

**TANTÁRGYI KOMMUNIKÁCIÓS DOSSZIÉ**

**VÉGESELEM-MÓDSZER**

GEMET014-B

Miskolci Egyetem  
Gépészmérnöki és Informatikai Kar  
Műszaki Mechanikai Intézet

## HIRDETMÉNY

A **Végeselem-módszer** (GEMET222NB és GEMET014-B)  
című tantárgy ütemterve és követelményei  
2013/2014 tanév II. félév

1. hét: Bevezetés, alapfogalmak, ismétlés. A lineáris rugalmasságtan egyenletrendszere, a kezdeti- és peremfeltételek. A Navier-féle alapegyenlet.
2. hét: A mozgásegyenlet variációs alakja és a virtuális munka elv a háromdimenziós rugalmasságtanban. Lényeges és természetes peremfeltételek.
3. hét: A lineárisan rugalmas test belső és külső erőrendszerének munkája, potenciálja. A rugalmas test teljes potenciális energiája és a potenciális energia minimuma elv.
4. hét: A rugalmasságtan síkbeli feladatainak egyenletrendszere, a kezdeti- és peremfeltételek. Sík-alakváltozási állapot, sík-feszültségi állapot, általánosított sík-feszültségi állapot.
5. hét: A lineáris rugalmasságtan egyenletrendszere hengerkoordináta-rendszerben. Forgásszimmetrikus és síkrugalmasságtani feladatok hengerkoordináta-rendszerben. Analitikus megoldások belső és külső nyomással terhelt csövekre.
6. hét: Elmozdulásmezőn alapuló végeselem-módszer síkrugalmasságtani feladatokra. A rugalmasságtan egyenletei és a virtuális munka elve mátrix-formalizmus alkalmazásával.
7. hét: Izoparametrikus négyszög-elemek. A négy-csomópontú bilineáris elem. Interpolációs függvények, leképezés. Az elem merevségi mátrixának és terhelési vektorának származtatása a virtuális munka elv alkalmazásával.
8. hét: Oktatási szünet (XXVIII. microCAD Nemzetközi Tudományos Konferencia).
9. hét: A globális merevségi mátrix és terhelési vektor előállítás. A végeselem-módszer alapegyenlete. A nyolc- és kilenc-csomópontú izoparametrikus négyszög-elem.
10. hét: Izoparametrikus háromszög-elemek. Interpolációs függvények, leképezés. Elmozdulásmezőn alapuló végeselem-módszer háromdimenziós rugalmasságtani feladatok vizsgálatára.
11. hét: Oktatási szünet (május 1, ünnepnap).
12. hét: Izoparametrikus hexaéder és tetraéder elemek. Interpolációs függvények, leképezések. Numerikus integrálás.
13. hét: Összefoglalás.

A tantárgy **gyakorlati jeggyel** zárul. Az **elégéséges szint** eléréséhez a tantárgyi követelmények **50 %**-át kell teljesíteni, de **szorgalmi időszakban** – a rendszeres tanulás elősegítése és jutalmazása céljából – az aláírás és az elégéséges gyakorlati jegy **40 %**-os teljesítménnyel is megszerezhető. Az eredményes munka érdekében az Intézet rendszeresen ellenőrzi a hallgatók óralátogatását.

### Aláírás és gyakorlati jegy megszerzése a szorgalmi időszakban

Szorgalmi időszakban a hallgatónak **két** alkalommal kell önállóan, írásban, **zárthelyi dolgozat** keretében beszámolni a tudásukról. Az önálló foglalkozások időtartama 50 perc, értékelése pontozással történik. Egy-egy alkalommal maximálisan 40 pont, összesen 80 pont érhető el. A félév-végi **aláírás** és az elégtelentől különböző **gyakorlati jegy megszerzésének feltétele**, hogy a hallgató az önálló foglalkozásokon megszerezhető összesen 80 pontból **minimálisan 32 pontot** (40%) elérjen és a kiadott feladatokat az ADINA vége-selemes programrendszer alkalmazásával elégséges szinten megoldja. Az önálló foglalkozások *tervezett* időpontjai a 6. és a 12. oktatási hétre esnek. Az első két zárthelyin elért pontszám függvényében a gyakorlati jegy az alábbi táblázat szerint kerül megállapításra:

Szorgalmi időszak	Pontszám	0 – 31	32 – 41	42 – 51	52 – 63	64 – 80
	Gyakorlati jegy	elégtelen	elégséges	közepes	jó	jeles

Az a hallgató, aki az első két önálló foglalkozáson nem éri el a 40%-os teljesítménynek megfelelő 32 pontot, **pót-zárthelyi dolgozat** megírásával szerezhethet aláírást, illetve elégtelentől különböző gyakorlati jegyet. A pót-zárthelyi anyaga felöleli a félév teljes tananyagát, időtartama 50 perc, maximálisan 40 pont érhető el. Az aláírás és az elégtelentől különböző gyakorlati jegy megszerzéséhez a **ponthiánnyal megegyező pontszámot**, 16 pontnál kevesebb hiány esetén **minimálisan 16 pontot** (40 %) kell elérni. A pót-zárthelyi dolgozat tervezett időpontja a 13. oktatási hétre esik. Az a hallgató, aki a pót-zárthelyin szerez aláírást, elégségestől jobb gyakorlati jegyet a két legjobb pontszámú zárthelyi dolgozata alapján kaphat.

### Aláírás és gyakorlati jegy megszerzése a vizsgaidőszakban

Az a hallgató, aki szorgalmi időszakbeli teljesítményére elégtelen gyakorlati jegyet kapott, a vizsgaidőszakban szerezhethet aláírást és elégtelentől különböző gyakorlati jegyet. Az írásbeli **aláíráspótló vizsga** (utógyakorlat) időtartama 50 perc, amelyen maximálisan 40 pont szerezhető. Az **aláírás** és az **elégtelentől különböző gyakorlati jegy** megszerzéséhez **minimálisan 20 pontot** (50%) kell elérni. Az elért pontszám függvényében a gyakorlati jegy az alábbi táblázat szerint kerül megállapításra:

Vizsgaidőszak	Pontszám	0 – 19	20 – 23	24 – 27	28 – 31	32 – 40
	Gyakorlati jegy	elégtelen	elégséges	közepes	jó	jeles

### Javasolt jegyzetek:

Páczelt I.: *Vége-selem-módszer a mérnöki gyakorlatban – I.*, Miskolci Egyetemi Kiadó, 1999.  
Páczelt I. - Szabó T. - Baksa A.: *A vége-selem-módszer alapjai*, HEFOP jegyzet, 2007.  
Bathe, K.-J.: *Finite element procedures*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1996.  
Hughes, T.J.R.: *The finite element method. Linear static and dynamic finite element analysis*, Dover, Mineola, New York, 2000.  
Szabó B. and Babuška I.: *Finite element analysis*, John Wiley & Sons, New York, 1991.

Dr. Tóth Balázs  
egyetemi docens  
a tantárgy előadója

Dr. Bertóti Edgár  
egyetemi tanár  
intézetigazgató

VEM 2013/2014	Név:	Neptun kód:	2. zárthelyi 1. lap
------------------	------	-------------	------------------------

1. Írja fel a lineárisan rugalmas, homogén és izotrop test forgásszimmetrikus síkrugalmasságtani kezdeti-peremértékfeladatának egyenletrendszerét a hőhatások figyelembevétele nélkül, majd

(a) vezesse le a test elmozdulásmezőre vonatkozó alapegyenletét hengerkoordináta-rendszerben, (4 pont)

(b) állítsa elő időtől független esetben és a térfogati terhelések elhanyagolása mellett a vonatkozó differenciálegyenlet analitikus megoldását, (4 pont)

(c) a megoldásfüggvény ismeretében adja meg az alakváltozások és a feszültségek számítására szolgáló összefüggéseket! (4 pont)

2. Írja fel az  $R_1$  sugarú tömör-, valamint az  $R_1$  belső- és  $R_2$  külső sugarú lyukas tengely/tárcsa forgásszimmetrikus illesztési-tűrési feladatának peremfeltétel-rendszerét! (5 pont)
3. Adja meg a síkbeli, háromcsomópontú, lineáris háromszögelem interpolációs függvényeit és azok legfontosabb tulajdonságait! Készítsen magyarázó ábrát is! (3 pont)

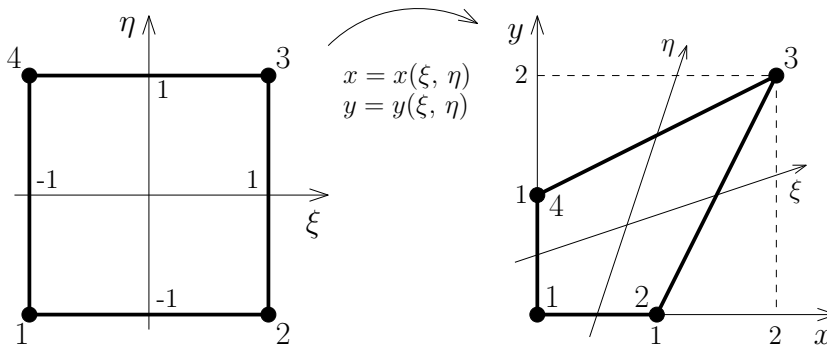
VEM 2013/2014	Név:	Neptun kód:	2. zárthelyi 2. lap
------------------	------	-------------	------------------------

4. Írja fel síkrugalmisságtani feladatok esetén az  $e$ -dik síkbeli végeselem

- (a) belső erőrendszerének virtuális munkáját, majd származtassa a vonatkozó végeselemmodell merevségi mátrixát, nevezze meg, illetve definiálja a megjelenő mennyiségeket és mátrixokat, (4 pont)

- (b) külső erőrendszerének virtuális munkáját, majd vezesse le az  $e$ -dik elemhez tartozó terhelési vektort! (3 pont)

5. Adott az  $xy$  koordináta-rendszerben egy négycsomópontú bilineáris négyszögelem a csomópontjainak  $x$  és  $y$  koordinátájával.



- (a) Határozza meg az  $x = x(\xi, \eta)$  és az  $y = y(\xi, \eta)$  geometriai leképezést a mester-elem és az aktuális elem között! (4 pont)

- (b) Határozza meg a  $\xi$  koordinátavonal ( $\eta = 0$ ) egyenletét az  $xy$  koordináta-rendszerben! (2 pont)

- (c) Számítsa ki a leképezés Jacobi-féle függvénymátrixát a mester-elem  $\xi = 0$  és  $\eta = 0$  koordinátájú pontjában! (4 pont)

- (d) Határozza meg az  $N_3(\xi, \eta)$  interpolációs függvény  $x$  és  $y$  koordináta szerinti parciális deriváltjait a mester-elem  $\xi = 0$  és  $\eta = 0$  koordinátájú pontjában! (3 pont)