TANTÁRGYI KOMMUNIKÁCIÓS DOSSZIÉ

KONTINUUMMECHANIKA I.

GEMET312M

Miskolci Egyetem

Gépészmérnöki és Informatikai Kar

Műszaki Mechanikai Intézet

HIRDETMÉNY

A **Kontinuummechanika I.** (GEMET312M)
című tantárgy ütemterve és követelményei

1. hét: Bevezetés, kontinuummechanikai alapfogalmak. Vektorok és tenzorok indexes jelölésmódja ortonormált bázisban. Az összegzési konvenció.
2. hét: A Kronecker-féle szimbólum és a permutációs szimbólum. Vektorok közötti műveletek indexes jelölésmódban ortonormált bázisban.
3. hét: A másodrendű tenzor. Műveletek másodrendű tenzorokkal indexes jelölésmódban. Tenzor transzponáltja és nyoma.
4. hét: Másodrendű tenzor determinánsa és inverze. Szimmetrikus tenzor, ortogonális tenzor. Magasabb rendű tenzorok.
5. hét: Másodrendű tenzor sajátérték-feladata. Karakterisztikus egyenlet és skaláris invariánsok. A Cayley-Hamilton-tétel.
6. hét: Tenzorok általános bázisban. Kovariáns és kontravariáns bázisvektorok. Metrikus tenzorok.
7. hét: Index emelése és süllyesztése. Tenzorok közötti műveletek általános bázisban. Tenzorok fizikai koordinátái.
8. hét: Leképezések és transzformációk. Bázisvektorok közötti leképezések. Tenzorok transzformációja és leképezése.
9. hét: Ortogonális leképezések és transzformációk. Izotrop tenzorok. Az ortogonális forgástenzor és tulajdonságai.
10. hét: Görbe vonalú koordináta-rendszerek. A bázisvektorok változása és deriváltjaik. A Christoffel-féle szimbólumok.
11. hét: Tenzormezők változása és deriváltjaik. Gradiens, divergencia és rotáció. Magasabb rendű deriváltak. A Riemann-Christoffel-féle görbületi tenzor.
12. hét: Tenzorfüggvények és deriváltjaik. Skaláris invariánsok, mint skalár-tenzor függvények. Az irány menti derivált fogalma.
13. hét: Skalár-tenzor függvény irány menti deriváltja és linearizálása. Tenzormezők integrálása. Integrál-átalakítási tételek.
14. hét: Összefoglalás.

A tantárgy **gyakorlati jeggyel** zárul. Az **elégséges szint** eléréséhez a tantárgyi követelmények **50 %**-át kell teljesíteni, de **szorgalmi időszakban** – a rendszeres tanulás elősegítése és jutalmazása céljából – az aláírás és az elégséges gyakorlati jegy **40 %**-os teljesítménnyel is megszerezhető. Az eredményes munka érdekében a Műszaki Mechanikai Intézet rendszeresen ellenőrzi a hallgatók óralátogatását.

Aláírás és gyakorlati jegy megszerzése a szorgalmi időszakban

Szorgalmi időszakban a hallgatóknak **két** alkalommal kell önállóan, írásban, **zárthelyi dolgozat** keretében beszámolni a tudásukról. Az önálló foglalkozások időtartama 50 perc, értékelése pontozással történik. Egy-egy alkalommal maximálisan 40 pont, összesen 80 pont érhető el. A félév-végi **aláírás** és az elégtelentől különböző **gyakorlati jegy megszerzésének feltétele**, hogy a hallgató az önálló foglalkozásokon megszerezhető 80 pontból **minimálisan 32 pont**ot (40 %) elérjen. Az önálló foglalkozások *tervezett* időpontjai a 6. és a 12. oktatási hétre esnek. Az első két zárthelyin elért pontszám függvényében a gyakorlati jegy az alábbi táblázat szerint kerül megállapításra:

Szorgalmi időszak	Pontszám	0 – 31	32 – 41	42 – 51	52 – 63	64 – 80
	Gyakorlati jegy	elégtelen	elégséges	közepes	jó	jeles

Az a hallgató, aki az első két zárthelyin nem éri el a 40 %-os teljesítménynek megfelelő 32 pontot, pót-zárthelyi dolgozat megírásával szerezhet aláírást, illetve elégtelentől különböző gyakorlati jegyet. A pót-zárthelyi anyaga felöleli a félév teljes tananyagát, időtartama 50 perc, maximálisan 40 pont érhető el. Az aláírás és az elégtelentől különböző gyakorlati jegy megszerzéséhez a **ponthiánnyal megegyező pontszámot**, 16 pontnál kevesebb hiány esetén **minimálisan 16 pontot** (40 %) kell elérni. A pót-zárthelyi dolgozat tervezett időpontja a 13. oktatási hétre esik. Az a hallgató, aki pót-zárthelyin szerez aláírást, elégségestől jobb gyakorlati jegyet a két legjobb pontszámú zárthelyi dolgozata alapján kaphat.

Aláírás és gyakorlati jegy megszerzése a vizsgaidőszakban

Az a hallgató, aki szorgalmi időszakbeli teljesítményére elégtelen gyakorlati jegyet kapott, vizsgaidőszakban szerezhet aláírást és elégtelentől különböző gyakorlati jegyet. Az írásbeli alásíráspótló vizsga (utógyakorlat) időtartama 50 perc, maximálisan 40 pont szerezhető. Az **aláírás** és az **elégtelentől különböző gyakorlati jegy** megszerzéséhez **minimálisan 20 pontot** (50 %) kell elérni. Az elért pontszám függvényében a gyakorlati jegy az alábbi táblázat szerint kerül megállapításra:

Vizsgaidőszak	Pontszám	0 – 19	20 – 23	24 – 27	28 – 31	32 – 40
	Gyakorlati jegy	elégtelen	elégséges	közepes	jó	jeles

Javasolt jegyzetek:

1. Kozák I.: *Kontinuummechanika*, Miskolci Egyetemi Kiadó, 1995.
2. Kozák I. - Szeidl Gy.: *Tenzorszámítás indexes jelölésmódban* (Második, bővített kiadás), Miskolci Egyetem, Mechanikai Tanszék, 2013. ISBN 978-963-08-6427-5 `http://mek.oszk.hu/11700/11757/11757.pdf`

Dr. Bertóti Edgár
egyetemi tanár, intézetigazgató
a tantárgy előadója

Kontinuum- mechanika I.	Név: Kód:	Zárthelyi dolgozat

1. Bizonyítsa be, hogy egy másodrendű tenzor transzponáltjának inverze a tenzor inverzének transzponáltjával egyezik meg! (4 pont)

2. A K és $\bar{K}$ koordináta-rendszerek közötti transzformációs mátrixokat $[t^{\cdot l}_{\bar{k}}]$ és $[\tau^{\cdot \bar{q}}_{p}]$ jelöli. Bizonyítsa be, hogy a K és $\bar{K}$ koordináta-rendszerek bázisvektorainak γ_0 és $\bar{\gamma}_0$ vegyesszorzatai között fennáll a

$$\bar{\gamma}_0 = \gamma_0 \; t$$

kapcsolat, ahol $t = |\, t^{\cdot l}_{\bar{k}} \,|$! (4 pont)

3. Igazolja, hogy a K és $\bar{K}$ koordináta-rendszerekben egymástól függetlenül értelmezett

$$\underline{\underline{\boldsymbol{I}}} = g_{kl}\, \vec{\boldsymbol{g}}^k \vec{\boldsymbol{g}}^l \,, \qquad \text{illetve} \qquad \bar{\underline{\underline{\boldsymbol{I}}}} = g_{\bar{k}\bar{l}}\, \vec{\boldsymbol{g}}^{\bar{k}} \vec{\boldsymbol{g}}^{\bar{l}}$$

metrikus tenzorok egymással egyenlőek, vagyis $\underline{\underline{\boldsymbol{I}}}$ valódi tenzor! (4 pont)

4. Ismert egy helyi koordináta-rendszer metrikus tenzora, valamint az $\vec{\boldsymbol{a}} = a_p\,\vec{\boldsymbol{g}}^p$ és a $\vec{\boldsymbol{b}} = b_q\,\vec{\boldsymbol{g}}^q$ vektorok a_p és b_q koordinátái:

$$[g_{kl}] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad [a_p] = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad [b_q] = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

(a) Számí tsa ki a $\vec{\boldsymbol{v}} = \vec{\boldsymbol{b}} \times \vec{\boldsymbol{a}} = v^k\,\vec{\boldsymbol{g}}_k$ vektor v^k koordinátáit! (5 pont)

(b) Határozza meg a $\vec{\boldsymbol{v}} = v^k\,\vec{\mathbf{g}}_k$ vektor $v^{<k>}$ fizikai koordinátáit! (3 pont)

5. Ismert az $\underline{\underline{\boldsymbol{A}}}$ tenzor $[a^p_{\cdot q}]$ mátixa:

$$[a^p_{\cdot q}] = \begin{bmatrix} 9 & -2 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 4 & -6 \end{bmatrix}.$$

(a) Számí tsa ki az $\underline{\underline{\boldsymbol{A}}}$ tenzor skaláris invariánsait! (3 pont)

(b) Számí tsa ki az $\underline{\underline{\boldsymbol{A}}}$ tenzor $[a_{nq}]$ mátrixának determinánsát, ha $g_0 = |g_{kl}| = 2$! (4 pont)

6. Írja fel annak a transzformációnak a $[t_{\bar{p}}^{\cdot q}]$ mátrixát, amely a $\vec{\mathbf{g}}_1,\ \vec{\mathbf{g}}_2,\ \vec{\mathbf{g}}_3$ egységvektorokkal kijelölt derékszögű koordináta-rendszert a $\vec{\mathbf{g}}_2$ bázisvektor körül pozitív forgásirányban 30^o-kal elforgatja! (5 pont)

7. Ismert a közös kezdőpontú K és $\bar{K}$ koordináta-rendszerek közötti transzformáció $[t_{\bar{k}}^{\cdot l}]$ és $[\tau_p^{\cdot \bar{q}}]$ mátrixai:

$$[t_{\bar{k}}^{\cdot l}] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \qquad [\tau_p^{\cdot \bar{q}}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.5 \\ 1 & 0.5 & -1 \\ 0.5 & 0 & -0.5 \end{bmatrix}.$$

(a) Határozza meg az $\vec{\boldsymbol{a}} = a^p\,\vec{\boldsymbol{g}}_p$ vektor $a^{\bar{r}}$ koordinátáit, ha $[a^p]^T = [2\ 4\ 2]$. (3 pont)

(b) Számítsa ki a $\underline{\underline{\boldsymbol{B}}} = b_{pq}\,\vec{\boldsymbol{g}}^p\,\vec{\boldsymbol{g}}^q$ tenzor $b_{\bar{1}\bar{1}}$ és $b_{\bar{3}\bar{1}}$ koordinátáit, ha (5 pont)

$$[b_{pq}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}!$$