TANTÁRGYI KOMMUNIKÁCIÓS DOSSZIÉ

RUGALMAS TESTEK MECHANIKÁJA

GEMET012-B

Miskolci Egyetem
Gépészmérnöki és Informatikai Kar
Műszaki Mechanikai Intézet

XXVIII/91/2013 Miskolc, 2013. szeptember 02.

HIRDETMÉNY

a **Rugalmas testek mechanikája** (GEMET204NB és GEMET012-B)
című tantárgy ütemterve és követelményei
2013/2014 tanév I. félév

1. hét: Bevezetés, alapfogalmak. Axiálisan terhelt prizmatikus rúd rugalmasságtani peremértékfeladatának egyenletrendszere és a peremfeltételek.
2. hét: Axiálisan terhelt rúd elmozdulásmezőre vonatkozó alapegyenletének származtatása és megoldása. Példafeladatok.
3. hét: A variációszámítás legfontosabb alapfogalmai. A virtuális munka elve axiálisan terhelt rúdnál. Az ADINA végeselemes programrendszer felhasználói felülete.
4. hét: Az axiálisan terhelt rúd peremérték-feladatának erős és gyenge alakú megfogalmazása. Lényeges és természetes peremfeltételek.
5. hét: Az axiálisan terhelt rúd teljes potenciális energiája és a potenciális energia minimuma elv. Az ADINA végeselemes programrendszer alkalmazása egyszerűbb rúdfeladatok megoldására.
6. hét: Axiálisan terhelt rúdelem merevségi mátrixa és terhelési vektora. Rúdelemek illesztése egyenes rudak esetén, globális merevségi mátrix és terhelési vektor.
7. hét: Az Euler-Bernoulli-féle rúdmodell egyenletrendszere és peremfeltételei. A hajlított-nyírt rúd potenciális energiája és a virtuális munka elve, lényeges és természetes peremfeltételek. Alkalmazások, rúdfeladatok megoldása végeselem-módszerrel.
8. hét: A virtuális munka elv alkalmazása hajlított-nyírt tartók közelítő megoldásainak előállítására. Összevetés az ADINA programmal előállított végeselemes megoldásokkal.
9. hét: Az ADINA végeselemes programrendszer alkalmazása rúdfeladatok megoldására: igénybevételi ábrák előállítása, feszültségek számítása, a rugalmas vonal meghatározása.
10. hét: Az Euler--Bernoulli-féle rúdelem merevségi mátrixa és terhelési vektora. Rúdelemek illesztése, globális merevségi mátrix és terhelési vektor. Alkalmazások.
11. hét: A Timoshenko-féle rúdmodell egyenletrendszere és peremfeltételei. A rúd potenciális energiája, a virtuális munka elve, lényeges és természetes peremfeltételek.
12. hét: A Timoshenko-féle rúdelem merevségi mátrixa és terhelési vektora. Rúdelemek illesztése, globális merevségi mátrix és terhelési vektor. Alkalmazások és összevetések.
13. hét: Prizmatikus rúd Saint-Venant-féle szabad csavarása. Alapfeltételezések, egyenletrendszer és peremfeltételek. A Prandtl-féle feszültségfüggvény. A csavarónyomaték és a fajlagos szögelfordulás kapcsolata.
14. hét: Prizmatikus rúd szabad csavarása: közelítő megoldások vékony, nyitott- és zárt szelvényű rudakra. Összefoglalás.

A tantárgy **aláírással** és **kollokviummal** zárul. Az **elégséges szint** eléréséhez a tantárgyi követelmények **50 %**-át kell teljesíteni, de **szorgalmi időszakban** – a rendszeres tanulás elősegítése és jutalmazása céljából – az aláírás **40 %**-os teljesítménnyel is megszerezhető. Az eredményes munka érdekében a Tanszék rendszeresen ellenőrzi a hallgatók óralátogatását.

Aláírás megszerzése a szorgalmi időszakban

Szorgalmi időszakban a hallgatóknak **két** alkalommal kell önállóan, írásban, **zárthelyi dolgozat** keretében beszámolni a tudásukról. Az önálló foglalkozások időtartama 50 perc, értékelése pontozással történik. Egy-egy alkalommal maximálisan 40 pont, összesen 80 pont érhető el. A félév-végi **aláírás megszerzésének feltétele**, hogy a hallgató az önálló foglalkozásokon megszerezhető összesen 80 pontból **minimálisan 32 pont**ot (40 %) elérjen. Az önálló foglalkozások *tervezett* időpontjai a 6. és a 12. oktatási hétre esnek.

Az a hallgató, aki az első két önálló foglalkozáson nem éri el 40%-os teljesítménynek megfelelő 32 pontot, **pót-zárthelyi dolgozat** megírásával szerezhet aláírást. A pót-zárthelyi anyaga felöleli a félév teljes tananyagát, időtartama 50 perc, maximálisan 40 pont érhető el. Az aláírás megszerzéséhez a **ponthiánnyal megegyező pontszámot**, 16 pontnál kevesebb hiány esetén **minimálisan 16 pont**ot kell elérni. A pót-zárthelyi dolgozat tervezett időpontja a 14. oktatási hétre esik.

Aláírás megszerzése a vizsgaidőszakban

Az a hallgató, aki szorgalmi időszakbeli teljesítménye alapján nem szerzett aláírást, a vizsgaidőszakban szerezhet aláírást. Az írásbeli **alásíráspótló vizsga** időtartama 50 perc, maximálisan 40 pont szerezhető. Az **aláírás** megszerzéséhez **minimálisan 20 pont**ot (50 %) kell elérni.

Vizsgajegy

A tantárgyat lezáró **vizsga** írásbeli, melyen maximálisan 40 pont szerezhető és időtartama 50 perc. A vizsgán az évközi teljesítményt az aláíráshoz szükséges 32 pont feletti pontszám 25%-ával vesszük figyelembe. A vizsgajegyet az elért pontszám és az évközi teljesítmény alapján kapott pontszám összege adja az alábbi táblázat szerint:

Vizsgaidőszak	Pontszám	0 – 19	20 – 23	24 – 27	28 – 31	32 –
	Vizsgajegy	elégtelen	elégséges	közepes	jó	jeles

Az évközi teljesítmény alapján a tárgyból **megajánlott vizsgajegy** is szerezhető. Megajánlott jeles (5) vizsgajegyet kap az a hallgató, aki az első két zárthelyi dolgozat megírása után legalább 70 ponttal rendelkezik. Megajánlott jó (4) vizsgajegyet kap az a hallgató, aki az első két zárthelyi dolgozat megírása után legalább 60 ponttal rendelkezik (de a 70 pontot nem éri el).

Javasolt jegyzetek:

Kozák Imre: *Szilárdságtan III.*, Tankönyvkiadó, Bp., 1976.
Páczelt I. - Szabó T. - Baksa A.: *A végeselem-módszer alapjai*, HEFOP jegyzet, 2007.
Mechanikai példatár III., Tankönyvkiadó, Bp., 1991.

Dr. Tóth Balázs
egyetemi docens
a tantárgy előadója

Dr. Bertóti Edgár
egyetemi tanár
intézetigazgató

Rugalmasságtan	Név: Neptun kód:	2. zárthelyi 1. lap

1. Írja fel az axiálisan terhelt háromcsomópontú rúdelem Lagrange-féle interpolációs függvényeit és azok legfontosabb tulajdonságait! (3 pont)

2. Ismertesse a Timoshenko-féle rúdmodell alapfeltételezését! Nevezze meg a rúdmodell alapismeretlenjeit, és adja meg a rúd tetszőleges P pontjának elmozdulásvektorát! (2 pont)

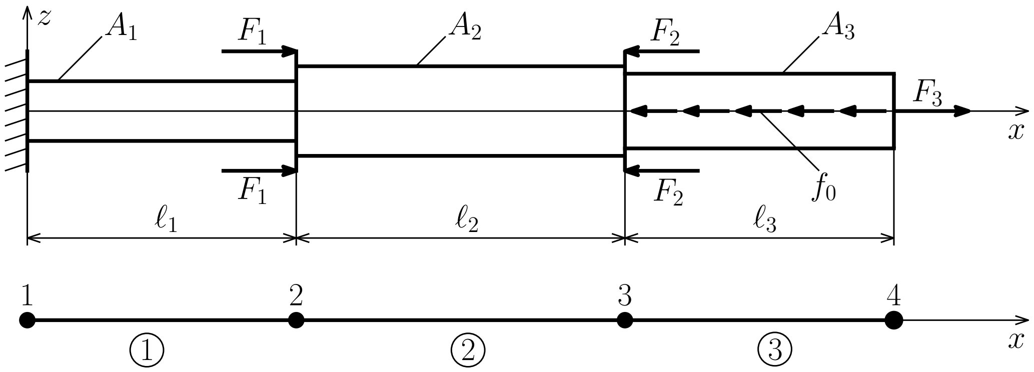
3. Írja fel a Timoshenko-féle rúdmodell kinematikai egyenleteit, anyagegyenleteit és mozgásegyenleteit! Származtassa a rúdmodell alapegyenlet-rendszerét, és adja meg a hozzá tartozó kezdeti feltételeket! (6 pont)

4. A Timoshenko-féle rúdmodell alapfeltételezéséből kiindulva írja fel az i-edik rúd-végeselem belső erőrendszerének virtuális munkáját, és vezesse le a hajlításhoz tartozó rész merevségi mátrixát! (6 pont)

5. Adja meg a Timoshenko-féle rúdmodellnél a $\delta W = 0$ egyenlőségből (variációs egyenletből) következő végeselemes mozgásegyenlet mátrixos alakját! Nevezze meg az egyenletben szereplő vektorokat, illetve mátrixokat! (2 pont)

Rugalmasságtan	Név:	Neptun kód:	2. zárthelyi 2. lap

6. Egyik végén befogott, szakaszosan állandó keresztmetszetű tengelyt az ábrán megadott axiális irányú erőrendszer terheli. A tengely pontjainak elmozdulásait három rúdelem alkalmazásával kívánjuk meghatározni. Adatok: $\vec{\boldsymbol{F}}_1 = 2,5\,\vec{\boldsymbol{e}}_x$ kN, $\vec{\boldsymbol{F}}_2 = -1\,\vec{\boldsymbol{e}}_x$ kN, $\vec{\boldsymbol{F}}_3 = 2\,\vec{\boldsymbol{e}}_x$ kN, $\vec{f} = -f_0\,\vec{\boldsymbol{e}}_x$ és $f_0 = 5$ kN/m = állandó; $A_1 = 4$ mm^2, $A_2 = 15$ mm^2, $A_3 = 5$ mm^2; $\ell_1 = \ell_3 = 0,2$ m, $\ell_2 = 0,3$ m; $E = 2 \cdot 10^5$ MPa.



(a) Elemenként lineáris approximációt feltételezve adja meg (számszerűen) mindhárom elem merevségi mátrixát és terhelési vektorát! (3 pont)

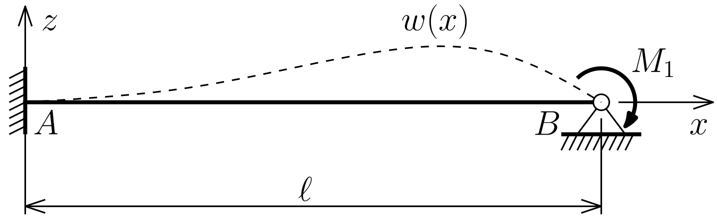
$$[K^1] = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix} \qquad [K^2] = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix} \qquad [K^3] = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

$$[F^1] = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \qquad [F^2] = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \qquad [F^3] = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

(b) Írja fel a tengely $[K][u] = [F]$ alakú egyensúlyi egyenletét! (3 pont)

(c) Számítsa ki a csomópontok $u_i,\ i = 1,2,3,4$ elmozdulásait, majd írja fel az elemek $u^i(\xi),\ i = 1,2,3$ elmozdulás-függvényeit! (5 pont)

7. Az ábrán látható, $\ell = 3$ m hosszúságú, $x = 0$ pereménél befogott prizmatikus rudat az $x = \ell$ pereménél elhelyezett csuklós támasznál egy $\vec{\boldsymbol{M}}_1 = 3\,\vec{\boldsymbol{e}}_y$ kNm hajlítónyomaték terheli. $IE = 100000$ Nm^2.



(a) Határozza meg a rúd elmozdulásmezőjét a Timoshenko-féle rúdmodell alapján származtatott virtuális munka elv alkalmazásával, ha a Bubnov–Galjorkin-féle közelítő megoldást a $\phi(x) = a_0 + a_1 x$ elsőfokú és a $w(x) = b_0 + b_1 x + b_2 x^2$ másodfokú polinomok alakjában keressük! (6 pont)

(b) Számítsa ki az $x = \ell/2$ koordinátájú keresztmetszet transzverzális elmozdulását és az $x = \ell$ koordinátájú kereszmetszet szögelfordulását! (2 pont)

(c) A $\phi(x)$ és $w(x)$ megoldás-függvények ismeretében határozza meg az $M_h(x)$ hajlítónyomatékot és a $T(x)$ nyíróerőt, mint az x koordináta függvényét! (2 pont)

Rugalmasságtan	Név: Neptun kód:	Vizsga 1. lap

1. Definiálja a $\Pi[u(x)]$ potenciális energia, mint funkcionál irány menti deriváltját! (2 pont)

2. Ismertesse az Euler–Bernoulli-féle rúdmodell alapfeltételezését és annak következményeit! Nevezze meg a rúdmodell alapismeretlenjét! (2 pont)

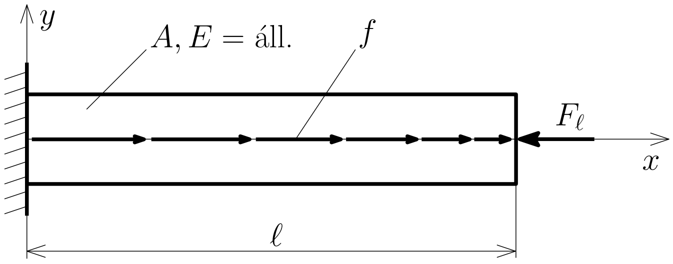
3. Írja fel az Euler–Bernoulli-féle rúdmodell kinematikai egyenletét, anyagegyenletét és mozgásegyenleteit! Származtassa a rúdmodell alapegyenletét, és adja meg a hozzá tartozó kezdeti feltételeket! (6 pont)

4. Az Euler–Bernoulli-féle rúdmodell alapfeltételezéséből kiindulva írja fel az i-edik rúd-végeselem

   (a) belső erőrendszerének virtuális munkáját, majd vezesse le a vonatkozó végeselem-modell merevségi mátrixát, (6 pont)

   (b) külső erőrendszerének virtuális munkáját, majd vezesse le az i-edik elemhez tartozó terhelési vektort! (4 pont)

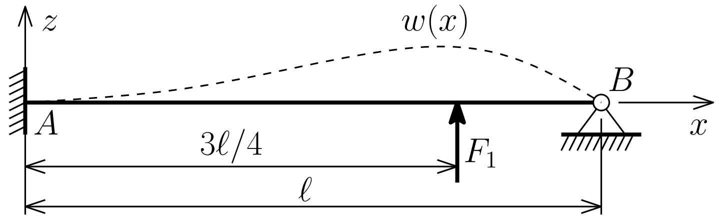
5. Az $\ell = 1$ m hosszúságú, $A = 3$ mm^2 keresztmetszetű prizmatikus rudat a középvonala mentén egy $\vec{\boldsymbol{f}} = f(x)\,\vec{\boldsymbol{e}}_x = f_0(\ell - x)\,x^2\,\vec{\boldsymbol{e}}_x$ intenzitású megoszló erőrendszer, míg az $x = \ell$ pereménél egy $\vec{\boldsymbol{F}}_\ell = -F_\ell\,\vec{\boldsymbol{e}}_x$ koncentrált erő terheli az ábrán látható módon. A rúd anyagának rugalmassági modulusa: $E = 10000$ MPa, valamint $f_0 = 600$ N/m^4 és $F_\ell = 30$ N.



(a) Állítsa elő a feladat $u(x)$ elmozdulásmezőre és a $\sigma(x)$ normálfeszültségre vonatkozó analitikus megoldását! (6 pont)

(b) Határozza meg a rúd $x = \ell$ koordinátájú keresztmetszetének $u(\ell)$ elmozdulását és az $x = \ell/2$ koordinátájú keresztmetszetében ébredő $\sigma(\ell/2)$ normálfeszültséget! (2 pont)

6. Az ábrán látható, $\ell = 3$ m hosszúságú, $x = 0$ pereménél befogott, $x = \ell$ pereménél csuklósan megtámasztott prizmatikus rudat az $\vec{\boldsymbol{F}}_1 = 1\,\vec{\boldsymbol{e}}_z$ kN koncentrált erő terheli.
$IE = 100000\ \mathrm{Nm}^2$ és $k_s AG = 10000000$ N.



(a) Határozza meg a rúd elmozdulásmezőjét a Timoshenko-féle rúdmodell alapján származtatott virtuális munka elv alkalmazásával, ha a Bubnov–Galjorkin-féle közelítő megoldást a $\phi(x) = a_0 + a_1 x$ elsőfokú és a $w(x) = b_0 + b_1 x + b_2 x^2$ másodfokú polinomok alakjában keressük! (8 pont)

(b) Számítsa ki az $x = \ell/2$ koordinátájú keresztmetszet transzverzális elmozdulását és az $x = \ell$ koordinátájú keresztmetszet szögelfordulását! (2 pont)

(c) A $\phi(x)$ és $w(x)$ megoldás-függvények ismeretében határozza meg az $M_h(x)$ hajlítónyomatékot és a $T(x)$ nyíróerőt, mint az x koordináta függvényét! (2 pont)