TANTÁRGYI KOMMUNIKÁCIÓS DOSSZIÉ

LEMEZ- ÉS HÉJELMÉLET

GEMET345M

Miskolci Egyetem

Gépészmérnöki és Informatikai Kar

Műszaki Mechanikai Intézet

HIRDETMÉNY

A **Lemez- és héjelmélet** (GEMET345M)
című kötelezően választható tantárgy ütemterve és követelményei

1. hét: Bevezetés, alapfogalmak, ismétlés. Lemezek és héjak modellezésének alapelvei, történeti áttekintés.
2. hét: A Reissner-Mindlin-féle lemezmodell. A dimenzió szerinti redukálás fogalma. Kinematikai hipotézis és -egyenletek. Anyagegyenletek és a feszültségi hipotézis.
3. hét: A Reissner-Mindlin-féle lemezmodell egyensúlyi egyenleteinek és dinamikai peremfeltételeinek származtatása a virtuális munka elv alapján.
4. hét: A feszültségi eredők és erőpárok szemléltetése. Az általánosított Hooke törvény. A Kirchhoff-féle lemezmodell – származtatás a Reissner-Mindlin-féle lemezmodellből.
5. hét: Felületek differenciálgeometriája. A felületet jellemző alapmennyiségek, metrikus tenzor és görbületi tenzor. A Meusnier-féle tétel.
6. hét: Felületi tenzorok és kovariáns deriváltjaik. Példák felületekre, valamint az alapmennyiségek előállítására.
7. hét: Héjak geometriája. Kezdeti konfiguráció előállítása leképezéssel. Héj középfelülete. Tenzorok „áthelyezése" a középfelületre. Térfogatelem és felületelem.
8. hét: Vékony héj fogalma. A Naghdi-féle héjmodell: alapfeltételezések, kinematikai egyenletek.
9. hét: A Naghdi-féle héjmodell: anyagegyenletek, egyensúlyi egyenletek. A héj alakváltozási energiája. Héjak membrán elmélete és egyenletrendszere.
10. hét: A Koiter-féle héjmodell. A Kirchhoff-Love hipotézis. A héjmodell egyenletrendszerének származtatása a Naghdi-féle héjmodellből.
11. hét: Speciális geometriai kialakítású és terhelésű héjak. Forgáshéj fogalma és egyenletrendszere. Forgásszimmetrikus héjfeladatok.
12. hét: Körhengerhéjak. Egyenletrendszer és peremfeltételek. Forgásszimmetrikus körhengerhéj-feladatok alapegyenlete.
13. hét: Forgásszimmetrikus körhengerhéj-feladatok analitikus megoldásinak előállítása. Az elhalási hossz fogalma. Membrán feladatok és peremzavarási feladatok, szuperpozíciójuk.
14. hét: Héjfeladatok végeselemes modellezése és megoldása. Összefoglalás.

A tantárgy **aláírással** és **kollokviummal** zárul. Az **elégséges szint** eléréséhez a tantárgyi követelmények **50 %**-át kell teljesíteni, de **szorgalmi időszakban** – a rendszeres tanulás elősegítése és jutalmazása céljából – az aláírás és az elégséges gyakorlati jegy **40 %**-os teljesítménnyel is megszerezhető. Az eredményes munka érdekében a Műszaki Mechanikai Intézet rendszeresen ellenőrzi a hallgatók óralátogatását.

Aláírás megszerzése a szorgalmi időszakban

Szorgalmi időszakban a hallgatóknak **két** alkalommal kell önállóan, írásban, **zárthelyi dolgozat** keretében beszámolni a tudásukról. Az önálló foglalkozások időtartama 50 perc, értékelése pontozással történik. Egy-egy alkalommal maximálisan 40 pont, összesen 80 pont érhető el. A félév-végi **aláírás megszerzésének feltétele**, hogy a hallgató az önálló foglalkozásokon megszerezhető összesen 80 pontból **minimálisan 32 pont**ot (40 %) elérjen. Az önálló foglalkozások *tervezett* időpontjai a 6. és a 12. oktatási hétre esnek.

Az a hallgató, aki az első két önálló foglalkozáson nem éri el a 40%-os teljesítménynek megfelelő 32 pontot, **pót-zárthelyi dolgozat** megírásával szerezhet aláírást. A pótzárthelyi anyaga felöleli a félév teljes tananyagát, időtartama 50 perc, maximálisan 40 pont érhető el. Az aláírás megszerzéséhez a **ponthiánnyal megegyező pontszámot**, 16 pontnál kevesebb hiány esetén **minimálisan 16 pont**ot kell elérni. A pót-zárthelyi dolgozat tervezett időpontja a 14. oktatási hétre esik.

Aláírás megszerzése a vizsgaidőszakban

Az a hallgató, aki szorgalmi időszakban nem teljesíti az aláírás megszerzéséhez szükséges fenti feltételeket, a vizsgaidőszakban szerezhet aláírást. Az írásbeli **alásíráspótló vizsga** időtartama 50 perc, maximálisan 40 pont érhető el. Az **aláírás** megszerzéséhez **minimálisan 20 pont**ot (50 %) kell elérni.

Vizsgajegy

A tantárgy írásbeli vizsgával zárul, időtartama 50 perc. A vizsgán maximálisan 40 pont szerezhető. Az évközi teljesítményt az aláíráshoz szükséges 32 pont feletti pontszám 25%-ával vesszük figyelembe a vizsgán. A vizsgajegy a vizsgán elért pontszám és az évközi teljesítmény alapján szerzett pontok összegének függvényében, az alábbi táblázat szerint kerül megállapításra:

Pontszám	0 – 19	20 – 23	24 – 27	28 – 31	32 –
Vizsgajegy	elégtelen	elégséges	közepes	jó	jeles

Az évközi teljesítmény alapján a tantárgyból **megajánlott vizsgajegy** szerezhető. Megajánlott jeles(5) vizsgajegyet kap az a hallgató, aki az első két zárthelyi dolgozat megírása után legalább 70 ponttal rendelkezik. Megajánlott jó(4) vizsgajegyet kap az a hallgató, aki az első két zárthelyi dolgozat megírása után legalább 60 ponttal rendelkezik. Jeles és jó vizsgajegyektől gyengébb osztályzat megajánlott jegyként nem szerezhető.

Ajánlott szakirodalom:

1. Béda Gy.-Kozák I.: A.: *Rugalmas testek mechanikája*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987.
2. Bathe, K.-J.-Chapelle, D.: *The Finite Element Analysis of Shells – Fundamentals*, Springer-Verlag, Berlin, 2003.
3. Wempner, G.-Talaslidis, D.: *Mechanics of Solids and Shells. Theories and Approximations*, CRC Press, Boca Raton, 2003.

Dr. Bertóti Edgár
egyetemi tanár, intézetigazgató
a tantárgy előadója

Lemez- és héjelmélet	Név: Kód:	Zárthelyi dolgozat

1. Adja meg a Reissner-Mindlin-féle lemezmodell esetén az $\boldsymbol{u}(x_i) = u_k(x_i)\,\boldsymbol{e}_k$ elmozdulásmező vastagság menti közelítését! Ismertesse a Reissner-Mindlin-féle kinematikai hipotézist! (2 pont)

2. Az elmozdulásmező közelítéséből kiindulva származtassa a Reissner-Mindlin-féle lemezmodell kinematikai egyenleteit! Adja meg az alakváltozási koordináták közelítését a vastagság mentén! (3 pont)

3. A feszültségi eredők és a feszültségi eredő erőpárok értelmezéséből, valamint a feszültségmező vastagság menti közelítéséből kiindulva származtassa 3D-s feszültségmező és a redukált mennyiségek közötti kapcsolatot! (4 pont)

4. Adja meg indexes jelölésmódban a lemez, mint 3D-s test palást- és oldalperemein érvényes feszültségi peremfeltételeket! Milyen ellentmondás áll fenn a peremfeltételi egyenletek és a feszültségi hipotézis között? (3 pont)

5. A $\boldsymbol{p}_\lambda(x_i)$ feszültségvektor értelmezéséből kiindulva értelmezze az $\boldsymbol{f}_\lambda(x_\alpha)$ feszültségi eredő vektort és az $\boldsymbol{m}_\lambda(x_\alpha)$ feszültségi eredő erőpár vektort a lemez $\boldsymbol{e}_\lambda$ normálisú belső felületelemeinek középfelületi P_0 pontjában! Szemléltesse a pozitív előjelű élerőket és élnyomatékokat a lemez S_0 középfelületének egységnyi oldalú (differenciális méretű), P_0 pont körüli darabján! (6 pont)

6. Értelmezze az $x^k = x^k(\xi^\alpha)$ leképezéssel adott S_0 felület második alapformáját és a felület görbületi tenzorának $b_{\alpha\beta}$ koordinátáit! (1 pont)

Lemez- és héjelmélet	Név: Kód:	Zárthelyi dolgozat

7. Igazolja, hogy az S_0 felület $\boldsymbol{b} = b_{\alpha\beta}\,\boldsymbol{a}^\alpha\boldsymbol{a}^\beta = b_\alpha^\lambda\,\boldsymbol{a}^\alpha\boldsymbol{a}_\lambda$ görbületi tenzorának koordinátáira fennállnak az alábbi összefüggések!

   a) $b_{\alpha\beta} = \boldsymbol{a}_{\alpha,\beta} \cdot \boldsymbol{a}_3$ (1 pont)

   b) $b_\alpha^\lambda = -\boldsymbol{a}_{3,\alpha} \cdot \boldsymbol{a}^\lambda$ (1 pont)

   c) $\boldsymbol{a}_{3,\alpha} = -b_{\alpha\beta}\,\boldsymbol{a}^\beta = -b_\alpha^\lambda\,\boldsymbol{a}_\lambda$ (2 pont)

   d) $b_{\alpha\beta} = b_{\beta\alpha}$ (1 pont)

8. Egy R_0 sugarú és L hosszúságú S_0 körhengerfelület az $x^k = x^k(\xi^\alpha)$ leképezéssel adott:

$$x^1 = \xi^1, \qquad x^2 = R_0 \sin\frac{\xi^2}{R_0}, \qquad x^3 = R_0 \cos\frac{\xi^2}{R_0},$$
$$0 \leqq \xi^1 \leqq L, \qquad 0 \leqq \xi^2 < 2R_0\pi, \qquad L, R_0 > 0\,.$$

   a) Állítsa elő az $\boldsymbol{r}_0 = x^k\boldsymbol{e}_k$ helyvektorú P_0 felületi pontban az $\boldsymbol{a}_k$ kovariáns bázisvektorokat! (3 pont)

   b) Határozza meg a P_0 pontbeli kovariáns és kontravariáns metrikus együtthatók $[a_{\alpha\beta}]$ és $\left[a^{\kappa\lambda}\right]$ mátrixait! (2 pont)

(A feladat a következő oldalon folytatódik!)

c) Határozza meg a P_0 pontban az $\boldsymbol{a}^m$ kontravariáns bázisvektorokat! (1 pont)

d) Határozza meg a felület görbületi tenzorának $[b_{\alpha\beta}]$ és $\left[b_{\alpha}^{\lambda}\right]$ mátrixait! (4 pont)

e) Számítsa ki a P_0 pontban a közepes görbületet és a Gauß-féle görbületet! Milyen típusú pont a hengerfelület tetszőleges P_0 pontja? Válaszát indokolja! (2 pont)

f) Állítsa elő a felület harmadik alapformájának $[c_{\alpha\beta}]$ mátrixát! (1 pont)

g) Határozza meg a hengerfelület P_0 pontjában a zérustól különböző másodfajú Christoffel-féle szimbólumokat! (2 pont)

h) Adja meg a P_0 pontban a körhengerfelület aszimptotikus irányainak $\boldsymbol{t}$ egységvektorát! (1 pont)