

2019/2020 tanév I. félév
Valószínűség-számítás és matematikai statisztika tárgyból
Tantárgy kód: GEMAK 431B, GEMAK 431-B
Heti ütemterv

a műszaki menedzser és villamosmérnök
hallgatók részére

1. hét: Eseménytér, műveletek eseményekkel, valószínűség-számítási alapfogalmak, a valószínűség-számítás axiómái.
- 2-3. hét: Klasszikus valószínűségi mező , feltételes valószínűség, események függetlensége, teljes valószínűség tétele, Bayes-tétel. Valószínűségi változók, eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény.
4. hét: Valószínűségi változók transzformáltjai. Valószínűségi változók numerikus jellemzői (várható érték, szórásnégyzet).
5. hét: Nevezetes eloszlások (Binomiális, Poisson, Geometriai, Egyenletes, Exponenciális).
- 6-7. hét: Normális eloszlás, Cauchy eloszlás, (Lokális) Moivre-Laplace tétel. Generátorfüggvény, majdnem mindenütti konvergencia. Többdimenziós eloszlások. Feltételes eloszlás- és sűrűségfüggv, konvolúció.
- 8.hét: Zárthelyi dolgozat I.
9. hét: Markov és Csebisev egyenlőtlenségek , A nagy számok gyenge és erős törvényei, Centrális határeloszlás-tételek, Borel-Cantelli lemma, Kolmogorov-egysor tétel. Statisztikai mező, a minta, mintavételi eljárások, rendezett mintákra vonatkozó eloszlástételek, Glivenko tétele.
- 10.hét: Pontbecslések, a becslés módszerei.
- 11.hét: A becslés tulajdonságai, Cramér-Rao egyenlőtlenség, intervallumbecslés. Szórásanalízis
- 12.hét: Hipotézisvizsgálat, egyenletesen legjobb próbák, paraméteres és nemparaméteres próbák, Cramér-Rao egyenlőtlenség, Rao-Blackwell – tétel, a korreláció- és regresszióanalízis elemei.
- 13.hét: Zárthelyi dolgozat II.
- 14.hét.: Zárthelyi dolgozatok pótlása.

Félév lezárása: aláírás + gyakorlati jegy

Az aláírás feltétele:

- a gyakorlatokon az előadás anyagából felkészülten való megjelenés
- a gyakorlatokon való **aktív** részvétel,
- 2 db, legalább elégséges szintű zárthelyi dolgozat megírása.

Aláírás végleges megtagadásának feltétele:

- nem írja meg valamelyik zh-t, sem annak pótlását.

A zárthelyi dolgozatok megírására a 8.(44.) és 13.(49) héten kerül sor, 60-60 perc terjedelemben. A dolgozatokban 5 elméleti és 3 gyakorlati feladat szerepel. A dolgozat elégtelennek minősül, ha az elméleti kérdésekből legalább 1 helyes megoldás nem szerepel.

Pontozás: elméleti kérdések 1 pontot, a feladatok 2 illetve 3 pontot érnek.

Kiértékelés: 1-4 pont: elégtelen, 5-6 pont: elégséges, 7-8 pont: közepes, 9-10 pont: jó, 11-12 pont: jeles.

Elégtelen dolgozatok javítása pótzárthelyi írásával történik, melyre a 14.(49.) héten kerül sor és anyaga megegyezik annak a zh.-nak az anyagával, amelyiknek a pótlására szolgál.

A gyakorlati jegy - az aláírás megszerzése esetén – a két dolgozat átlaga.

FONTOS tudni !

Akit a zh írása során ***nem megengedett eszközök*** használata miatt felfüggesztenek, az így szerzett elégtelen érdemjegyet ebben a félévben ***csak szóban***, a tanszékvezető által kijelölt időpontban és általa kijelölt Bizottság előtt pótolhatja.

Javasolt jegyzetek, könyvek:

Raisz Péter: Valószínűségszámítás, Miskolci Egyetemi Kiadó 2004.

Denkinger Géza: Valószínűségszámítási gyakorlatok, Tankönyvkiadó

Lukács Ottó: Matematikai statisztika példatár, Műszaki Könyvkiadó

Fazekas István: Bevezetés a matematikai statisztikába, Debreceni Egyetem, 2005

Fegyverneki Sándor: Valószínűségszámítás és matematikai statisztika

(http://www.uni-miskolc.hu/~matfs/FS_HEFOP_jegyzet_01.pdf)

Rényi Alfréd, Valószínűségszámítás, Tankönyvkiadó, 1968

Dr. Karácsony Zsolt
a tárgy előadója

Miskolc, 2019. szeptember 1.

Miskolci Egyetem

Alkalmazott Matematikai Tanszék

A csoport

Miskolc, 2014. október 14.

Név:.....

Neptun kód:.....

I. zárthelyi dolgozat VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS ÉS MATEMATIKAI STATISZTIKA című tantárgyból.

1. Feladat Definiálja a következő fogalmakat:

- (a) σ -algebra,
- (b) Eloszlásfüggvény,
- (c) Örökifjú tulajdonság.

2. Feladat Mondja ki és bizonyítsa be a következő tételt:

Teljes valószínűség-tételét.

3. Feladat Egy folytonos eloszlású, ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye az alábbi:

$$f(x) = \begin{cases} A \cdot \cos(x), & \text{ha } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{különben} \end{cases}.$$

Határozzuk meg a ξ eloszlásfüggvényét és várható értékét!

4. Feladat Egy hallgató tanulásra fordított idejének 30%-ában matematikát, 20%-ában nyelvet, egyébként más tárgyat tanul. Matematika tanulás közben 0.5, nyelvtanulás közben 0.3, egyéb tárgyak tanulása közben 0.4 valószínűséggel bámul ki az ablakon. "Tanulás" közben barátunk az ablakon bámul ki. Mi a valószínűsége, hogy most éppen nyelvet "tanul"?

5. Feladat A meteorológusok szerint holnap 0.24 valószínűséggel lesz eső és 0.43 valószínűséggel lesz szél. Ha lesz eső, akkor 0.69 valószínűséggel szél is lesz. Mennyi a valószínűsége annak, hogy ha szél lesz, eső is lesz?

PONTOZÁS: 1. feladat 3 pont; 2. feladat 2 pont; 3. feladat 3 pont; 4. feladat 2 pont; 5. feladat 2 pont.

(A dolgozat elégtelennek minősül, ha az elméleti kérdésekből legalább 1 helyes megoldás nem szerepel.)

ÉRTÉKELÉS: 0–4 pont: elégtelen; 5–6 pont: elégséges; 7–8 pont: közepes; 9–10 pont: jó; 11–12 pont: jeles.

1,2 Oral anyag alapján

$$\underline{3)} f(x) = \begin{cases} A \cos(x) & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{különben} \end{cases} \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$A \int_0^{\pi/2} \cos x dx = A [\sin x]_0^{\pi/2} = \underline{A = 1}$$

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt = \int_0^x \cos(t) dt = [\sin t]_0^x = \sin x$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x < 0 \\ \sin x & \text{ha } x \in [0, \pi/2] \\ 1 & \text{ha } x > \pi/2 \end{cases}$$

$$E(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_0^{\pi/2} x \cos x dx$$

$$= [x \sin x]_0^{\pi/2} + [\cos x]_0^{\pi/2} = 0.5708$$

4 $P(MA) = 0.3$ $P(AB|H) = 0.5$
 $P(MDU) = 0.2$ $P(AB|M) = 0.3$
 $P(MDS) = 0.5$ $P(AB|MS) = 0.4$

~~$P(MA|AB) = ?$~~

~~$P(MDU|AB) = ?$~~ $\Rightarrow P(AB) = P(AB|H) \cdot P(H) + P(AB|M) \cdot P(M) + P(AB|MS) \cdot P(MS)$

$$= 0.5 \cdot 0.3 + 0.3 \cdot 0.2 + 0.4 \cdot 0.5 = 0.41$$

$$P(M|AB) = \frac{P(M) \cdot P(AB|M)}{P(AB)} = \frac{0.2 \cdot 0.3}{0.41} = 0.1463$$

5 $P(ESD) = 0.24$

$$P(Steel) = 0.43$$

$$P(Steel|ESD) = 0.69$$

$$P(ESD|Steel) = \frac{P(ESD) \cdot P(Steel|ESD)}{P(Steel)} = \frac{0.24 \cdot 0.69}{0.43} = \underline{0.3851}$$

Miskolci Egyetem

Alkalmazott Matematikai Tanszék

A csoport

Miskolc, 2015. január 9.

Név:.....

Neptun kód:.....

Zárthelyi dolgozat VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS ÉS MATEMATIKAI STATISZTIKA című tantárgyból.

1. Feladat Definiálja a következő fogalmakat:

- (a) Asszimptotikusan torzítatlan becslés
- (b) Steiner-formula
- (c) Kétmintás U-próba
- (d) Örökifjú tulajdonság.

2. Feladat Mondja ki a matematikai statisztika alaptételét!

3. Feladat Az A és B állandók mely értékére lehet az

$$F(x) = A + B \cdot \arctg(x)$$

eloszlásfüggvény? Határozza meg a $P(-1 < \xi < 1)$ értékét is!

4. Feladat Hány nyolcjegyű szám készíthető 1db 0, 3db 7-es, és 4 db 9-es számjegyekből?

5. Feladat Készítsen 95%-os kétoldali konfidencia-intervallumot a várható értékre a következő normális eloszlásból származó mintára!

4.0, 6.7, 2.8, 5.3, 9.0.

PONTOZÁS: 1. feladat 4 pont; 2. feladat 1 pont; 3. feladat 3 pont; 4. feladat 2 pont; 5. feladat 2 pont.

(A dolgozat elégtelennek minősül, ha az elméleti kérdésekből legalább 1 helyes megoldás nem szerepel.)

ÉRTÉKELÉS: 0–4 pont: elégtelen; 5–6 pont: elégséges; 7–8 pont: közepes; 9–10 pont: jó; 11–12 pont: jeles.

Felhasználható adatok: $U_{kritikus}(95\%) = 1,96$, $t_3(95\%) = 3,1824$, $t_4(95\%) = 2,7764$, $t_5(95\%) = 2,5706$.

1,2, Orakl amayag alapjdw.

3) $F(x) = A + B \cdot \arctan x$

elm $F(x) = 0$ $A + B \arctan(-\infty) = 0$

$A - B \frac{\pi}{2} = 0$

$x \rightarrow -\infty$

$A + B \frac{\pi}{2} = 1$

elm $F(x) = 1$

$A + B \arctan(+\infty) = 1$

$x \rightarrow +\infty$

$2A = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = B \frac{\pi}{2} \Rightarrow B = \frac{1}{\pi}$

$P(-1 < S < 1) = F(1) - F(-1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \underbrace{\arctan 1}_{\frac{\pi}{4}} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \underbrace{\arctan(-1)}_{-\frac{\pi}{4}} \right) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

4) $\begin{matrix} 1000 & 8! & 7! \\ 3007 & 11314! & 3141 \end{matrix} = 245$

5) $\begin{matrix} 2.8 \\ 4.0 \\ 5.3 \\ 6.7 \\ 9 \end{matrix} \quad \bar{X} = 5.56 \quad \left(\bar{X} - t_{\alpha/2} \frac{s_n^*}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\alpha/2} \frac{s_n^*}{\sqrt{n}} \right)$

$n = 5$

$s_n^{*2} = \frac{1}{4} \left[(5.56 - 2.8)^2 + (5.56 - 4)^2 + (5.56 - 5.3)^2 + (5.56 - 6.7)^2 + (5.56 - 9)^2 \right]$
 $= \frac{23.252}{4} = 5.813 \Rightarrow s_n^* = 2.411$

$t_{\alpha/2} = t_n = 2.7764$

$m \in \left[5.56 - 2.7764 \cdot \frac{2.411}{2.236}, 5.56 + 2.7764 \cdot \frac{2.411}{2.236} \right]$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{2.9937}$

$m \in [2.5663; 8.5537]$