Tárgy: Mechatronikai modellezés GEMRB011M (4 kredit)

Előadások tematikája

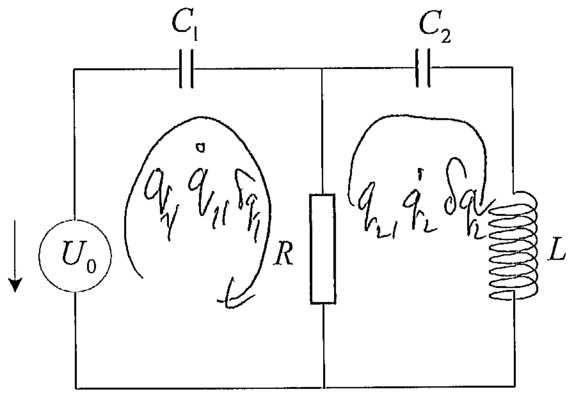
1. hét: A modellezés és szimuláció alapfogalmai, mechanikai rendszer modellek. Kinetikai állapotfüggvény, általánosított koordináták, kényszerek, virtuális elmozdulások, virtuális munka elve, d'Alemabert elve.
2. hét: Az elektro-mechatronikai rendszerelemek energiatárolós elemei, disszipatív elemei és energia növelő elemei.
3. hét: Lagrange egyenlet származtatása.
4. hét: Elektromechanikai rendszerek matematikai modelljeinek előállítása energia megfontollások alapján Lagrange-féle másodfajú egyenlettel.
5. hét: Állapottér egyenletek, normálkoordináták, többszörös sajátértékek.
6.hét: Dinamikai rendszerek kezdeti érték feladatának numerikus megoldási módszerei: explicit Euler-módszer, trapéz-módszer numerikus stabilitás, stabilitási tartomány.
7. hét: Differenciálegyenlet Laplace transzformáltja.
8. hét: Elektromechanikai rendszerek. Anyagtörvények: mozgatható lemezű kapacitásra, mozgatható vasmagú tekercsre, mozgatható tekercsre.
9. hét: A Lagrange egyenletek alkalmazása: elmozdulási és töltési változókra, valamint elmozdulási és fluxus változókra.
10. hét: Általános elektromechanikai jelátalakító. Alkalmazások: elektrodinamikai rezgésszigetelés, elektromágneses behúzó, kapacitív mikrofon.
11. hét: Elektromechanikai rezgőrendszerek csillapításainak növelése sebesség visszacsatolással, az átviteli függvény vizsgálata.
12. hét: Mágneses lebegtetés elektromechanikai modellje.
13. hét: Daru lengőmozgásának szabályozása állapot visszacsatolással.
14. hét Összefoglalás

Gyakorlatok tematikája

1. hét: Holonom kényszerek differenciális és integrális alakjának felírása.
2. hét Differenciálegyenlet felírása a Lagrange-féle mozgásegyenlet alkalmazásával egy és kétszabadsági fokú rendszerekre.
3. hét Differenciálegyenletek megoldása analitikusan.
4. hét Példák mozgásegyenletek átalakítása állapottér egyenletekké.
5. hét Példák Euler módszer alkalmazására.
6. hét Példák Ruge-Kutta módszer alkalmazására.
7. hét Nemlineáris feladatok megoldása Newton-Raphson módszerrel.
8. hét Az anyagok permittivitása, permeabiltása, kondenzátor villamos energiájának, mágneses energiájának számítása.
9. hét: Áramkörök differenciálegyenletének felírása töltéssel és fluxussal
10. hét: Villamos áramkörök differenciálegyenletének numerikus megoldása.
11. hét Mechatronikai rendszer differenciálegyenletének előállítása elmozdulás és töltés változóra a Lagrange féle egyenlet segítségével
12. hét A mechatronikai rendszer differenciál-egyenletrendszerének numerikus megoldás
13. hét A daru modelljének numerikus vizsgálata.
14. hét Laboratóriumi gyakorlat pótlása.

Mechatronikai modellezés	Név:	Neptun:

2. Adott az ábrán vázolt villamos áramkör:



a/ Írja fel a rendszer W_e villamos energiáját!

b/ Írja fel a rendszer W_m^* kiegészítő mágneses energiáját!

c/ Írja fel a rendszer δW_{nc} nem konzervatív tagok virtuális munkáját!

d/ Írja fel a rendszer Lagrange függvényét!

e/ A Lagrange egyenlet segítségével állítsa elő a rendszer differenciál egyenletrendszerét!

a/ $$W_e = \frac{1}{2}\frac{q_1^2}{C_1} + \frac{1}{2}\frac{q_2^2}{C_2} \qquad 1$$

b/ $$W_m^* = \frac{1}{2} L \dot{q}_2^2 \qquad 1$$

c/ $$\delta W_{nc} = U_0 \, \delta q_1 - R(\dot{q}_1 - \dot{q}_2)(\delta q_1 - \delta q_2) \qquad 1$$

$$\mathcal{L} = W_m^* - W_e = \frac{1}{2} L \dot{q}_2^2 - \left(\frac{1}{2}\frac{q_1^2}{C_1} + \frac{1}{2}\frac{q_2^2}{C_2}\right) \qquad 1$$

q_1: $$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_1}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} = U_0 - R(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \qquad 1$$

$$L\ddot{q}_1 + \frac{q_1}{C_1} = U_0 - R(\dot{q}_1 - \dot{q}_2)$$

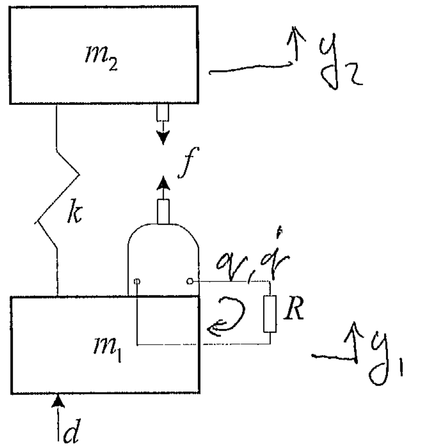
$$L\ddot{q}_1 + R(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) + \frac{q_1}{C_1} = U_0 \qquad 2$$

q_2: $$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_2}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} = R(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \qquad 1$$

$$L\ddot{q}_2 - R(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) + \frac{q_2}{C_2} = 0 \qquad 2$$

Mechatronikai modellezés	Név:	NEPTUN:

1. Állítsa elő az alábbi elektro-mechanikai rendszer differenciál-egyenletrendszerét!



a/ Írja fel a rendszer T^* kiegészítő kinetikai energiáját!

b/ Írja fel a rendszer W_m^* kiegészítő mágneses energiáját!

c/ Írja fel a rendszer V potenciális energiáját!

d/ Írja fel $\overline{\delta W_{nc}}$ nem konzervatív tagok virtuális munkáját!

e/ A L Lagrange függvény felhasználásával állítsa elő a rendszer diff. egyenletrendszerét!

a) $T^* = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2$ 1

b) $W_m^* = T_g \dot{q} (y_2 - y_1)$ 1

c) $V_{pot} = \frac{1}{2} k (y_1 - y_2)^2$ 1

d/ $\overline{\delta W_{nc}} = d\,\delta y_1 - R \dot{q}\,\delta q$ 1

1

e/ $\mathcal{L} = T^* + W_m^* - V_{pot} - W_e = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2 + T_g \dot{q} (y_2 - y_1) - \frac{1}{2} k (y_1 - y_2)^2$

y_1: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}_1}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y_1} = d$ 1

$$m_1 \ddot{y}_1 + k y_1 - k y_2 + T_g \dot{q} = d$$

y_2: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}_2}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y_2} = 0$

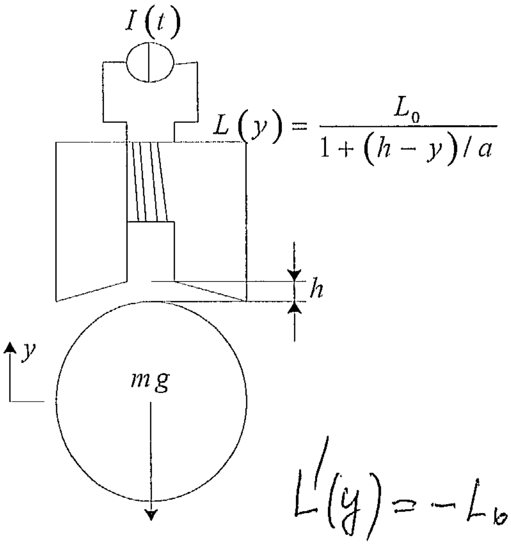
$$m_2 \ddot{y}_2 - k y_1 + k y_2 - T_g \dot{q} = 0$$ 2

q: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = -R \dot{q}$

$$T_g (y_2 - y_1) + R \dot{q} = 0$$ 2

Mechatronikai modellezés	Név:	NEPTUN:

3. Állítsa elő a levitáció differenciál-egyenletét! A légellenállástól tekintsen el!



a/ Írja fel a rendszer T^* kiegészítő kinetikai energiáját!
b/ Írja fel a rendszer W_m^* kiegészítő mágneses energiáját!
c/ Írja fel a rendszer V potenciális energiáját!

d/ A L Lagrange függvény felhasználásával állítsa elő a rendszer diff. egyenletét!
e/ Linearizálja az egyenletet, majd megfelelő állapot visszacsatolással tegye stabillá.

$$L'(y) = -L_0\left[1+(h-y)/a\right]^{-2}\left(-\frac{1}{a}\right) \quad 1$$

$$L''(y) = 2L_0\left[1+(h-y)/a\right]^{-3}\left(\frac{1}{a}\right)^2 \quad 1$$

a, $T^* = \frac{1}{2} m \dot{y}^2$ 1

b, $W_m^* = \frac{1}{2} L(y) i^2$ 1

c, $V_{pot} = mgy$ 1

d, $\mathcal{L} = \frac{1}{2} m\dot{y}^2 + \frac{1}{2} L(y) i^2 - mgy$ 1

y: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 0$ 1

$$m\ddot{y} + mg - \frac{1}{2}L'(y)i^2 = 0 \quad 1$$

Egyensúlyi helyzetben: $\dot{y} = \ddot{y} = 0 \Rightarrow y = y_0$ és $i = i_0$

$$mg = \frac{1}{2}L'(y_0)i_0^2 \quad 1$$

Sorfejtés:

$$\frac{1}{2}L'(y)i = \frac{1}{2}L'(y_0)i_0^2 + L'(y_0)i_0\Delta i + \frac{1}{2}L''(y_0)i_0^2\Delta y \quad 2$$

$$m\ddot{y} - \frac{1}{2}L''(y_0)i_0^2\Delta y - L'(y_0)i_0\Delta i = 0$$

$$m(\Delta\ddot{y}) = \frac{1}{2}L''(y_0)i_0^2\Delta y + L'(y_0)i_0\Delta i \quad 1$$

Állapot visszacsatolás 1

$\Delta y = x_1$, $\Delta\dot{y} = x_2$, $\Delta i = u$

$\dot{x}_1 = x_2$

$\dot{x}_2 = \frac{1}{2}\frac{L''(y_0)i_0^2}{m}x_1 + \frac{L'(y_0)i_0}{m}u$ 1

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ \frac{1}{2}\frac{L''(y_0)i_0^2}{m} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \frac{L'(y_0)i_0}{m}\end{bmatrix}u \quad 1$$

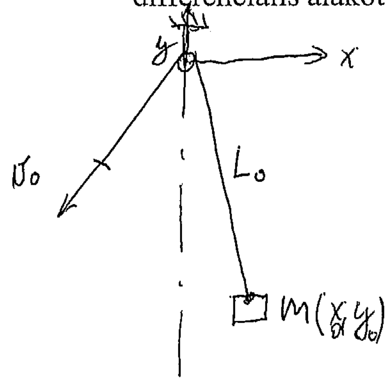
$$u = -\begin{bmatrix}k_1 & k_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + v(t) \quad 1$$

$\dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{b}u$ 1 ; $u = -\underline{k}^T\underline{x} + v(t)$ 1

$$\dot{\underline{x}} = (\underline{A} - \underline{b}\underline{k}^T)\underline{x} + \underline{b}v(t) \quad 1$$

Mech. modellezés 1.	Név:	Neptun

1. Mutasson be példát holonom, reonom kényszerre! Adja meg az integrális és a differenciális alakot is!



$$x^2+y^2=(L_0-v_0t)^2$$ változó sugarú kör egyenlete

$$f(x,y)= x^2+y^2-(L_0-v_0t)^2=0$$ integrális alak

$$2x\,dx+2y\,dy-2(L_0-v_0t)(-v_0)\,dt=0$$

$$x\,dx+y\,dy+(L_0v_0-v_0^2t)\,dt=0$$ differenciális alak

2. A bővített Hamilton elvből $\int_{t1}^{t2}(\delta L(\ldots x_i,\dot{x_i},\ldots t)+\sum_i^n F_i\delta x_i)\mathrm{dt}=0$ kiindulva állítsa elő a Lagrange féle másodfajú mozgásegyenletet!

$$\left.\begin{aligned}\delta x_i(t_1)=\delta\dot{x}_i(t_1)=0\\ \delta x_i(t_2)=\delta\dot{x}_i(t_2)=0\end{aligned}\right\}\ i=1,2,\ldots,n$$

$$\delta\mathcal{L}(\ldots x_i\ldots,\dot{x}_i\ldots,t)=\sum_i\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x_i}\delta x_i+\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{x}_i}\delta\dot{x}_i\right)$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{x}_i}\delta\dot{x}_i=\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{x}_i}\delta x_i\right)-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{x}_i}\right)\delta x_i$$

$$0=\int_{t_1}^{t_2}\left[\delta\mathcal{L}(\ldots x_i\ldots,\dot{x}_i\ldots,t)+\sum_i^n F_i\,\delta x_i\right]dt=\underbrace{\sum_i\int_{t_1}^{t_2}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{x}_i}\delta x_i\right)dt}_{0}-$$

$$-\int_{t_1}^{t_2}\sum\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{x}_i}\right)-\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x_i}-F_i\right]\delta x_i\,dt=0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{x}_i}\right)-\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x_i}=F_i\qquad i=1,2,\ldots n$$

3. A teljesítményből kiindulva az L induktivitásra származtassa a mágneses energiáját, majd a Legendre transzformációval állítsa elő kiegészítő mágneses energiát!

$P = u \cdot i$; $u = \frac{d\Psi}{dt}$;

$W_m(\Psi) = \int_0^t u\, i\, dt = \int_0^t i \frac{d\Psi}{dt} dt = \int_0^\Psi i\, d\Psi$; Ha $\Psi = L i \rightarrow W_m = \frac{\Psi^2}{2L}$;

$dW_m = i\, d\Psi$

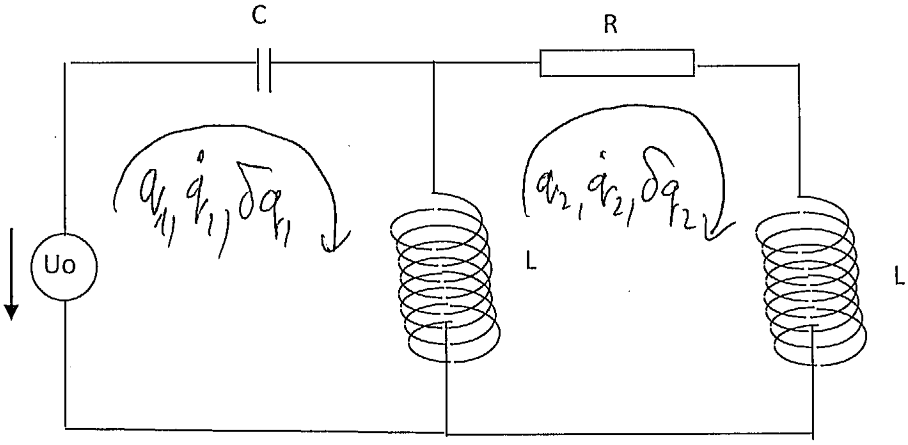
Legendre transzformáció: $W_m^*(i) = \Psi i - W_m(\Psi)$ $/d$

$dW_m^* = \Psi di + i d\Psi - dW_m$

$dW_m^* = \Psi di$

$W_m^*(i) = \int_0^i \Psi(i)\, di$ Ha $\Psi = Li \rightarrow W_m^* = \frac{1}{2} L i^2$

4. Adott egy villamos áramkör:



a/ Adja meg a hálózat villamos energiáját W_e !

b/ Adja meg a hálózat kiegészítő mágneses energiáját W_m^* !

c/ Adja meg a nem konzervatív elemek virtuális munkáját δW_{nc} !

d/ Írja fel a Lagrange függvényt!

e/ Állítsa elő a differenciálegyenlet-rendszer egyik egyenletét!

$W_e = \frac{1}{2}\frac{q_1^2}{C}$; $W_m^* = \frac{1}{2} L (\dot{q}_1 - \dot{q}_2)^2 + \frac{1}{2} L \dot{q}_2^2$; $\delta W_{nc} = -R \dot{q}_2 \delta q_2 + U_0 \delta q_1$

$\mathcal{L} = \frac{1}{2} L (\dot{q}_1 - \dot{q}_2)^2 + \frac{1}{2} L \dot{q}_2^2 - \frac{1}{2}\frac{q_1^2}{C}$

q_1: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_1}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} = U_0$

$L(\ddot{q}_1 - \ddot{q}_2) + \frac{q_1}{C} = U_0$