

## ÜTEMTERV – GEMAK266-B

a **Gazdasági és pénzügyi modellek** c. tárgyhoz  
gazdaság- és programtervező informatikus  
2. félév, heti 2+2 óra, kollokvium.

**Előfeltétel: GEMAK251-B.**

Tárgyjegyző: Fegyverneki Sándor

1.hét: Jelenérték, kamat, logreturn, folytonos kamatozás. Lognormális eloszlás. Gy: Az R nyelv felülete, adatstruktúrák, alaputasítások.

2.hét: Pszeudo véletlenszámok generálása: módszerek, algoritmusok, ellenőrzés. Véletlenszámok transzformációja. Monte Carlo módszerek. Gamma-eloszlás. Poisson-folyamat. Gy: Változók tulajdonságai, konverzió, kiválasztás, manipuláció. Függvények. Stats csomag.

3.hét: Optimalizálás és modellillesztés. Regresszió. Gauss- és Weibull-papír. Weibull-eloszlás és tulajdonságai. Gy: Eloszlások. Rajzolás.

4.hét: Hasznossági függvények és alkalmazásai. Döntéelmélet. Többdimenziós eloszlások. Gy: Függvények készítése, paraméterezés. Becslések(maximum likelihood, Cauchy- és Weibull-eloszlás).

5.hét: Biztosítások. Véletlen tagszámú összeg. Bolyongás. Negatív binomiális eloszlás. Gy: Csomagok használata, optimalizálás, regresszió.

6.hét: Élettartam modellek. Halálozási paraméterek és becslésük. Exponenciális, Weibull, Gompertz-Makeham modell. Gy: Táblák használata, túlélési modellek illesztése.

7.hét: Arbitrázs tétel, tulajdonságok. Faktoranalízis. A Markowitz-féle portfólió modell. Gy: Centrális határeloszlás. Faktoranalízis alkalmazása. Markowitz-modell.

8.hét: Portfólió elmélet. CAPM. Tőkepiaci egyenes. Stabil eloszlások. Gy: Stabil eloszlások vizsgálata(generálás, becslés). Tőkepiaci index.

9.hét: Brown-mozgás. Geometriai Brown-mozgás. Gy: Zárthelyi. Folyamatok generálása.

10.hét: Opcióárazási modellek. A Black-Scholes formula. Gy: Pótzárthelyi. Opcióárazás.

A félévvégi aláírás és legalább elégséges vizsga jegy feltétele: A 13. héten egy elégséges szintű feladatmegoldás. A zárthelyi időtartama 60perc, a megoldási szint elégséges, ha legalább elérte a pontok 50 százalékát. Ha nem sikerül, akkor pótlás az utolsó héten.

A vizsga két részből áll: 1. Beugró, amely számítógép melletti feladatmegoldás. 2. Szóbeli vizsga a megadott elméleti és gyakorlati témakörökből.

Akit a félévközi dolgozatok írásakor, a vizsgán vagy aláírás- (gyakorlati jegy) pótláson nem megengedett eszközök használata miatt felfüggesztenek, az ebből a tantárgyból ebben a félévben csak szóban, a tanszék által kijelölt időpontban, a tanszékvezető által kijelölt bizottság előtti vizsgázhat(pótolhat).

ME Matematikai Intézet

Név: .....

Alkalmazott Matematikai Int. Tsz.

Neptun-kód: .....

GAZDASÁGI ÉS PÉNZÜGYI MODELLEK

Javító / Pót zárthelyi dolgozat

2018.05.02.

**Az elkészített *R script*-eket a `matdora@uni-miskolc.hu` e-mail címre küldje el!**

- 1.) Generáljon normális eloszlású véletlen számokat inverz függvény módszerrel! A normális eloszlás várható érték ( $\mu$ ) és szórás ( $\sigma$ ) paramétereit tetszőlegesen választhatja meg. A generált minta alapján adjon becslést az eloszlás várható érték és szórás paramétereire! A generált számokat hisztogramon ábrázolja! (*Tipp: kvantilis függvény alkalmazása.*)

$\hat{\mu} = \dots$

$\hat{\sigma} = \dots$

- 2.) Generáljon véletlen számokat (R-ben is), melynek eloszlása stabilis,  $\alpha = 1.9$  választással. Mutassa be, hogy melyik tanult eloszláshoz hasonlóak: **Az egyik ábrán hisztogramon szemléltesse a generált számokat, a másikon pedig a tényleges eloszlásból generált számokat jelentesse meg!** Az ábrák kialakításához használja a tanult alacsony szintű grafikai lehetőségeket, tegye **egyedivé** az ábráit!

- 3.) Az alábbi táblázat mutatja egy biztosító 10 üzletkötőjének az adott cégnél töltött ideje és az egy év alatt megkötött biztosítások száma közötti kapcsolatára vonatkozó adatai, ahol  $x$  a biztosítónál eltöltött évek számát  $y$  pedig a kötött biztosítások számát jelöli.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	1.8	3.5	8.3	9.6	10.0	12.1	12.2	15.7	14.2	15.7

Vizsgálja meg a cégnél eltöltött idő és az egy év alatt kötött biztosítások száma közötti kapcsolatot, ha a változók között

a) egyenes:  $Y = \beta_0 + \beta_1 X$

Az illesztett modell:  $\hat{Y} = \dots$

melynek hibája: ...

b) logaritmusos:  $Y = \beta_0 X + \beta_1 \log(X)$

Az illesztett modell:  $\hat{Y} = \dots$

melynek hibája: ...

kapcsolatot tételezünk fel. A modelleket grafikusán is szemléltesse! Válassza ki, melyik modell illeszkedik jobban az adatokra, majd azt a modellt felhasználva jelezzen előre: **Várhatóan mennyi biztosítást fog kötni évente az a dolgozó, aki 20 éve dolgozik a cégnél?**

*Egy 20 év tapasztalattal rendelkező dolgozó 90%-os biztonsággal ... darab biztosítást fog kötni.*

- 4.) Egy befektető az egységnyi vagyonát az A,B,C,D és E értékpapírokba fektetheti, melyek megtérülési rátája és kockázata az alábbi táblázatban adottak. Tegyük fel, hogy az egyes értékpapírok hozama egymástól korrelálatlan. Az elvárt hozam 15%! Határozza meg a legkisebb kockázatú optimális portfólió összetételét!

Értékpapír	A	B	C	D	E
Megtérülési ráta	0.13	0.12	0.15	0.11	0.17
Kockázat	0.24	0.41	0.27	0.16	0.33

Értelmezze az eredményt: **Melyik értékpapírba fektesse vagyonának a legnagyobb részét, és melyikbe a legkevesebbet!**

*A kapott súlyok: ...*

*Az .... értékpapírba fektesse pénzének a legnagyobb részét, és a ... értékpapírba a legkevesebbet.*

```

### 1 ###
m=10
s=5
n=10000
u<-runif(n)
x<-qnorm(u,m,s)
sd(x)
mean(x)

hist(x)

### 2 ###

#Stabilis eloszlás generálása: NORMÁLIS

n<-10000;n
eta<-rexp(n,1) #Exp(1) generálása
kszi<-runif(n,-pi/2,pi/2) #U(-pi/2,pi/2) generálása
alpha<-1.9
S<-sin(alpha*kszi)/(cos(kszi)^(1/alpha))*(cos((1-alpha)*kszi)/eta)^((1-alpha)/alpha)
S<-S/(alpha^(1/alpha)) #Standardizálás
x<-rnorm(n) #normális generálása

par(mfrow=c(1,2))
hist(S[S>-4 & S<4],freq=F)
points(seq(-4,4,0.01),dnorm(seq(-4,4,0.01)),col="red",type="l")
hist(x,freq=F)
points(seq(-4,4,0.01),dnorm(seq(-4,4,0.01)),col="red",type="l")

### 3 ###

x<-seq(1,10);x
y<- c(1.8, 3.5, 8.3, 9.6, 10.0, 12.1, 12.2, 15.7, 14.2, 15.7 )
plot(y~x)

model2<-lm(y~x)
c<-coefficients(model2);c
y2<-predict(model2)
h2<-sum((y-y2)^2);h2
abline(model2,col="red")
predict(model2,newdata=data.frame(x=20), level = 0.90)

modell<-lm(y~-1+x+I(log(x)))
b<-coefficients(modell);b
y1<-predict(modell)
h1<-sum((y-y1)^2);h1
points(x,b[1]*x+b[2]*log(x),type="l",col="blue")
predict(modell,newdata=data.frame(x=20), level = 0.90)

### 4###
library(quadprog)
portfolio_fv_2 <- function(data,r,sigma)
{
  n = length(data)
  #Dmat = diag(n)
  Dmat = diag(sigma)
  dvec = rep(0, times=n)
  Amat = cbind(data, rep(1, times=n),diag(n))
  bvec = c(r, 1, rep(0, times=n))
  meq = 2

  portfolio = solve.QP(Dmat, dvec, Amat, bvec, meq)
  weights = round(portfolio$solution, digits = 4)
  list(weights = weights,risk = portfolio$value)
}

```

```
r_opt<-0.15
data<-c(0.13, 0.12, 0.15, 0.11, 0.17)
sigma<-c(0.24, 0.41, 0.27, 0.16, 0.33)
portfolio<-portfolio_fv_2(data,r_opt,sigma) ;portfolio
weights = portfolio$weights*100;weights
```

## SZÓBELI TÉMAKÖRÖK

a Gazdasági és pénzügyi modellek c. tárgyhoz  
GEMAK266-B

1. Jelenérték, kamat, logreturn, folytonos kamatozás. Lognormális eloszlás: definíció, várható érték, szórás, alkalmazás, generálás.
2. Pszeudo véletlenszámok generálása: általános módszerek, kongruenciális generátorok és tulajdonságaik.
3. Véletlenszámok transzformációja. Inverzfüggvény módszer. Elfogadás és elvetés módszere. Egyszerű alkalmazások. Monte Carlo módszerek. Hibaanalízis.
4. Exponenciális eloszlás és generálása. Gamma-eloszlás és generálása kétféle módszerrel. Poisson-folyamat és generálása.
5. Optimalizálás és modellillesztés. Regresszió (lineáris és nemlineáris, linearizálható). Faktoranalízis és alkalmazása.
6. Normális(Gauss) eloszlás egy- és többdimenzióban (várható érték, kovariancia, regresszió, generálás). Gauss-papír.
7. Weibull-eloszlás és tulajdonságai. Weibull-papír.
8. Hasznossági függvények, tulajdonságaik, néhány speciális eset és alkalmazásaik.
9. Becslések: maximum likelihood, robusztus. Néhány optimalizálási modell. Hely-, skála- és alakparaméter. Eloszlások típusa. Példa: normális eloszlás, Cauchy-eloszlás,  $t$ -eloszlás és Weibull-eloszlás.
10. Biztosítási modellek alapjai. Véletlen tagszámú összeg (egyedi és kollektív biztosítás, általános modell). Várható érték, szórás, karakterisztikus függvény. Összetett Poisson-eloszlás.
11. Díjkalkulációs elvek és tulajdonságaik. Alkalmazott eloszlások, kárszám és kárnagyság: binomiális, geometriai, negatív binomiális, exponenciális, Pareto, lognormális eloszlás és exponenciálisok keveréke.
12. Élettartam modellek. Túlélésfüggvény, halálozási intenzitás. Exponenciális, Weibull, Gompertz-Makeham modell.
13. Halálozási táblák, paraméterek és becslésük.
14. Portfolió elmélet alapjai. A Markowitz-féle portfolió modell. Egyszerűsítések és általánosítások.
15. Arbitrázs tétel, tulajdonságok.
16. Kockázatos és nem kockázatos befektetés esete. CAPM. Tőkepiaci egyenes.
17. Stabil eloszlások. Stabil eloszlások vizsgálata(generálás, becslés). Alkalmazás.

18. Brown-mozgás. Brown mozgás tulajdonságai és generálása.
19. Geometriai Brown-mozgás. Példa alkalmazásra. A Black-Scholes-Merton modell (a legáltalánosabb eset összetett Poisson folyamattal és lognormális ugrásokkal).