

**TANTÁRGYI KOMMUNIKÁCIÓS DOSSZIÉ**

**RUGALMASSÁGTAN**

GEMET310M

Miskolci Egyetem  
Gépészmérnöki és Informatikai Kar  
Műszaki Mechanikai Intézet

## H I R D E T M É N Y

### A Rugalmasságtan (GEMET310M) című tantárgy ütemterve és követelményei

1. hét: A Rugalmasságtan feladata. Alapfogalmak. Műveletek a Hamilton-féle nabla operátorral. Tenzorok, tenzorműveletek áttekintése.
2. hét: Elmozdulásmező, alakváltozási-, feszültségi állapot. Egyensúlyi egyenletek.
3. hét: Henger és gömbi koordináta-rendszerek használata. Anyagegyenletek, Hooke-törvény. Alakváltozási energia sűrűség.
4. hét: Anizotropia. Lineáris rugalmasságtan alapegyenletei, peremfeltételek.
5. hét: Lamè-Navier egyenlet. Beltrami-Michell egyenletek.
6. hét: Saint-Venant-féle csavarás. Öblösödési függvény, Prandtl-féle feszültségfüggvény.
7. hét: Példák tömör keresztmetszetek Saint-Venant-féle csavarására.
8. hét: Vékonyfalú, zárt és nyitott szelvényű rudak csavarása. Bredt-elmélet.
9. hét: A rugalmasságtani feladatok közelítő megoldásának módszerei. Ritz-módszer. Energia módszerek.
10. hét: Betti-Rayleigh felcserélhetőségi tétel. Virtuális munka, és virtuális kiegészítő munka elve.
11. hét: Potenciális energia. Kiegészítő energia.
12. hét: Hajlított-nyírt tartó alakváltozási jellemzői. Példák energetikai módszerek alkalmazására.
13. hét: Statikailag határozatlan szerkezetek vizsgálata.
14. hét: A Rugalmasságtan síkfeladatai, síkalakváltozási, síkfeszültségi, tengelyszimmetrikus feladatok.

A tantárgy **aláírással** és **kollokviummal** zárul. Az **elégészes szint** eléréséhez a tantárgyi követelmények **50%-át** kell teljesíteni, de szorgalmi időszakban – a rendszeres tanulás elősegítése és jutalmazása céljából – az aláírás **40%-os** teljesítménnyel is megszerezhető.

### Aláírás megszerzése szorgalmi időszakban

Szorgalmi időszakban a hallgatónak **két** alkalommal kell önállóan, írásban, **zárthelyi dolgozat** keretében beszámolni a tudásukról. Az önálló foglalkozások időtartama 50 perc, értékelése pontozással történik. Egy-egy alkalommal maximálisan 40 pont, összesen 80 pont érhető el. A félév-végi **aláírás megszerzésének feltétele**, hogy a hallgató az első két foglalkozáson megszerezhető 80 pontból minimálisan 32 pontot (40%) elérjen. Az önálló foglalkozások tervezett időpontjai a 7. és a 12. oktatási hétre esnek.

Az a hallgató, aki az első két zárthelyin nem éri el a 40%-os teljesítménynek megfelelő 32 pontot, **pót-zárthelyi** dolgozat megírásával szerezhethet aláírást. A pót-zárthelyi anyaga felöleli a félév teljes anyagát, időtartama 50 perc, maximálisan 40 pont érhető el. Az aláírás megszerzéséhez a **ponthiánnyal megegyező pontszámot**, 16 pontnál kevesebb hiány esetén **minimálisan 16 pontot** (40%) kell elérni. A pót-zárthelyi dolgozat tervezett időpontja a 14. oktatási hétre esik.

### Aláírás megszerzése a vizsgaidőszakban

Az a hallgató, aki szorgalmi időszakbeli teljesítménye alapján nem szerzett aláírást, a vizsgaidőszakban szerezhethet aláírást. Az írásbeli **aláíráspótló vizsga** időtartama 50 perc, maximálisan 40 pont szerezhető. Az **aláírás** megszerzéséhez **minimálisan 20 pontot** (50%) kell elérni.

### Vizsgajegy

A tantárgy írásbeli vizsgával zárul, időtartama 50 perc, maximálisan 40 pont szerezhető. Az évközi teljesítmény az első két zárthelyin elért, 32 pont feletti pontszám 25%-ával kerül vizsgán figyelembe vételre. Az elért pontszám függvényében a vizsgajegy az alábbi táblázat alapján kerül megállapításra:

Pontszám	0 – 19	20 – 23	24 – 27	28 – 31	32 –
Vizsgajegy	elégtelen	elégészes	közepes	jó	jeles

A két zárthelyin elért összpontszám alapján megajánlott vizsgajegy is szerezhető. Az a hallgató, aki a két zárthelyin összesen **60** és **69** pont közötti pontszámot ér el, megajánlott jó (4) vizsgajegyet kap, aki a két zárthelyin összesen minimum **70** pontot szerez, megajánlott jeles (5) vizsgajegyet kap.

### Javasolt jegyzetek:

1. Béda Gy., Kozák I.: *Rugalmas testek mechanikája*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987.
2. J. G. Simmonds: *Tenzoranalízis dióhéjban*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1985.
3. Béda Gy., Kozák I., Verhás J.: *Kontinuummechanika*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.
4. J. N. Reddy: *An Introduction to Continuum Mechanics*, Cambridge University Press, 2008.

+ + + =

Rugalmasságtan	Név:	Neptun:
----------------	------	---------

1. Definiálja az alábbi fogalmakat! (2 pont)

- anyagi linearitás:
  
- izotrópia:

2. Definiálja a Green-Lagrange-féle alakváltozási tenzort! (1 pont)

3. Kiindulva a hengerkoordináta-rendszerben felírt elmozdulásmezőből ( $\vec{u} = u\vec{e}_r + v\vec{e}_\varphi + w\vec{e}_z$ ) vezesse le, hogy néz ki általánosan az U alakváltozási gradiens tenzor hengerkoordináta-rendszerben! (4 pont)

4. Írja fel az egyensúlyi egyenlet skaláris egyenleteit  $xyz$  koordináta-rendszerben! (3 pont)

5. Ismertesse a lineáris rugalmasságtan **első peremérték-feladatát** (alapismeretlen, alapegyenlet, peremfeltételek)! (4 pont)

6. Hogyan számítható az egyenletes hőmérséklet-változás hatására kialakuló alakváltozás (fajlagos nyúlás)? Nevezze meg az összefüggésben szereplő mennyiségeket! (2 pont)

7. Vezesse le az  $\underline{\underline{F}}$  alakváltozási gradiens tenzor számítására szolgáló összefüggést a  $d\vec{r}^0$  és a  $d\vec{r}$  vonalelem vektorok közötti kapcsolat alapján! (4 pont)

Rugalmasságtan	Név:	Neptun:
----------------	------	---------

8. Ismert egy rugalmas test elmozdulásvektora:  $\vec{u} = Cxy^2\vec{e}_x + Cyz^2\vec{e}_y + Czx^2\vec{e}_z$ , ahol  $C$  értéke konstans. Határozza meg az  $\underline{\underline{U}}$  elmozdulási gradiens tenzort, az  $\underline{\underline{F}}$  alakváltozási gradiens tenzort, az  $\underline{\underline{A}}$  alakváltozási tenzort és a  $\underline{\underline{\Psi}}$  forgástenzort, valamint a  $\vec{\psi}$  forgásvektort! (10 pont)

9. Ismert egy rugalmas test  $\underline{\underline{\mathbf{A}}}$  alakváltozási tenzora. Határozza meg az általános Hooke-törvény segítségével a  $\underline{\underline{\mathbf{T}}}$  feszültségi tenzort, majd ellenőrizze le, hogy a feszültségi tenzor kielégíti az egyensúlyi egyenleteket, ha  $\vec{\mathbf{q}} = 2Ga \left[ \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} z \vec{\mathbf{e}}_x - x \vec{\mathbf{e}}_y + \left( 1 + \frac{2\nu x}{1-2\nu} \right) \vec{\mathbf{e}}_z \right]!$  (10 pont)

$$[\underline{\underline{\mathbf{A}}}] = \begin{bmatrix} -2axz & \frac{1}{2}az^2 & bx - \frac{1}{2}ax^2 \\ \frac{1}{2}az^2 & 0 & axz - by \\ bx - \frac{1}{2}ax^2 & axz - by & 0 \end{bmatrix}$$

+ + + =

Rugalmasságtan	Név:	Neptun:
----------------	------	---------

1. Mutassa meg, hogy a  $d\vec{r}$  vonalelem vektor milyen elemi mozgásokra bontható fel? (1 pont)

2. Írja fel az általános Hooke-törvényt, majd ebből kiindulva mutassa meg a kapcsolatot a feszültségi tenzor és az alakváltozási tenzor első skaláris invariánsai között! A kapcsolat alapján definiálja a  $K$  térfogati rugalmassági modulust is! (3 pont)

3. Vezesse le az  $\underline{\underline{F}}$  alakváltozási gradiens tenzor számítására szolgáló összefüggést a  $d\vec{r}^0$  és a  $d\vec{r}$  vonalelem vektorok közötti kapcsolat alapján! (4 pont)

4. Írja fel, hogyan számítható a nyírófeszültség Saint-Venant-féle csavarás esetén, ha ismert a rúd öblösödési függvénye! (2 pont)



5. Írja fel a Lamé-Navier egyenlet 3 skaláris egyenletét  $xyz$  koordináta-rendszerben! (3 pont)

6. Vezesse le az  $\vec{e}_z \cdot \nabla \times \underline{\underline{\mathbf{A}}} \times \nabla \cdot \vec{e}_x = 0$  skaláris kompatibilitási egyenletet! (4 pont)

7. Írja fel a vékony téglalap keresztmetszetű rúd Saint-Venant-féle csavarásához használt közelítő Prandtl-féle feszültségfüggvényt, majd ebből kiindulva vezesse le a keresztmetszetre érvényes  $I_c$  csavarási merevséget! (3 pont)

Rugalmisságtan	Név:	Neptun:
----------------	------	---------

8. Igazolja, hogy az alábbi feszültségi tenzor kielégíti az egyensúlyi egyenletet, ha a térfogati tehervektor  $\vec{q} = -4z\vec{e}_z$ ! (3 pont)

$$[\underline{\underline{\mathbf{T}}}] = \begin{bmatrix} x^2y & x(1-y^2) & 0 \\ x(1-y^2) & \frac{1}{3}(y^3-3y) & 0 \\ 0 & 0 & 2z^2 \end{bmatrix}$$

9. Igazolja, hogy a megadott elmozdulásmező kielégíti a Lamé-Navier-egyenletet, ha  $\vec{q} = \vec{0}$ ! (7 pont)

$$\vec{u} = Cxy\vec{e}_x + \left( \frac{C}{2\nu}z^2 + \frac{C}{2}y^2 - \frac{C}{2}x^2 \right) \vec{e}_y - \frac{C}{\nu}yz\vec{e}_z$$

10. Ismert az alábbi ábrán látható többmezős vékonyfalú zárt szelvény, melyet Saint-Venant-féle csavarásnak teszünk ki. A rúd anyaga acél, melyre  $\tau_{meg} = 60$  MPa a megengedett nyírófeszültség értéke. A rúd méretei:  $a = 40$  mm,  $t_1 = 4$  mm (ez a falvastagság a külső határoló élek mentén állandó),  $t_2 = 2$  mm. Határozza meg a rúd  $I_c$  csavarási merevségét, ennek segítségével írja fel a keresztmetszetben ébredő nyírófeszültségeket az  $M_c$  csavarónyomaték függvényében, majd határozza meg a maximális csavarónyomaték értékét! (10 pont)

