

TANTÁRGYI KOMMUNIKÁCIÓS DOSSZIÉ

ANYAGMODELLEK A MECHANIKÁBAN
GEMET341M

Miskolci Egyetem
Gépészmérnöki és Informatikai Kar
Műszaki Mechanikai Intézet

HIRDETMÉNY

Az **Anyagmodellek a mechanikában** (GEMET341M)
című tantárgy ütemterve és követelményei

1. hét: Bevezetés, alapfogalmak, ismétlés. A kontinuummechanika egyenletrendszere térbeli leírási módban. Az anyagegyenletek helye és szerepe a kontinuummechanikában.
2. hét: Termodinamikailag konzisztens anyagegyenletek származtatásának általános elvei és alapjai. Hő-rugalmas folyadékok anyagegyenletei. Állapotegyenletek.
3. hét: Termodinamikai potenciálok. A Legendre-transzformáció. Anyagjellemzők értelmezése és kapcsolatuk. Ideális folyadékok és gázok anyagegyenletei.
4. hét: Viszkózus és nem-Newtoni folyadékok anyagegyenletei. Hő-rugalmas szilárd testek nemlineáris anyagegyenletei. Anyagjellemzők tenzorainak értelmezése, kapcsolatuk.
5. hét: A hővezetés (anyag)egyenlete. A termo-mechanikai kapcsolt feladat alapegyenletrendszere materiális leírási módban. Alkalmazások.
6. hét: Linearizált anyagegyenletek. Alakváltozási energia és kiegészítő alakváltozási energia. Alkalmazások.
7. hét: Anizotropia és anyagi szimmetria. Monotrop (monoklín), ortotrop, transzverzálisan izotrop és izotrop testek anyagegyenletei és anyagállandói. Alkalmazások.
8. hét: Időtől függő anyagi viselkedés. Viszko-rugalmas anyagok modelljei és anyagegyenletei. Alkalmazások.
9. hét: Képlékenységtani alapfogalmak. Folyási feltétel és folyási felület – egydimenziós modellek. Rugalmas-képlékeny alakváltozás. A folyási felület változása. Keményedési feltételek.
10. hét: Tönkremeneteli és folyási feltételek többtengelyű feszültségi állapot esetén. A Tresca-, a Mises-, a Mohr-Coulomb- és a Drucker-Prager-féle képlékenységi feltételek, szemléltetésük.
11. hét: A Drucker-féle posztulátum és következményei. Képlékenységi potenciálok. Asszociatív és nem asszociatív képlékeny folyás.
12. hét: A rugalmas-képlékeny alakváltozás általános anyagegyenletei. Az általánosított képlékenységi modulus.
13. hét: Nem-rugalmas anyagok modellezésének általános alapjai. Belső változók, disszipációs egyenlőtlenség, termodinamikai erők. A maximális disszipáció elve és következményei.
14. hét: Összefoglalás.

A tantárgy **aláírással** és **kollokviummal** zárul. Az **elégséges szint** eléréséhez a tantárgyi követelmények **50 %-át** kell teljesíteni, de **szorgalmi időszakban** – a rendszeres tanulás elősegítése és jutalmazása céljából – az aláírás **40 %-os** teljesítménnyel is megszerezhető. Az eredményes munka érdekében az Intézet rendszeresen ellenőrzi a hallgatók óralátogatását.

Aláírás megszerzése a szorgalmi időszakban

Szorgalmi időszakban a hallgatóknak **két** alkalommal kell önállóan, írásban, **zárthelyi dolgozat** keretében beszámolni a tudásukról. Az önálló foglalkozások időtartama 50 perc, értékelése pontozással történik. Egy-egy alkalommal maximálisan 40 pont, összesen 80 pont érhető el. A félév-végi **aláírás megszerzésének feltétele**, hogy a hallgató az önálló foglalkozásokon megszerezhető összesen 80 pontból **minimálisan 32 pontot** (40 %) elérjen. Az önálló foglalkozások *tervezett* időpontjai a 6. és a 12. oktatási hétre esnek.

Az a hallgató, aki az első két önálló foglalkozáson nem éri el a 40 %-os teljesítménynek megfelelő 32 pontot, **pót-zárthelyi dolgozat** megírásával szerezhethet aláírást. A pót-zárthelyi anyaga felöleli a félév teljes tananyagát, időtartama 50 perc, maximálisan 40 pont érhető el. Az aláírás megszerzéséhez a **ponthiánnyal megegyező pontszámot**, 16 pontnál kevesebb hiány esetén **minimálisan 16 pontot** kell elérni. A pót-zárthelyi dolgozat tervezett időpontja a 14. oktatási hétre esik.

Aláírás megszerzése a vizsgaidőszakban

Az a hallgató, aki szorgalmi időszakban nem teljesíti az aláírás megszerzéséhez szükséges fenti feltételeket, a vizsgaidőszakban szerezhethet aláírást. Az írásbeli **aláíráspótló vizsga** időtartama 50 perc, maximálisan 40 pont érhető el. Az **aláírás** megszerzéséhez **minimálisan 20 pontot** (50 %) kell elérni.

Vizsgajegy

A tantárgy írásbeli vizsgával zárul, időtartama 50 perc, maximálisan 40 pont szerezhető. Az évközi teljesítményt az első két zárthelyin elért, 32 pont feletti pontszám 25 %-ával vesszük figyelembe a vizsgán. Az elért pontszám függvényében a vizsgajegy az alábbi táblázat szerint kerül megállapításra:

Pontszám	0 – 19	20 – 23	24 – 27	28 – 31	32 –
Vizsgajegy	elégtelen	elégséges	közepes	jó	jeles

Az évközi teljesítmény alapján a tantárgyból **megajánlott vizsgajegy** is szerezhető. Megajánlott jeles (5) vizsgajegyet kap az a hallgató, aki az első két zárthelyi dolgozat megírása után legalább 70 ponttal rendelkezik. Megajánlott jó (4) vizsgajegyet kap az a hallgató, aki az első két zárthelyi dolgozat megírása után legalább 60 ponttal rendelkezik.

Javasolt jegyzetek

Kozák I.: *Kontinuummechanika*, Miskolci Egyetemi Kiadó, 1995.

Lubarda, V.A.: *Elastoplasticity Theory*, CRC Press, Boca Raton, 2002.

Ottosen, N.S.-Ristinmaa, M.: *The Mechanics of Constitutive Modelling*, Elsevier, 2005.

Dr. Bertóti Edgár
egyetemi tanár, intézetigazgató
a tantárgy előadója

Anyag- modellek	Név:	Kód:	Zárthelyi dolgozat
--------------------	------	------	-----------------------

1. Igazolja, hogy hő-rugalmas szilárd test esetén a hőtágulási és a hőfeszültségi együtthatók tenzorai között a

$$\boldsymbol{\beta} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\alpha}$$

összefüggés áll fenn!

(3 pont)

2. Mutassa meg, hogy hő-rugalmas szilárd test esetén a fajlagos hőkapacitások között a

$$c_\sigma - c_\varepsilon = \frac{\theta}{\rho} \boldsymbol{\alpha} : \boldsymbol{\beta}$$

összefüggés áll fenn! Miből és hogyan következik a $c_\sigma > c_\varepsilon$ egyenlőtlenség? (4 pont)

3. Igazolja, hogy hő-rugalmas szilárd testnél a térfogategységre vonatkozó fajlagos hőteljesítmény a

$${}^0\rho\theta\dot{\eta} = {}^0\rho c_\sigma \dot{\theta} + \theta \boldsymbol{\beta} : \mathbf{C}^{-1} : \dot{\boldsymbol{S}}$$

alakban írható fel az anyagjellemzők segítségével!

(3 pont)

4. A $g(S_{KL}, \theta)$ Gibbs-féle szabad energia Taylor-sorba fejtése után állítsa elő a hő-rugalmas szilárd test linearizált $E_{KL} = E_{KL}(S_{MN}, \theta)$ és $\eta = \eta(S_{MN}, \theta)$ anyagegyenleteit! (6 pont)

5. Hő-rugalmas szilárd test lineáris anyagegyenleteiből kiindulva származtassa az adiabatikus (izentrópikus) alakváltozás esetén érvényes negyedrendű *inverz* rugalmassági tenzort és a Kelvin-féle hatást kifejező összefüggést! (4 pont)

Anyag- modellek	Név:	Kód:	Zárhelyi dolgozat
--------------------	------	------	----------------------

6. Értelmezze az anyagi szimmetria fogalmát! Adja meg a tükrözési transzformáció mátrixait azokban az esetekben, amikor az anyagi szimmetria síkja a) az $x_1 = 0$ sík, b) az $x_2 = 0$ sík, c) az $x_3 = 0$ sík! (2 pont)

$$[Q] = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \quad [Q] = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \quad [Q] = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

7. Értelmezze a monoklín (monotrop) anyag fogalmát! Voigt-Kelvin-féle jelölést alkalmazva adja meg monoklín anyag esetén az anyagállandók $[C]$ mátrixának szerkezetét azokban az esetekben, amikor az anyagi szimmetria síkja a) az $x_1 = 0$ sík, b) az $x_2 = 0$ sík, c) az $x_3 = 0$ sík (a nullától különböző értékeket jelölje \times -szel)! (4 pont)

$$[C] = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}$$

8. Adja meg a transzverzálisan izotrop, lineárisan hő-rugalmas anyag értelmezését! Nevezze meg a független anyagállandókat, majd írja fel a $[C]^{-1}$ mátrixot, valamint a hőtágulási együtthatók tenzorának $[\alpha]$ mátrixát, ha a transzverzális izotrópia síkja az x_3 tengelyre merőleges! (4 pont)

$$[C]^{-1} = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \quad [\alpha] = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

9. A lineárisan hő-rugalmas anyag $\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C} : [\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\alpha}(T - {}^0T)]$ alakú anyagegyenletéből kiindulva – az átalakítások lépéseinek részletezésével – igazolja, hogy izotrop anyag esetében fennállnak a következő anyagegyenletek:

(a) $\boldsymbol{\sigma} = 2\mu \boldsymbol{\varepsilon} + \lambda (\text{tr} \boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{1} - 3K\boldsymbol{\alpha}(T - {}^0T) \mathbf{1}$ (4 pont)

(b) $\text{tr} \boldsymbol{\sigma} = 3K [\text{tr} \boldsymbol{\varepsilon} - 3\boldsymbol{\alpha}(T - {}^0T)]$ (2 pont)

10. Értelmezze a lineárisan rugalmas, izotrop anyag fajlagos – térfogategységre vonatkozó – alakváltozási energiáját! Az alakváltozási energia kifejezéséből kiindulva igazolja, hogy az anyagállandók értékeire a

$$\mu > 0; \quad K > 0; \quad -1 < \nu < 0,5; \quad \lambda > -\frac{2}{3}\mu$$

korlátoknak kell fennállniuk! (4 pont)