Miskolci Egyetem **2018/19 tanév**
Gépészmérnöki és Informatikai Kar **II. félév**
Automatizálási és Infokommunikációs Intézet

Jelek és rendszerek elmélete c. tantárgy (GEVAU220M)
előadásának és gyakorlatának ütemterve

Tárgynév:	**Jelek és rendszerek elmélete**		
Rövid név:	Jelek.	*Kód*	**GEVAU220M**
Angol név:	Signals and Systems		
Intézet:	Automatizálási és Infokommunikációs Intézet		
Tárgyfelelős:	Dr. Czap László egy. docens (e-mail: czap@uni-miskolc.hu)		
Előtanulmányok:	nincs		
Kredit:	5	*Követelmény:*	kollokvium
Heti óraszámok	*Előadás: 2*	*Gyakorlat: 2*	
Oktatási cél:	A diszkrét idejű és a folytonos idejű jelek, lineáris és invariáns rendszerek és hálózatok alaptörvényeinek megfogalmazása, módszerek bemutatása a rendszereket leíró egyenletek megoldására az időtartományban, a frekvencia-tartományban és a komplex frekvenciatartományban, a megoldás értelmezése.		
Tárgy tartalom:	Determinisztikus és sztochasztikus jelek elmélete. Jelek és rendszerek frekvencia- és időtartománybeli leírása. Folytonos és diszkrét idejű rendszerek analízise az idő, a frekvencia és a komplex frekvenciatartományban. Állapotváltozós leírás. Folytonos és diszkrét idejű Fourier transzformáció, DTFT. Laplace és Z transzformáció. Stabilitás vizsgálat. Nemlineáris rendszerek analízise. Véges (FIR) és végtelen impulzusválaszú (IIR) digitális szűrők. Szűrőapproximációk, digitális szűrők tervezése. Rezgésmérés, rezgésjelek elemzése. Cepstrum transzformáció. Mintavételes rendszerek, szabályozás. Lényegkiemelés, a döntéselmélet alapjai. Távíró egyenlet.		
Ajánlott Irodalom	*1.* Kuczmann Miklós: Jelek es rendszerek HEFOP-os SZIE elektronikus jegyzet *2.* Fodor György: Jelek, rendszerek és hálózatok I. II. Műegyetemi Kiadó *3.* Oppenheim, Willsky: Signals and Systems. ISBN-13: 978-0138147570 *4.* Nagoor Kani: Signals & Systems. ISBN 9780070151390 *5.* Tretter: Introduction to Discrete-Time Signal Processing. ISBN 9780471887607		

Jellemző oktatási módok	
Oktatási nyelv:	magyar
Előadás:	tábla, számítógép, projektor
Gyakorlat:	számítógép, projektor
Évközi feladatok, zárthelyik:	Aktív részvétel a gyakorlatokon.
Lezárási feltételek:	A Tanulmányi és Vizsgaszabályzat szerint. Az Előadások látogatása, a gyakorlatokon való aktív részvétel. Szóbeli vizsga. A szóbeli vizsga értékeléshez meghatározott határok: 0-40% elégtelen, 41-55% elégséges, 56-70% közepes, 71-85% jó, 86-100% jeles.

Előadás és gyakorlat ütemterve	
1. alkalom	EA: Diszkrét idejű és a folytonos idejű jelek. Gyak: Folytonos idejű vizsgáló jelek.
2. alkalom	EA: Jelek leírása az időtartományban. Gyak: Diszkrét idejű vizsgáló jelek.
3. alkalom	EA: Lineáris, invariáns, stabil rendszerek. Gyak: Konvolúciós példák.
4. alkalom	EA: AR, MA, ARMA rendszerek. Gyak: Duhamel tétel alkalmazása.
5. alkalom	EA.: Lineáris predikció. Gyak: LPC analízis és szintézis
6. alkalom	EA: Állapotváltozós leírás. Gyak: Jelfolyam ábra.
7. alkalom	EA: FIR és IIR digitális szűrők. Gyak: Referens szűrőtervezés, Butterworth szűrő
8. alkalom	EA: Folytonos idejű Fourier transzformáció. Gyak: Csebisev és inverz Csebisev szűrő
9. alkalom	EA: Diszkrét idejű Fourier transzformáció. Gyak: Elliptikus szűrő
10. alkalom	EA: Folytonos idejű Laplace transzformáció Gyak: Jellegzetes jelek Fourier transzformáltja.
11. alkalom	EA: Diszkrét idejű Laplace (z) transzformáció Gyak: Jellegzetes jelek Laplace transzformáltja.
12. alkalom	EA: Folytonos idejű rendszerek stabilitás vizsgálata Gyak: Routh-Hurwitz kritérium
13. alkalom	EA: Diszkrét idejű rendszerek stabilitás vizsgálata. Gyak: Mihajlov-Leonhard kritérium
14. alkalom	EA: Távíró egyenlet. Gyak: Mintavételes rendszerek

Miskolc, 2019. február 09.

Dr. Trohák Attila
intézetigazgató, egyetemi docens

Dr. Czap László
egyetemi docens, tárgyjegyző

MINTA VIZSGAKÉRDÉSEK MEGOLDÁSAL

---

1. Fourier sor

A Fourier sor adja meg, hogy a periodikus jel milyen harmonikus összetevők összegeként írható fel. A Fourier sor többféle formában adható meg.

a., Ha a szinuszos és koszinuszos tagokat külön együtthatók képviselik:

$$f(t)=\sum_{k=0}^{\infty} a_k \cos(k\omega_0 t)+\sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin(k\omega_0 t)$$
, ahol $\omega_0=2\pi f_0=2\pi/T$

Kihasználva a harmonikus függvények ortogonális tulajdonságát, meghatározhatók a Fourier együtthatók:

$$a_0=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)dt$$

$$a_k=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\cos(k\omega_0 t)dt$$

$$b_k=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\sin(k\omega_0 t)dt$$

Mivel ez a felbontás külön tünteti fel a szinuszos és koszinuszos összetevőket, ahhoz, hogy egy bizonyos frekvencián meghatározzuk a komponensek súlyát, mindkét (a_k és b_k) együtthatót meg kell vizsgálni.

b., A $k\omega_0$ körfrekvenciájú szinuszos és koszinuszos összetevők összevonhatók egyetlen, megfelelő fázisú harmonikus jellé.

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t + \phi_k)$$

Ebben az írásmódban a komponenseket amplitúdójukkal és fázisukkal jellemezzük. A Fourier sor szinuszos-koszinuszos és abszolút értékű és külön fázistényezős felírása egyenértékű. Egyes jelek esetében (pl. beszédjel) a fázis jelentősége elmarad az amplitúdó fontossága mögött. Ezeknek a Fourier transzformáltja könnyebben kiértékelhető az abszolútérték-fázisos formában. A trigonometrikus azonosságok felhasználásával a kétféle írásmód együtthatói egymásba átszámíthatók. Ez egyben megadja az abszolút értékű és külön fázistényezős felírás együtthatói előállításának módját is, hiszen ezek közvetlenül nem származtathatók a jelből:

$$A_0 = a_0 \qquad A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \qquad \phi_k = -arctg\frac{b_k}{a_k}$$

c., Az előbbi kifejezések előnyeit egyesíti a Fourier sor komplex írásmódja, hiszen egyetlen integrállal megkaphatjuk a komplex együtthatót és tetszés szerint vizsgálhatjuk abszolút értékét, fázisát, valós vagy képzetes részét.

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \overline{C_k} e^{jk\omega_0 t}$$

$$\overline{C_k} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

A Fourier sor komplex formája bevezeti a negatív frekvenciát, fizikai értelme azonban csak a pozitív frekvenciájú párjával együtt van. Az együtthatók nem függetlenek, a $\overline{C_{-k}}$ együttható a $\overline{C_k}$ komplex konjugáltja. A komplex együtthatók valós része páros függvény, képzetes része páratlan. A Fourier sorban szereplő konjugált párok összevonhatók:

$$\overline{C_k} e^{jk\omega_0 t} + \overline{C_{-k}} e^{-jk\omega_0 t} = \overline{C_k}\left[\cos(k\omega_0 t) + j\sin(k\omega_0 t)\right] +$$
$$+ \overline{C_{-k}}\left[\cos(k\omega_0 t) - j\sin(k\omega_0 t)\right] = 2\operatorname{Re}\overline{C_k}\cos(k\omega_0 t) - 2\operatorname{Im}\overline{C_k}\sin(k\omega_0 t)$$

2. **Lineáris predikció**

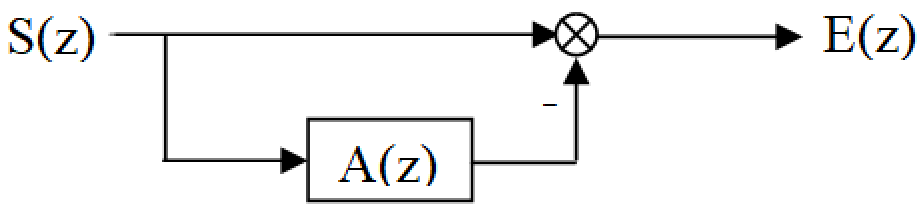
Egy mintasorozat következő mintáját megkíséreljük a megelőző minták lineáris kombinációjával megbecsülni. A megfelelő együtthatók megtalálását az teszi lehetővé, hogy a becslés helyességét az eddigi mintákon ellenőrizhetjük. A hangképző szervek modellezése révén az eljárás fizikai háttérrel is rendelkezik.

A következő minta becslése: $\tilde{s}(n) = \sum_{i=1}^{p} a(i)s(n-i)$

A becslés hibája: $e(n) = s(n) - \tilde{s}(n) = s(n) - \sum_{i=1}^{p} a(i)s(n-i),$

A rendezett számsorok műveleteit a z-transzformálttal jelölve:

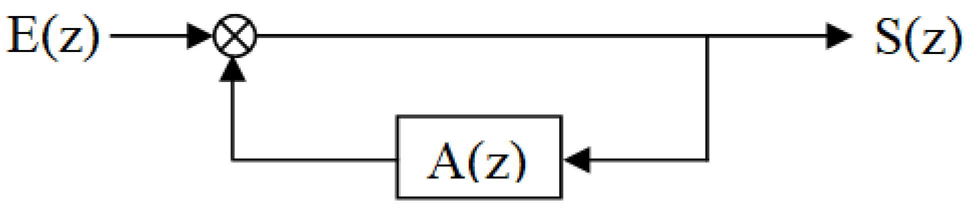
E(z)=S(z)-S(z)A(z).



A lineáris predikció analízis modellje

Ez az egyenlet írja le a lineáris predikció analízis modelljét. Ha átrendezzük az egyenletet, a lineáris predikció szintézis modelljéhez jutunk, amely lehetővé teszi az együtthatók ismeretében a hibajelből a jel visszanyerését.

S(z)=E(z)+S(z)A(z).



A lineáris predikció szintézis modellje