

ÜTEMTERV
Numerikus analízis
c. tárgyhoz (GEMAK241B)

BSc programtervező informatikus alapszakok számára

Óraszám: heti 2+2, (aláírás+kollokvium, 5 kredit)

2019/20-as tanév II. félév.

- 1-3. hét:** Numerikus deriválás, integrálás (Lagrange interpolációval, differenciahányadosokkal, Newton-Cotes formulák, trapéz formulák, Simpson formula, Newton-formula...).
- 4-5. hét:** Nemlineáris egyenletek numerikus megoldása (intervallumfelező eljárás, Newton-módszer, szelőmódszer, érintő és húrmódszer, fixpont iteráció...)
- 6-7. hét:** Lineáris egyenletrendszerek numerikus megoldása, (Jacobi-módszer, Gauss-Seidel módszer)
- 8-9. hét:** Nemlineáris egyenletrendszerek numerikus megoldása (Fixpont iteráció, Newton-Kantorovics módszer, gradiens-módszer...).
- 10-14. hét:** Közönséges és parciális differenciálegyenletek numerikus megoldása (Elsőrendű differenciálegyenletek: Euler-módszer, Taylor-módszer, Runge-Kutte módszerek, Magasabbrendű differenciálegyenletek, egyenletrendszerek...)

A tárgy lezárásának módja: aláírás, kollokvium

Az aláírás feltétele:

- Két zárthelyi dolgozat legalább elégséges szintű megírása.

A félév során két zárthelyi dolgozat lesz a 7. és 13. oktatási héten. A zárthelyi dolgozatok számolási feladatokat és egy MATLAB nyelven elkészített programot tartalmaznak.

Elégtelen zárthelyi dolgozat javítására a félév végén, a 14. héten nyílik lehetőség pótzárthelyi dolgozat írásával, melynek anyaga megegyezik azzal, aminek a pótlására szolgál. Ha ez is elégtelen, akkor a vizsgaidőszakban az egész félév anyagából kell zárthelyi dolgozatot írni.

Miskolc, 2019. szeptember 1.

Dr.Karácsony Zsolt
a tárgy jegyzője

Miskolci Egyetem

Alkalmazott Matematikai Tanszék

Miskolc, 2019.

Név:.....

Neptun kód:.....

Zárthelyi dolgozat NUMERIKUS ANALÍZIS című tantárgyból

1. Newton-módszer segítségével határozza meg a $\sqrt[5]{5}$ értékét $\varepsilon = 10^{-1}$ pontossággal!
2. Adott az alábbi táblázat:

x	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0
$f(x)$	1.25	1.43	1.68	1.57	1.15

Sámítsa ki továbbá a $\int_{-1}^1 f(x)dx$ értékét az összetett Simpson-formula segítségével!

3. Írjon egy MATLAB programokat az előző feladatokra.
4. Adja meg a második derivált leggyakrabban alkalmazott képleteit!

PONTOZÁS: 1. feladat 4 pont; 2. feladat 4 pont; 3. feladat 4 pont; 4. feladat 2 pont.

ÉRTÉKELÉS: 0–5 pont: elégtelen; 6–14 pont: megfelelt.

1) NEWTON módszer: $x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x^5 - 5 \\ x \in [1, 5] \\ f'(x) = 5x^4 \end{array} \right\} \text{vagy} \quad \begin{array}{l} f(1) = -4 \\ f(5) = 5^5 - 5 > 0 \end{array} \quad x_0 = 5$$

$$x_1 = 5 - \frac{5^5 - 5}{5 \cdot 5^4} = 4.0016$$

$$x_2 = 4.0016 - \frac{4.0016^5 - 5}{5 \cdot (4.0016)^4} = 3.2052 \quad \text{hiba } 3.2052 - 2.5736 > 0,1$$

$$x_3 = 3.2052 - \frac{(3.2052)^5 - 5}{5 \cdot (3.2052)^4} = 2.5736$$

$$x_4 = 2.0817 \quad x_5 = 1.7186 \quad x_6 = 1.4895 \quad x_7 = 1.3948$$

hiba = 0.0947 ✓

2) $\int_{-1}^1 f(x) \approx \frac{1}{6} \left[1.25 + 2 \cdot \underbrace{(1.43 + 1.57)}_3 + 4 \cdot 1.68 + 1.15 \right] = \frac{15.12}{6} = \underline{2.52}$

3) Gyakorlatok alapján

$$4) f''(x) = \frac{f(x) - 2f(x+h) + f(x+2h)}{h^2}$$

Riba $O(h^2)$

$$f''(x) \approx \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}$$

Miskolci Egyetem

Alkalmazott Matematikai Tanszék

Miskolc, 2017.

Név:.....

Neptun kód:.....

II. Zárthelyi dolgozat NUMERIKUS ANALÍZIS című tantárgyból

1. Írjon MATLAB programot, amely bekér egy pozitív egész számot (n) majd egy $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mátrixot valamint egy $b \in \mathbb{R}^n$ vektort. Döntse el, hogy alkalmazható-e a mátrixos inga módszer vagy sem!
2. Mikor alkalmazható az inga módszer egyenletrendszerek megoldásánál?
3. Adott az alábbi lineáris egyenletrendszer:

$$\begin{array}{rrcr} 10x_1 & +2x_2 & +2x_3 & = 30 \\ x_1 & +10x_2 & +8x_3 & = 20 \\ -5x_1 & -x_2 & +10x_3 & = 10 \end{array}$$

Határozza meg az $x^{(1)}$ és $x^{(2)}$ közelítő értékét Gauss-Seidel-módszer alkalmazásával, ha $x^{(0)} = (1, 1, 1)$.

4. Tekintsük a következő függvényeket:

$$f_1(x_1, x_2) = x_1^2 x_2 + \frac{e^{2x_1} x_2}{x_1}$$

$$f_2(x_1, x_2) = 3x_1 x_2^2 + \frac{e^{x_2} x_2}{5}.$$

Határozza meg a Jacobi mátrix értékét az $x = (2, 1)$ helyen!

5. Adott az alábbi nem lineáris egyenletrendszer:

$$\begin{array}{rrcr} e^{x_1} & +x_2 & & = 11 \\ x_1^2 & +x_2^3 & & = 1000 \end{array}$$

Határozza meg az $x^{(1)}$ közelítő értékét, ha $x^{(0)} = (0, 1)$.

PONTOZÁS: 1. feladat 3 pont; 2. feladat 1 pont; 3. feladat 3 pont; 4. feladat 3 pont; 5. feladat 4 pont.

ÉRTÉKELÉS: 0–5 pont: elégtelen; 6–14 pont: megfelelt.

1) Ördög programot alapjában

2) Az érő alkalmazható az inga módszer, ha a mátrix tri diagonális

$$\begin{aligned} 3) \quad 10x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 30 & x_1 &= 3 - \frac{2}{10}x_2 - \frac{2}{10}x_3 \\ x_1 + 10x_2 + 8x_3 &= 20 & \Rightarrow x_2 &= 2 - \frac{1}{10}x_1 - \frac{8}{10}x_3 \\ -5x_1 - x_2 + 10x_3 &= 10 & x_3 &= 1 + \frac{5}{10}x_1 + \frac{1}{10}x_2 \end{aligned} \quad x^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x^{(1)} = \begin{bmatrix} 2.6 \\ 0.94 \\ 2.394 \end{bmatrix} \quad x^{(2)} = \begin{bmatrix} 2.3332 \\ -0.1485 \\ 2.1517 \end{bmatrix} \quad x^{(*)} = \begin{bmatrix} 2.5600 \\ -0.0742 \\ 2.2727 \end{bmatrix}$$

$$4) \quad f(x) = \begin{bmatrix} 2x_1x_2 + 2 \frac{e^{2x_1}x_2 \cdot x_1 + e^{2x_1}x_2 \cdot 1}{x_1^2} & x_1^2 + \frac{e^{2x_1}}{x_1} \\ 3x_1^2 & 3x_1 \cdot 2x_2 + \frac{1}{5}(e^{x_1}x_2 + e^{x_2}) \end{bmatrix}$$

$$x = [2, 1] \quad f(2, 1) = \begin{bmatrix} 2 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \frac{e^4 \cdot 1 \cdot 2 + e^4 \cdot 1}{4} & 4 + \frac{e^4}{2} \\ 3 & 6 \cdot 2 + \frac{1}{5}(e \cdot 3) \end{bmatrix}$$

$$5) \quad e^{x_1} + x_2 = 11 \quad x^{(0)} = (0, 1) \\ x_1^2 + x_2^3 = 1000$$

$$f_1 = e^{x_1} + x_2 - 11 \quad f(x) = \begin{bmatrix} e^{x_1} & 1 \\ 2x_1 & 3x_2^2 \end{bmatrix} \quad f(x^{(0)}) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$f_2 = x_1^2 + x_2^3 - 1000$$

$$F(x^{(0)}) = \begin{bmatrix} -10 \\ -999 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 999 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \Delta_1 &= -324 \\ \Delta_2 &= 333 \end{aligned}$$

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \Delta = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -324 \\ 333 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -324 \\ 334 \end{bmatrix}$$