0-19 (1)
20-27 (2)
28-34 (3)
35-41 (4)
42-50 (5)

Miskolci Egyetem

Analízis Tanszék

Miskolc, 2018. május 30.

**Név:**..........................................

Neptun kód:..........................................

**Szigorlati zárthelyi dolgozat (GEMAN138-B)**
Nappali tagozatos hallgatók részére

1. Mi az elegendő feltétele annak, hogy az $f$ függvénynek az $x_0 \in D_f$ helyen *lokális szélsőértéke* legyen? Milyen feltétel(ek) esetén van az $f$ függvénynek az $x_0$ helyen lokális maximuma, ill. minimuma? **(2 pont)**

2

2. Határozza meg azt a $k \in \mathbb{R}$ értéket, amelyre az

$$f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}, \qquad f(x) = x - kx^{-1}$$

függvénynek lokális maximuma van az $x_0 = -2$ helyen! **(3 pont)**

$$f'(x) = 1 + \frac{k}{x^2} \quad (1)$$

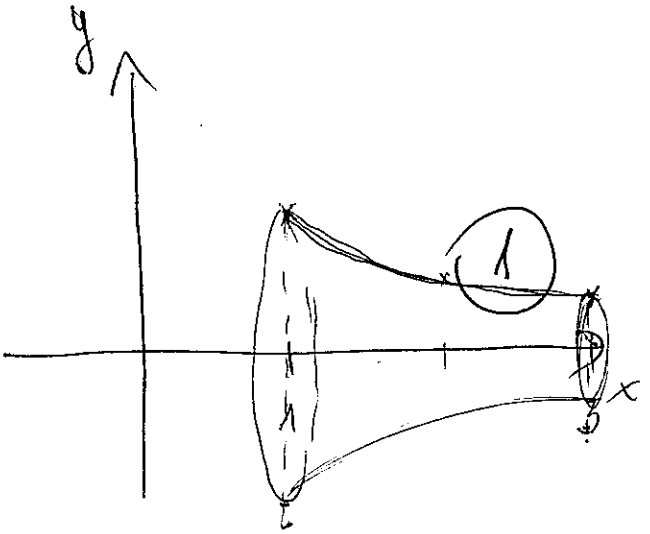
$$f'(-2) = 0 = 1 + \frac{k}{4} \Rightarrow \boxed{k = -4} \quad (1)$$

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$$

$$f''(x) = \frac{8}{x^3}$$

$f''(-2) = -1$, így $x = -2$-ben a fgv.-nek lok. maximuma van. (1)

3. Számítsa ki annak a forgástestnek a térfogatát, amelyet az $xy = 1$ hiperbola, az $x = 1$, az $x = 3$ és az $y = 0$ egyenesek álatal határolt véges síktartomány $x$-tengely körüli forgatásával nyerhetünk! Készítsen vázlatot! **(5 pont)**




$$V_x = \pi \cdot \int_a^b f^2(x)\,dx$$

1

G

$$V_x = \pi \cdot \int_1^3 \frac{1}{x^2}\,dx = \pi \cdot \left[\frac{x^{-1}}{-1}\right]_1^3 = (-\pi)\cdot\left(\frac{1}{3} - 1\right) =$$

1 1

$$= \frac{2}{3}\pi$$

1

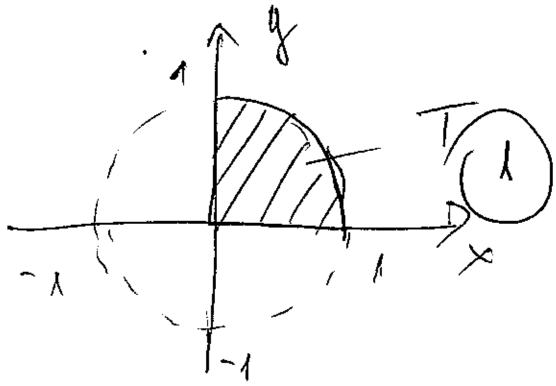
4. Határozza meg az

$$f(x,y)=\sqrt{(x^2+y^2)^5}$$

kétváltozós függvény kettős integrálját a

$$T=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1, x\ge 0, y\ge 0\}$$

tartományra! Vázolja a $T$ tartományt! **(5 pont)**




$$\int_{x=0}^{1}\int_{y=0}^{\sqrt{1-x^2}}(x^2+y^2)^{\frac{5}{2}}\,dy\,dx=\int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}}\int_{r=0}^{1} r^5\cdot r\,dr\,d\varphi=$$

1 1

$$=\frac{\pi}{2}\cdot\left[\frac{r^7}{7}\right]_0^1=\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{7}=\underline{\underline{\frac{\pi}{14}}}$$

1 1

5. Írja fel a *Bernoulli-féle differenciálegyenlet* általános alakját, majd ismertesse a megoldás lépéseit! **(5 pont)**

5

6. Oldja meg az

$$y'' - 8y' + 16y = 9e^x$$

differenciálegyenletet! Adja meg a differenciálegyenlet típusát! **(5 pont)**

Másodrendű, állandó együtthatójú, inhomogén lineáris d.e.

H.e.: $y'' - 8y' + 16y = 0$ 1 $y = e^{rx}$

$K(r) = r^2 - 8r + 16 = 0$

$(r-4)^2 = 0$

$r_{1,2} = 4$

$y_1 = e^{4x}$ 1 $y_2 = xe^{4x}$

$y_{h.á.} = c_1 e^{4x} + c_2 x e^{4x}$; $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$

$y_{inh.p.} = Ae^x$ 1

$y' = Ae^x$

$y'' = Ae^x$

Vh: $Ae^x - 8Ae^x + 16Ae^x = 9e^x$

$e^x$: $9A = 9$

$\boxed{A = 1}$

$y_{inh.p.} = e^x$ 1

$y_{inh.á.} = y_{h.á.} + y_{inh.p.} = c_1 e^{4x} + c_2 x e^{4x} + e^x$,

1 $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

Szigorlati vizsgazárthelyi dolgozat
Diszkrét Matematikából (2019)

Név:.................................................... Kód..........................................

**1.** (a) Határozza meg úgy az $x \in \mathbb{R}$ számot, hogy az $\overline{a} = (1, 2, 1)$, $\overline{b} = (3, 0, 4)$, $\overline{c} = (4, 2, x)$ vektorok $(\mathbb{R}^3, +, \mathbb{R})$ térnek egy bázisát alkossák. Válaszát indokolja. (2p)
(b) $x \in \mathbb{R}$ milyen értéke esetén lesz merőleges $\overline{a}$ a $\overline{c}$ vektorra? (1p)
(c) Írja fel mátrixos alakban (a $\mathcal{B}_1 = \mathcal{B}_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$ bázispárra nézve) az

$$L : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ L(x, y) = (2x + y,\ x - y)$$

lineáris transzformációt és írja fel az $L^{-1}$ inverzét vektoriális alakban. (2p+3p)

**2**. Bontsa fel lineáris tényezők szorzatára $\mathbb{C}$-felett a $P(x) = x^6 - 16x^2$ polinomot. (3p)

**3**. Az $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ halmazon adottak a
$\rho = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 3), (5, 6), (6, 1)\}$ és az
$R = \{(1, 4), (2, 1), (3, 5), (3, 6), (4, 3), (5, 1), (6, 5)\}$ bináris relációk.
(a) Adja meg a relációk gráfjait. (1p)
(b) Számítsa ki a $\left(R \circ \rho^{-1}\right) \cap R^2$ relációt. (4p)
(c) Jelöljük $D(36)$-al 36 pozitív egész osztóit és $n, m \in \mathbb{N}$ számok esetén $n \trianglelefteq m$-el azt ha az $n$ osztja az $m$ számot.
Adjuk meg a $(D(36, \trianglelefteq)$ háló Hasse diagramját. (2p)

**4.** A $G = (V, E)$ gráf nem tartalmaz sem hurokélt sem többszörös élt, $\mid V \mid = 9$ és minden pontjánaknak a fokszáma legalább 5. Igazolja hogy:
(a) $G$ éleinek a számára teljesül: $23 \leq \mid E \mid \leq 36$. (2p)
(b) $G$ tartalmaz Hamilton kört. (1p)
(c) $G$ nem lehet sem síkgráf sem páros gráf. (2p+2p)

Javítási útm / Szigorlati zárthelyi

3.

**1** (a) A vekt. száma $= 3 = \dim(\mathbb{R}^3)$ ezért

$\{\bar a, \bar b, \bar c\}$ bázis $\mathbb{R}^3$-ben $\Leftrightarrow \{\bar a, \bar b, \bar c\}$ lin. független $\Leftrightarrow \det(\bar a, \bar b, \bar c) \neq 0$. (1p)

$$\det(\bar a, \bar b, \bar c) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \\ 4 & 2 & x \end{vmatrix} = 32 - 2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

$x \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$ (1p)

(b) $\bar a \perp \bar c \Leftrightarrow \bar a \cdot \bar c = 0 \Leftrightarrow 4 + 2 + x = 0 \Leftrightarrow \underline{x = -6}$ (1p)

(c) $L(1,0) = (2,1)$
$L(0,1) = (1,-1)$

$$L(x,y)_B = \overbrace{\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}}^{A} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_B$$ (1p)

$\det(A) = -2 - 1 = -3 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1} \Rightarrow \exists L^{-1} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ (1p)

$A^T = A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ $\quad A^* = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ - & 2 \end{pmatrix}$ (1p) $\quad A^{-1} = \dfrac{A^*}{\det(A)} = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & -2/3 \end{pmatrix}$ (1p)

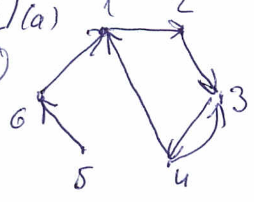
$$L^{-1}(x,y) = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & -2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \Rightarrow L^{-1}(x,y) = \left( \frac{x+y}{3} ; \frac{x-2y}{3} \right)$$ (1p)

vekt. alakban (1p)

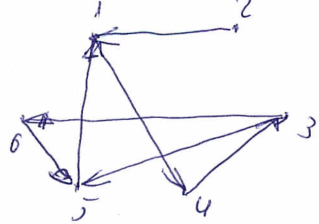
**2** $P(x) = x^2(x^4 - 16) = x^2(x-2)(x+2)(x^2+4) = \underline{x^2(x-2)(x+2)(x+2i)(x-2i)}$

$x^2 + 4 = 0 \to x_1 = -2i, \; x_2 = 2i \qquad (x^2+4) = \underline{(x+2i)(x-2i)}$ (1)

**3** (a) ρ




R




b) $\rho^{-1} = \{(1,4), (1,6), (2,1), (3,2), (3,4), (4,3), (6,5)\}$ (1p)

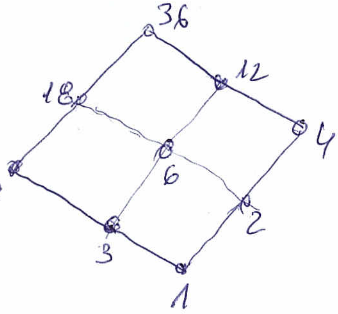
$R \circ \rho^{-1} = \{\underline{(1,3)}, \underline{(2,4)}, (2,6), \underline{(3,5)}, (4,2), (4,4), \underline{(5,4)}, (5,6)\}$ (1p)

$R^2 = R \circ R = \{\underline{(1,3)}, \underline{(2,4)}, (3,1), \underline{(3,5)}, (4,5), (4,6), \underline{(5,4)}, (6,1)\}$ (1p)

$(R \circ \rho^{-1}) \cap R^2 = \{(1,3), (2,4), (3,5), (5,4)\}$ (1p)

(c) $D(36)=\{1,2,3,4,6,9,12,18,36\}$

A Hasse diagram




(2p)

4 (a) Az $a_i$, $i=\overline{1,9}$ pontok fokszámára csak hogy $5\le d(a_i)\le 8$.

Mivel $2|E|=\sum_{i=1}^{9} d(a_i)$ (1), ezért $9\cdot 5\le 2|E|\le 9\cdot 8$

Így $22,5\le |E|\le 36$ azaz $23\le |E|\le 36$ (1p)

(b) Mivel minden $a_i\in V$ pontra $d(a_i)\ge 5\ge \frac{9}{2}=4,5$, ezért Dirac tétele értelmében G tartalmaz Hamilton kört (1p)

(c) Mivel ez az 9 - atat - páratlan hosszúságú kör, ezért G nem lehet páros gráf. (1p)

Ha G síkgráf volna, mivel összefüggő, használhatnánk az $|V|\ge 3$, ezért $|E|\le 3|V|-6$ teljesülne. (1p)

De $|E|\not\le 3\cdot 9-6=21$, mert $|E|\ge 23$ (a) szerint.

**Szigorlati szóbeli kérdések - Analízis**

*Matematika szigorlat GEMAN138B*

1. Írja fel a *Bernoulli-egyenlőtlenséget* és igazolja!
2. Fogalmazza meg a *teljes indukció* elvét!
3. Mikor *felülről ill. alulról korlátos* egy nem üres $A \subset \mathbb{R}$-beli halmaz? Ismertesse az *infimum* és a *supremum* fogalmát!
4. Definiálja a következő fogalmakat: *reláció, reláció értelmezési tartománya, értékkészlete, függvény*!
5. Definiálja a *relációk kompozícióját*! Ismertesse a relációk kompozíciójának inverzéről szóló tételt és bizonyítsa! Mit tud mondani a relációk kompozíciójának asszociativitásáról?
6. Definiálja a *parciális rendezés*, *rendezési reláció* és *ekvivalenciareláció* fogalmmát! Mutasson példát a felsorolt relációkra!
7. Mikor nevezünk egy függvényt *invertálhatónak*?
8. Mikor nevezünk egy függvényt *injektívnek, szűrjektívnek, bijektívnek*? Adjon példát a felsorolt típusokra!
9. Írja fel a valós számok közötti *rendezés és műveletek* kapcsolatára vonatkozó axiómákat!
10. Mit mond ki a *teljességi axióma*?
11. Adja meg a *valós számsorozat* definícióját! Mit jelent az, hogy egy valós számsorozat *korlátos*?
12. Mit ért egy sorozat *részsorozatán*? Adja meg a *torlódási pont* definícióját!
13. Mikor nevezünk egy valós számsorozatot *konvergens*nek? Mit ért nullsorozat alatt? Adjon példát konvergens sorozatra!
14. Mikor nevezünk egy valós számsorozatot *divergens*nek? Adjon példát divergens sorozatra! Divergens sorozat lehet-e korlátos?
15. Adjon szükséges feltételt egy valós számsorozat konvergenciájára! Igazolja az állítást!
16. Írja fel a valós számsorozatokra vonatkozó *rendőr-tétel*t!
17. Milyen állításokat ismer *monoton sorozatok konvergenciájáról*? Mondja ki és igazolja a *monoton sorozatok konvergenciájára* vonatkozó tételeket!
18. Írja fel a konvergens *sorozatok műveleti tulajdonságai*t kimondó tételt és igazolja!
19. Igaz-e, hogy két divergens sorozat összege is divergens? Válaszát indokolja!
20. Fogalmazza meg a *Bolzano-Weierstrass-féle kiválasztási tétel*t!

21. Mikor nevezünk egy valós számsorozatot *Cauchy-sorozat*nak?

22. Fogalmazza meg a sorozatokra vonatkozó *Cauchy-féle konvergencia-kritérium*ot!

23. Milyen *nevezetes sorozatok*at ismer? Adja meg ezen sorozatok határértékét!

24. Adja meg a *végtelen valós számsor* definícióját!

25. Mikor nevezünk egy végtelen valós számsort *konvergens*nek ill. *divergens*nek?

26. Definiálja a mértani sort! Milyen tételt ismer a *mértani sor*ok konvergenciájáról?

27. Fogalmazza meg a sorokra vonatkozó *Cauchy-féle konvergencia kritérium*ot és vázolja a bizonyítás lépéseit!

28. Adjon szükséges feltételt a numerikus sorok konvergenciájára! Bizonyítsa az állítást!

29. Fogalmazza meg a végtelen sorokra vonatkozó *összehasonlító kritériumok*at! Mutassa be példákon keresztül a kritériumok felhasználását!

30. Fogalmazza meg a végtelen sorokra vonatkozó *Cauchy-féle gyökkritérium*ot! Mutassa be példákon keresztül a kritérium felhasználását!

31. Fogalmazza meg a végtelen sorokra vonatkozó *D'Alembert-féle hányadoskritérium*ot! Mutassa be példákon keresztül a kritérium felhasználását!

32. Melyek a *Leibniz-féle sor*ok és milyen kritériumot ismer a konvergenciájukra vonatkozóan! Adjon példát *Leibniz-sor*ra!

33. Mikor nevezünk egy végtelen valós számsort *abszolút konvergensnek, ill. feltételesen konvergensnek*? Adjon példát a felsorolt típusokra!

34. Definiálja a harmonikus sort! Vizsgálja a sort konvergencia szempontjából!

35. Adja meg a *hatványsor* definícióját!

36. Fogalmazza meg a *Cauchy-Hadamard tétel*t!

37. Definiálja hatványsorral az $e^x$, $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{sh} x$ és $\operatorname{ch} x$ függvényeket! Milyen összefüggéseket ismer a felsorolt függvények között?

38. Definiálja az alábbi fogalmakat: *egyváltozós valós függvény, korlátos függvény, függvény adott pontbeli határértéke.*

39. Milyen függvényt nevezünk *páros*nak ill. *páratlan*nak? Adja meg a *periodikus függvény* fogalmát!

40. Mikor mondjuk, hogy az $f$ valós függvény $x_0$ helyen felvett *határérték*e egy $A \in \mathbb{R}$ szám? Adjon szükséges és elégséges feltételt a határérték létezésére!

41. Definiálja egy $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *függvény pontbeli folytonosság*át! Mi a kapcsolat a pontbeli folytonosság és a határérték között?

42. Definiálja a *megszüntethető szakadási hely* fogalmát! Adjon példát olyan valós változós függvényre, amelynek van megszüntethető szakadási helye!

43. Definiálja az *elsőfajú szakadási hely* fogalmát! Adjon példát olyan valós változós függvényre, amelynek van elsőfajú szakadása!

44. Definiálja a *másodfajú szakadási hely* fogalmát! Adjon példát olyan valós változós függvényre, amelynek van másodfajú szakadási helye!

45. Sorolja fel a *szignum függvény*, az *egészrész függvény* és a *törtrész függvény* fontosabb tulajdonságait!

46. Jellemezze a *racionális egész függvény*ek fontosabb tulajdonságait! Mutasson be néhány konkrét példát!

47. Jellemezze a *valódi racionális törtfüggvény*ek fontosabb tulajdonságait! Mutasson be néhány konkrét példát!

48. Mutassa be és jellemezze a *trigonometrikus függvényeke*t!

49. Mutassa be és jellemezze a trigonometrkius függvények inverzeit!

50. Mutassa be és jellemezze a *hiperbolikus függvényeke*t! Milyen kapcsolat van a hiperbolikus függvények és az exponenciális függvények között?

51. Mutassa be és jellemezze a hiperbolikus függvények inverzeit!

52. Írja fel és igazolja az *Euler-azonosság*ot!

53. Mit értünk egy pont poláris koordinátáin? Milyen összefüggés van a Descartes-féle és a poláris koordináták között? Adja meg néhány nevezetes görbe *polárkoordinátás egyenleté*t!

54. Mit értünk a síkgörbék *paraméteres megadás*án? Írja fel a kör és az ellipszis (egyik) paraméteres egyenletrendszerét!

55. Mit értünk az $f$ függvény *differenciálhányados*án? Adja meg a *differenciálhányados* geometriai jelentését!

56. Differenciálható-e az $f$ függvény az $x_0$ helyen, ha ott folytonos?

57. Folytonos-e a függvény az $x_0$ helyen, ha ott differenciálható?

58. Mit értünk a függvény *nulladik derivált*ján, *első derivált*ján és *második derivált*ján? Az $n$-ed fokú polinom hányadik deriváltja lesz elsőfokú?

59. Mondja ki a *Rolle-féle középértéktétel*t! Mit jelent a tétel geometriailag?

60. Mondja ki a *Lagrange-féle középértéktétel*t! Bizonyítsa a tételt! Mit jelent a tétel geometriailag? Miért nem érvényes a Lagrange-féle középértéktétel sem az $f(x) = |x|$, sem a $g(x) = \dfrac{1}{x^2}$ függvényre a $[-1, 2]$ intervallum esetén?

61. Mondja ki a *Cauchy-féle középértéktétel*t! Bizonyítsa a tételt!

62. Definiálja az $f$ differenciálható függvény $P(x_0, f(x_0))$ pontjához tartozó *érintő*jének és *normális*ának egyenletét!

63. Mondja ki a L'Hospital-szabályt! Mutassa be, hogy milyen típusú határértékek esetén használható a tétel!

64. Adja meg a *Taylor-polinom* és a *Maclaurin polinom* fogalmát $n$-szer differenciálható függvények esetén!

65. Milyen összefüggés van az $f$ függvény monotonitása és első deriváltja között valamely $I \subset D_f$ intervallumon?

66. Mi a szükséges feltétele annak, hogy az $f$ függvénynek az $x_0$ helyen *lokális szélsőérték*e legyen? Bizonyítsa az állítást!

67. Mi az elegendő feltétele annak, hogy az $f$ függvénynek az $x_0$ helyen *lokális szélsőérték*e legyen? Milyen feltételek esetén van az $f$ függvénynek az $x_0$ helyen maximuma, ill. minimuma?

68. Mit értünk azon, hogy a $g$ görbe az $I$ intervallumon *konvex*, ill. *konkáv*?

69. Adja meg az *inflexiós pont* és az *infelexiós érintő* definícióját! Milyen geometriai tulajdonsággal rendelkezik az inflexiós érintő? Hol lehet az $y = f(x)$ egyenletű görbének inflexiós pontja?

70. Hogyan értelmezzük egy függvény *Taylor-sor*át, ill. *Maclaurin-sor*át?

71. Mit értünk az $f$ függvény *primitív függvény*én, ill. *határozatlan integrál*ján?

72. Írjon fel és bizonyítson legalább három *integrálási szabály*t!

73. Írja fel és bizonyítsa a *parciális integrálás*ról szóló tételt! Mi a parciális integrálás lényege? Mutassa be, hogy milyen esetekben alkalmazható a módszer!

74. Ismertesse a *helyettesítéses intergálás*ról szóló tételt! Mi a lényege a helyettesítéses integrálásnak? Mutasson be néhány példát, ahol célszerű helyettesítéses integrálást alkalmazni!

75. Mikor alkalmazható a $t = \operatorname{tg}\dfrac{x}{2}$ helyettesítés? Mutasson be néhány konkrét példát, ahol célszerű ezt a helyettesítéses integrálást alkalmazni!

76. Milyen típusú integrálok esetében célszerű alkalmazni a *linearizáló formulák*at? Mutasson be néhány konkrét példát!

77. Definiálja az $f$ függvény $[a, b]$ intervallumra vonatkozó *határozott integrál*ját! Mit értük azon, hogy egy függvény egy intervallum felett integrálható?

78. Ismertesse a határozott integrál fontosabb tulajdonságait!

79. Mondja ki és bizonyítsa a *Newton-Leibniz-formulát*! Ha a primitív függvényt helyettesítéses integrálással keressük, akkor hogyan célszerű a határozott integrál kiszámításánál eljárni?

80. Mondja ki az *integrálszámítás középértéktételét*! Mit jelent a tétel geometriailag?

81. Adja meg a trigonometrikus sor definícióját! Mit értünk *Fourier-sor*on? Milyen alakú a páros, ill. a páratlan függvények Fourier-sora?

82. Mit értünk az $f$ függvény $[a, +\infty)$ intervallumon vett *improprius integrál*ján? Miben különbözik az improprius integrál a Riemann-integráltól?

83. Mit értünk az $a$ hely környezetében nemkorlátos $f$ függvény $[a, b]$ intervallumra vonatkozó *improprius integrál*ján?

84. Definiálja a *kétváltozós valós függvény* fogalmát!

85. Mit értünk az $f$ kétváltozós függvény $(x_0, y_0)$ pontbeli *határérték*én, ill. *folytonosság*án?

86. Hogyan értelmezzük az $f$ kétváltozós függvény parciális deriváltjait? Mit ért a kétváltozós függvény adott pontbeli gradiensén?

87. Adja meg a kétváltozós függvény *iránymenti derivált*jának definícióját! Hogyan határozható meg az iránymenti derivált?

88. Adja meg a $z = f(x, y)$ felület *érintősík*jának definícióját! Hogyan határozható meg az érintősík egyenlete?

89. Definiálja a lokális szélsőérték fogalmát kétváltozós függvény esetén! Fogalmazzon meg szükséges és elégséges feltételt kétváltozós függvény lokális szélsőértékének létezésére!

90. Adja meg a *differenciálegyenlet*, ill. a *közönséges differenciálegyenlet* definícióját! Miben különbözik egymástól a közönséges és a parciális differenciálegyenlet? Mikor nevezünk egy differenciálegyenletet $n$-ed rendűnek?

91. Adja meg a *lineáris differenciálegyenlet* fogalmát! Mutasson példát lineáris differenciálegyenletekre! Írja fel az $n$-ed rendű lineáris differenciálegyenlet általános alakját! Mikor homogén, ill. inhomogén a lineáris differenciálegyenlet?

92. Mit értünk a differenciálegyenlet megoldásán?

93. Mit értünk síkbeli *$n$-paraméteres görbesereg*en, ill. a görbesereg differenciálegyenletén? Hogyan állítható elő egy $n$-paraméteres *görbesereg differenciálegyenlete*?

94. Mit értünk egy adott görbesereg izogonális-, ill. ortogonális trajektóriáin? Hogyan írható fel az *ortogonális trajektória* differenciálegyenlete?

95. Mikor nevezünk egy elsőrendű differenciálegyenletet *szétválasztható változójú*nak? Ismertesse a megoldás lépéseit!

96. Adja meg a *változókban homogén diffferenciálegyenlet* definícióját, majd ismertesse a megoldás lépéseit!

97. Definiálja az *elsőrendű homogén lineáris differenciálegyenlet*et! Mutassa be a megoldását!

98. Definiálja az *elsőrendű inhomogén lineáris differenciálegyenlet*et! Mutassa be a megoldását!

99. Írja fel a *Bernoulli-féle differenciálegyenlet* általános alakját, majd ismertesse a megoldás lépéseit!

100. Jellemezze a *közönséges másodrendű állandó együtthatójú homogén lineáris differenciálegyenlet*ek megoldásait!