Tárgy: Mechatronikai rendszerelmélet GEMRB009-B (4 kredit)

Előadások és gyakorlatok közös tematikája

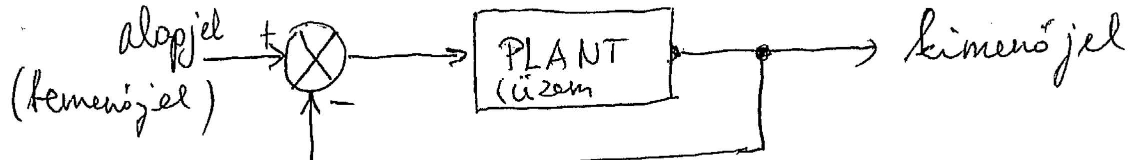
1. hét:	Tantárgyi program ismertetése. Rendszerelméleti alapfogalmak, a rendszerek osztályozása. A fizikai mennyiségek, a jel fogalma. A jelek csoportosítása, információ tartalma. Jelek mintavételezése, vivőzött jelek.
2 hét:	Az elektromechanikai rendszerek energia tároló elemeinek energiája és kiegészítő energiája.
3. hét:	Dinamikai és kinematikai peremfeltételek. A virtuális elmozdulás fogalma. A nem konzervatív elemek virtuális munkája.
4. hét:	A Lagrange függvény és a Lagrange egyenlet. Alkalmazás mechanikai feladatokra és villamos áramkörökre.
5. hét:	*Szünet*.
6. hét	Eelektro-mechanikai feladatok vizsgálata Lagrange egyenlettel. (1. ZH.)
7. hét:	Differenciálegyenletek megoldása az idő tartományban. Hatásvázlat felrajzolása a SIMULINK objektumaival. Vizsgáló jelek, súlyfüggvény, átmeneti függvény.
8. hét:	Konvolúciós integrál. Fourier sor, Fourier transzformáció, Laplace transformáció és tulajdonságai.
9. hét:	Egy- és két tárolós feladatok, differenciálegyenletei, átviteli függvényei. Megoldások az idő és a Laplace tartományban.
10. hét:	Nyquist és Bode diagramok. Arányos, integráló, differenciáló és holtidős tagok jellemzői.
11. hét:	Összetett rendszerek átviteli függvényei: soros, párhuzamos kapcsolás, negatív pozitív visszacsatolás
12. hét:	Stabilitás vizsgálatok, az átviteli függvény pólusai, a súlyfüggvény meghatározásával alapján.
13. hét:	Stabilitás vizsgálat: Huruwitz kritérium alapján.
14. hét:	Összetett példa megoldása. Összefoglalás

Mechatronikai r. elm. I.	Név:	Neptun:

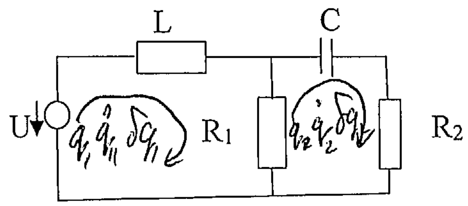
1. Soroljon fel legalább 3-3 mechanikai és villamos rendszer paramétert! (6 p)

Mechanikai	Villamos
tömeg (m)	induktivitás (L)
merevség (k)	kapacitás (C)
csillapítás (r)	ellenállás (R)

2. Blokksémán vázolja a zárthurkú rendszert! (3 p)



3. Adott az alábbi villamos rezgőrendszer.



a/ Írja fel a rendszer W_m^* kiegészítő mágneses energiáját!

b/ Írja fel a rendszer W_e villamos energiáját!

c/ Írja fel a rendszer $\overline{\delta W}_{nc}$ nem konzervatív elemeinek virtuálismunkáját!

d/ Az L Lagrange függvényét!

e/ állítsa elő a rendszer differenciálegyenletét!

$$W_m^* = \frac{1}{2} L \dot{q}_1^2 \quad (1)$$

$$W_e = \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{C} \quad (1)$$

$$\overline{\delta W}_{nc} = U \delta q_1 - R_1(\dot{q}_1 - \dot{q}_2)(\delta q_1 - \delta q_2) - R_2 \dot{q}_2 \delta q_2 \quad (2)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} L \dot{q}_1^2 - \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{C} \quad (1)$$

$$q_1: \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_1}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} = U - R_1(\dot{q}_1 - \dot{q}_2)$$

$$L\ddot{q}_1 + R_1 \dot{q}_1 - R_1 \dot{q}_2 = U \quad (3)$$

$$q_2: \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_2}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} = +R_1(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) - R_2 \dot{q}_2$$

$$-R_1 \dot{q}_1 + (R_1 + R_2)\dot{q}_2 + \frac{q_2}{C} = 0 \quad (3)$$

4. Írja fel az alábbi Laplace transzformáció értelmezését, majd a kijelölt műveleteket elvégezve állítsa is elő! $\mathcal{L}\{\sin \omega t\} =$

(5)

$$\sin \omega t = \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2i}; \quad \mathcal{L}\{e^{-at}\} = \frac{1}{s+a};$$

$$\mathcal{L}\{\sin \omega t\} = \int_0^\infty \sin \omega t \; e^{-st} dt = \int_0^\infty \frac{1}{2i} \left\{ e^{+i\omega t} - e^{-i\omega t} \right\} e^{-st} dt =$$

$$= \frac{1}{2i} \left\{ \frac{1}{-i\omega + s} - \frac{1}{i\omega + s} \right\} = \frac{1}{2i} \frac{i\omega + s - (-i\omega + s)}{s^2 + \omega^2} = \frac{\cancel{2i}\,\omega}{\cancel{2i}(s^2+\omega^2)} =$$

$$= \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

5. Egy lineáris rendszer differenciálegyenlete zérus kezdeti feltételekkel adott. Képezze a Laplace transzformáltját és állítsa elő $H(s)$ átviteli függvényét!

(3)

$$5y^{(3)}(t) - 2y^{(1)}(t) - 3y(t) = 4u(t) \quad / \mathcal{L}\{\}$$

$$(5s^3 - 2s - 3)\, Y(s) = 4\, U(s)$$

$$Y(s) = \underbrace{\frac{4}{(5s^3 - 2s - 3)}}\; U(s)$$

$$\boxed{H(s) = \frac{4}{5s^3 - 2s - 3}}$$

Mechatronikai rendszerelmélet/A	Név:	Neptun:

1. Ideális integráló tag:

a/ Adja meg a H(s) átviteli függvényét!

b/ Rajzolja meg a $w(t)$ súlyfüggvényét!

c/ Rajzolja meg a $v(t)$ átmeneti függvényét!

d/ Adja meg a frekvencia függvényét $H(i\omega)$!

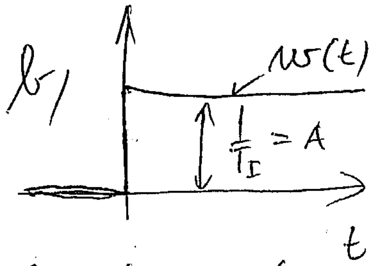
e/ Vázolja Nyquist diagramját!

f/ Vázolja a Bode diagramját!

a) $H(s)=\frac{A_I}{s}=\frac{1}{T_I s}$; $\frac{1}{T_I}\int u\,dt$; $u \rightarrow \boxed{\frac{1}{T_I}\int dt} \rightarrow y$

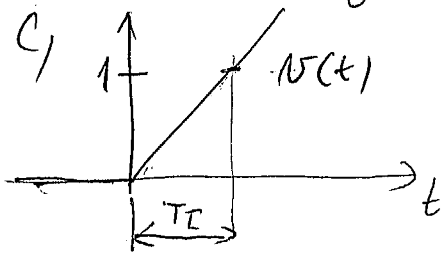
1

b)



1

c)

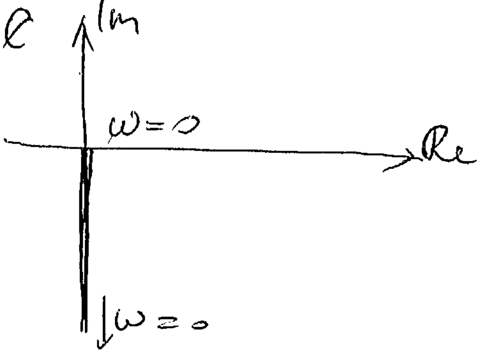


1

d) $H(i\omega)=\frac{A_I}{i\omega}=-\frac{A_I}{\omega}i$

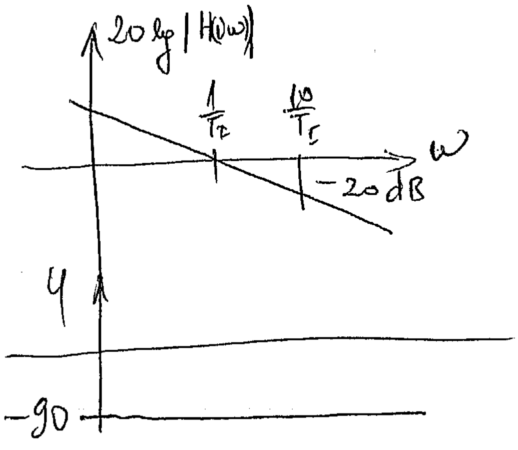
1

e



1

f)



1

Mechatronikai rendszerelmélet/A	Név:	Neptun:

2. Adott egy két-tárolós tag lineáris rendszerének átviteli függvénye: $H(s)=\frac{4}{s^2-2s-8}$

a/ Határozza meg a rendszer pólusait és vázolja a helyeit a komplex síkon!

$$s^2-2s-8=0 \quad ; \quad s_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{4+32}}{2}=\frac{2\pm 6}{2}= \begin{cases} 4 \\ -2 \end{cases}$$

$$p_1=4$$

$$p_2=-2$$

2

b/ Az a/ pont eredménye alapján indokolva döntse el, hogy a lineáris rendszer stabil vagy nem stabil!

$p_1>0 \rightarrow$ nem stabil a rendszer

1

c/ Bontsa résztörtekre a H(s) függvényt, és állítsa elő az inverz Laplace transzformációját!

$$H(s)=\frac{g(s)}{\mathcal{H}(s)}=\frac{4}{s^2-2s-8} \quad ; \quad \mathcal{H}'(s)=2s-2$$

$$H(s)=\frac{r_1}{s-p_1}+\frac{r_2}{s-p_2} \quad ; \quad r_i=\frac{g(p_i)}{\mathcal{H}'(p_i)}$$

$$r_1=\frac{4}{2\cdot 4-2}=\frac{2}{3} \quad ; \quad r_2=\frac{4}{2(-2)-2}=-\frac{2}{3}$$

$$H(s)=\frac{2/3}{s-4}+\frac{-2/3}{s+2}$$

4

$$\mathcal{L}^{-1}\{H(s)\}=w(t)=\frac{2}{3}e^{4t}-\frac{2}{3}e^{-2t}$$

1

Mechatronikai rendszerelmélet/A	Név:	Neptun:

3. Adott egy lineáris rendszer karakterisztikus polinomja: $s^2 - 2s + 5 = 0$

a/ Írja fel a Hurwitz mátrixot!

$$\underline{\underline{H}} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

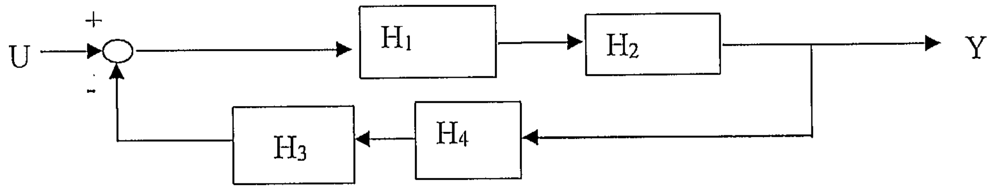
1

b/ A Hurwitz kritérium segítségével állapítsa meg, hogy a rendszer stabil vagy instabil!

$H_1 = -2 < 0 \rightarrow$ instabil a rendszer 1

$H_2 = -10 < 0$ 1

4. Adott az ábrán egy lineáris rendszer hatásvázlata állítsa elő a rendszer eredő H(s) átviteli függvényét!



$H_{12} = H_1 H_2$

$H_{34} = H_3 H_4$

$$H(s) = \frac{H_{12}}{1 + H_{12} H_{34}}$$

2

Mechatronikai rendszerelmélet/A	Név:	Neptun:

5. Adott egy lineáris rendszer differenciálegyenlete: $2y^{(3)} + 4y^{(2)} + 16y^{(1)} + Py = 2u$ $/\mathcal{L}\{\}$

a/ Laplace transzformációval állítsa elő a rendszer átviteli függvényét!

$$(2s^3+4s^2+16s+P)Y(s)=2U(s) \quad 1$$

$$H(s)=\frac{2}{(2s^3+4s^2+16s+P)}U(s) \quad 1$$

b/ Írja fel a Hurwitz mátrixot!

$$\underline{\underline{H}}=\begin{bmatrix} 4 & P & 0 \\ 2 & 16 & 0 \\ 0 & 4 & P \end{bmatrix} \quad 1$$

$$\cancel{0} \quad \cancel{2} \quad \cancel{16}$$

c/ A Hurwitz kritérium segítségével állapítsa meg, hogy a P milyen értékénél lesz a rendszer stabil!

$$H_1=4>0 \quad 1$$

$$H_2=4\cdot 16-2P>0; \quad \frac{4\cdot 16}{2}>P; \quad P<32; \quad 2$$

$$H_3=(4\cdot 16-2P)\cdot P>0 \quad P>0 \quad 2$$

$$\boxed{0<P<32}$$ a rendszer akkor lesz stabil.

1