB programot a következő feladatok megoldására!

4. Feladat: Generáljon egy 2×2 -es mátrixot (A), majd számítsa ki az A mátrix végtelen normában!

PONTOZÁS: 1. feladat 2+2+2+2 pont; 2. feladat 2 pont; 3. feladat 2+2; 4. feladat 2+2+2 pont.

ÉRTÉKELÉS: 0–8 pont: elégtelen; 9–11 pont: elégséges; 12–14 pont: közepes; 15–17 pont: jó; 18–20 pont: jeles.

$$1) a) \pm a^2 \left(\frac{m_1}{a} + \frac{m_2}{a^2} + \dots + \frac{m_t}{a^t} \right), \quad a > 1, t > 1, \quad 0 \leq m_i \leq a-1 \quad (i=1, \dots, t)$$

$$b) \delta(a-b) \leq \delta_a + \delta_b$$

$$c) A = \begin{bmatrix} x & x & x & x \\ 0 & x & x & x \\ 0 & 0 & x & x \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad A = \begin{cases} a_{ij} & a_{ii} \quad i \leq j \\ 0 & \text{en} \quad i > j \end{cases}$$

$$d) \|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}| \quad (\text{oszlop norma})$$

$$2) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \|A\|_{Fro} = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2 + 2^2 + (-2)^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2} \\ = \sqrt{44} = 6.6332$$

$$3) d = (a+b)(b+c)$$

$$a = 5, \delta_a = 0.2 \quad \Rightarrow d = (5+3)(3+1) = 8 \cdot 4 = 32$$

$$b = 3, \delta_b = 0.1 \quad \delta d = (a+b) \delta(b+c) + (b+c) \delta(a+b)$$

$$c = 1, \delta_c = 0.1 \quad = 8 \cdot (0.2 + 0.1) + 4 \cdot (0.2 + 0.1) =$$

$$= 8 \cdot 0.3 + 4 \cdot 0.3 = 5.2$$

$$\Rightarrow d = 32 \pm 5.2 \quad \Rightarrow \frac{\delta d}{d} = \frac{5.2}{32} = \underline{\underline{0.1625}}$$

i) két programot alapszám.

II. Zárthelyi dolgozat LINEÁRIS ALGEBRA NUMERIKUS MÓDSZEREI című tantárgyból.
A csoport

1. Feladat: Definiálja a következő fogalmakat:

- (a) Az interpoláció alapfeladata.
- (b) Lagrange-féle alappolinom.
- (c) k -ad fokú és m -ed rendű Spline.
- (d) Normál egyenlet.

2. Feladat: Adottak a következő pontok:

$$(1, 3); (2, 3); (4, 4); (5, 7)$$

Becsülje meg a regressziós egyenes meredekségét és az ún. y -tengelymetszetét!

3. Feladat: Az $y = f(x)$ -ről az alábbi táblázatot ismerjük:

x	1	2	3	4
$f(x)$	2.4	2.6	1.9	1.8
$f'(x)$	0.9	1.8	1.1	2.4

Adja meg az x_4 ponthoz rendelt Lagrange-féle segédfüggvényt!

Írjon MATLAB programot a következő feladatok megoldására!

4. Feladat: Gauss-módszer segítségével határozza meg egy 3×3 -as mátrix inverzének harmadik oszlopát!

PONTOZÁS: 1. feladat 2+2+2+2 pont; 2. feladat 4 pont; 3. feladat 4; 4. feladat 4 pont.

ÉRTÉKELÉS: 0–8 pont: elégtelen; 9–11 pont: elégséges; 12–14 pont: közepes; 15–17 pont: jó; 18–20 pont: jeles.

1. a) Adott pontokra függvény illesztés

$$b) e_i(x) = \prod_{z=1, z \neq i}^n \frac{x - x_z}{x_i - x_z} \quad (i = 1, \dots, n)$$

c) Azt mondjuk, hogy egy Splice k -ad foka, m -ed rendű, ha
 Szakasszonként legfeljebb k -ad foka polinomokból áll, és a
 két bülös pontokban a jobb és bal oldali deriváltak m rendű
 megegyeznek.

$$d) X^T X \beta = X^T y$$

$$2) \begin{array}{c|cccc} X & 1 & 2 & 4 & 5 \\ \hline y & 3 & 3 & 4 & 7 \end{array}$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$X^T X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 12 \\ 12 & 46 \end{bmatrix}$$

$$X^T y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ 60 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a + 12b = 17 \\ 12a + 46b = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1,55 \\ b = 0,9 \end{cases} \Rightarrow y = 1,55 + 0,9x$$

$$3) e_4(x) = \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(4-1)(4-2)(4-3)}$$

$$4) Ax = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ az a programot alapjában}$$